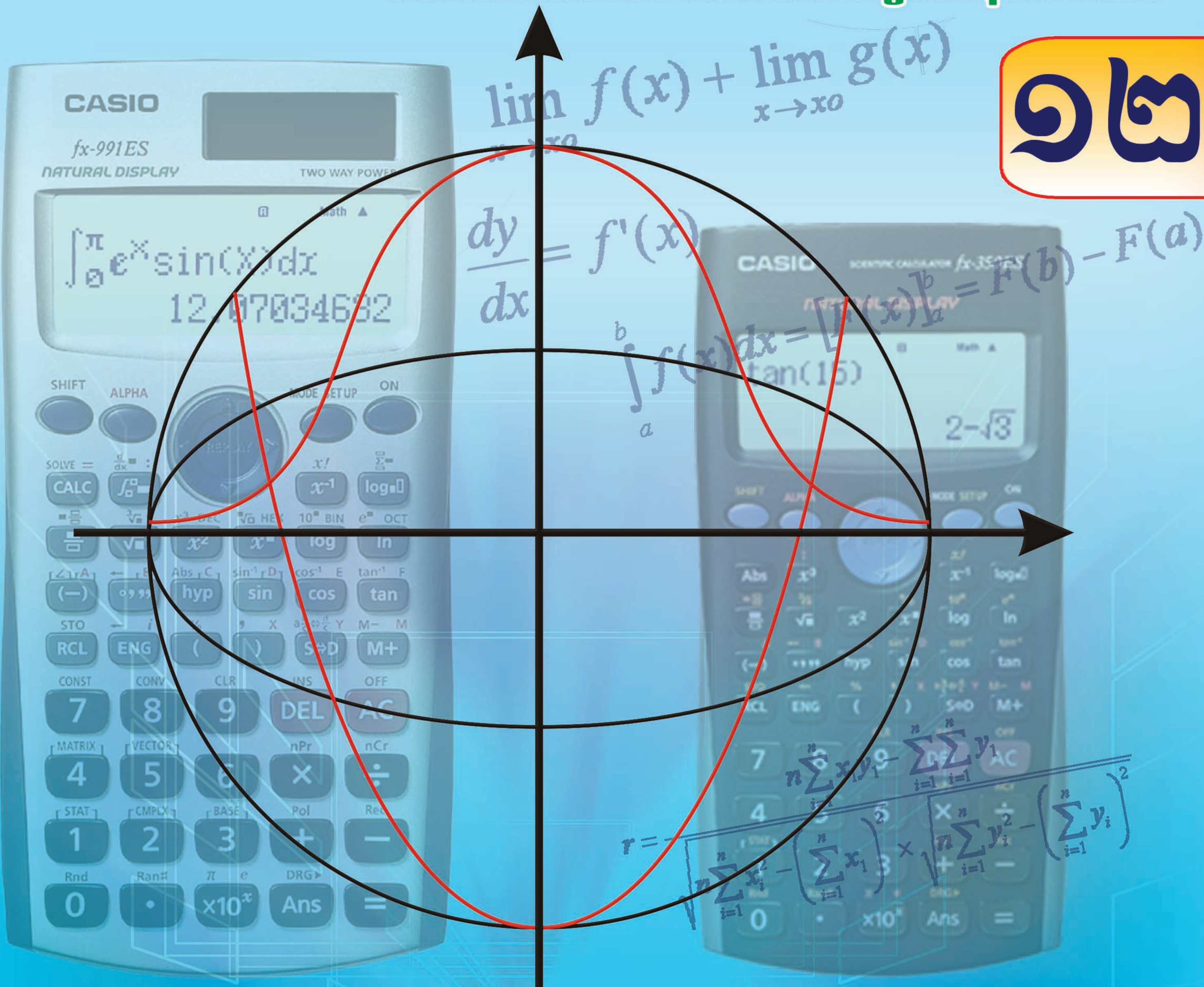
ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

សម្រាប់អានបន្ថែម

ការគណនាលំហាត់ពិបាកដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ

១២



សមាគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា

គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

សម្រាប់អានបន្ថែម

ការគណនាលំហាត់ពិបាកដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ

ថ្នាក់ទី ១២

Cambodian Mathematical Society

សមាគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា
គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
លេខ : ៣៤១៤ **អយក**.ប្រក

ប្រកាស
ស្តីពី
ការអនុញ្ញាតឱ្យបោះពុម្ពផ្សាយ
សៀវភៅ " គណិតវិទ្យា សម្រាប់អានបន្ថែម " ថ្នាក់ទី១២

រដ្ឋមន្ត្រីក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

- បានឃើញរដ្ឋធម្មនុញ្ញនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
- បានឃើញព្រះរាជក្រមលេខ នស/រកម/០៧០៤/០០១ ចុះថ្ងៃទី១៣ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០០៤ ដែលប្រកាសឱ្យប្រើច្បាប់ធម្មនុញ្ញបន្ថែមសំដៅធានានូវដំណើរការជាប្រក្រតីនៃស្ថាប័នជាតិ
- បានឃើញព្រះរាជក្រឹត្យលេខ នស/រកត/០៩០៨/១០៥៥ ចុះថ្ងៃទី២៥ ខែកញ្ញា ឆ្នាំ២០០៨ ស្តីពីការតែងតាំងរាជរដ្ឋាភិបាលនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
- បានឃើញព្រះរាជក្រមលេខ ០២/នស/៩៤ ចុះថ្ងៃទី២០ ខែកក្កដា ឆ្នាំ១៩៩៤ ដែលប្រកាសឱ្យប្រើច្បាប់ ស្តីពីការរៀបចំនិងការប្រព្រឹត្តទៅនៃគណៈរដ្ឋមន្ត្រី
- បានឃើញព្រះរាជក្រមលេខ នស/រកម/០១៩៦/០១ ចុះថ្ងៃទី២៤ ខែមករា ឆ្នាំ១៩៩៦ ដែលប្រកាសឱ្យប្រើច្បាប់ស្តីពីការបង្កើតក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា
- បានឃើញអនុក្រឹត្យលេខ ៨៤អនក្រ.បក ចុះថ្ងៃទី០៩ ខែមិថុនា ឆ្នាំ២០០៩ស្តីពីការរៀបចំ និងការប្រព្រឹត្តទៅរបស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា
- យោងគោលនយោបាយសម្រាប់អភិវឌ្ឍន៍កម្មវិធីសិក្សាចំណេះទូទៅ២០០៥-២០០៩
- យោងសេចក្តីណែនាំលេខ ៣៨៤២ អយក. សណន.ចុះថ្ងៃទី០៨ ខែធ្នូ ឆ្នាំ២០០០ របស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា ស្តីពីប្រព័ន្ធអនុម័តសៀវភៅសិក្សា និងសម្ភារឧបទេស
- យោងសំណើរបស់សហគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជាចុះថ្ងៃទី២៣ ខែមេសា ឆ្នាំ២០១០
- យោងកំណត់ហេតុប្រជុំរបស់លេខាធិការដ្ឋានក្រុមប្រឹក្សាអនុម័តសៀវភៅសិក្សា និងសម្ភារឧបទេសនាថ្ងៃទី១៤ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១០
- តាមសំណើរបស់ប្រធានក្រុមប្រឹក្សាអនុម័តសៀវភៅសិក្សា និងសម្ភារឧបទេស

សម្រេច

ប្រការ១.- អនុញ្ញាតឱ្យបោះពុម្ពផ្សាយសៀវភៅ " គណិតវិទ្យា សម្រាប់អានបន្ថែម " ថ្នាក់ទី១២ ដែលរៀបចំដោយសហគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា ដើម្បីប្រើប្រាស់ជាសៀវភៅអានបន្ថែមនៅតាមសាលាមធ្យមសិក្សា ។

ប្រការ២.- អគ្គនាយកដ្ឋានរដ្ឋបាល និងហិរញ្ញវត្ថុ អគ្គនាយកដ្ឋានអប់រំ នាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍកម្មវិធីសិក្សា នាយកដ្ឋានមធ្យមសិក្សាចំណេះទូទៅ និងសហគន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា មានភារកិច្ចអនុវត្តប្រកាសនេះ ។

រាជធានីភ្នំពេញ, ថ្ងៃទី ៣១ ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ២០១០

អ៊ឹម_សិទ្ធី

កន្លែងទទួល :
- អគ្គលេខាធិការដ្ឋានព្រឹទ្ធសភា
- អគ្គលេខាធិការដ្ឋានរដ្ឋសភា
- ទីស្តីការគណៈរដ្ឋមន្ត្រី
  " ដើម្បីជូនជ្រាបជាព័ត៌មាន"
- ដូចប្រការ២
- កាលប្បវត្តិ- ឯកសារនា.អកស.

គណៈកម្មការនិពន្ធ

លោក **កុយ កែវឡុង** ប្រធានទទួលបន្ទុករួម

លោក **ហេង ម៉ៅហ៊ីន**	លោកស្រី **ខៃ្វ សុភាព**
លោក **អ៊ឹម ចាំពង្ស**	លោក **យ៉ង់ ធារី**
លោក **កុយ រិទ្ធីសារោ**	លោក **កុក ឈុន**
លោក **ជា ឈុនហាក់**	លោក **ហាំ ការីម**

វាយអត្ថបទ កញ្ញា **លី ចន្ទីតា**

វិចិត្រករ លោក **សុខ រឿន**

រៀបរៀង លោកស្រី **ទីប៉ូ លីរ៉េត**
លោក **ចែ៉ត យូដារិត**

រចនាទំព័រ លោក **ពី សុគន្ធី**

គណៈកម្មការពិនិត្យ បណ្ឌិត **ច័ន្ទ រ័ត្ន**
បណ្ឌិត **ហាក់ ធីរោ**
បណ្ឌិត **ឈិត វណ្ណឫទ្ធ**
អនុបណ្ឌិត **ឡុង សុផេង**

បានទទួលការអនុញ្ញាតឱ្យបោះពុម្ពផ្សាយពីក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាតាមប្រកាសលេខ: ៣៩១៤ អយក.ប្រក ចុះថ្ងៃទី ៣១ ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ ២០១០ ដើម្បីប្រើប្រាស់នៅតាមសាលារៀន។

© *រក្សាសិទ្ធិគ្រប់យ៉ាង*

សហគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា
គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ
ISBN : 9789996353925
បោះពុម្ពឆ្នាំ ២០១០

បញ្ជីអត្ថបទ

អារម្ភកថា

ស្វែងយល់អំពីការប្រើប្រាស់គ្រាប់ចុចម៉ាស៊ីន CASIO *fx* 350 ES និង *fx* 991ES 1

ជំពូក ១ លីមីត 7

មេរៀនទី១ លីមីតនៃអនុគមន៍ 7

មេរៀនទី២ លីមីតនៃស្វ៊ីត 27

ជំពូក ២ ដេរីវេនៃអនុគមន៍ 37

មេរៀនទី១ អនុវត្តន៍ដេរីវេ 37

ជំពូក ៣ អាំងតេក្រាលកំណត់ 50

មេរៀនទី១ អាំងតេក្រាលកំណត់ 50

មេរៀនទី២ មាឌសូលីត និងប្រវែងធ្នូ 55

ជំពូក ៤ សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល 63

មេរៀនទី១ សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី ១ 63

មេរៀនទី២ សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី ២ 73

ជំពូក ៥ បំណែងចែកប្រូបាប 83

មេរៀនទី១ បំណែងចែកប្រូបាប 83

មេរៀនទី២ បំណែងចែកទ្វេធា 91

ជំពូក ៦ ស្ថិតិពីរអថេរ 100

មេរៀនទី១ ស្ថិតិពីរអថេរ 100

មេរៀនទី២ សមីការបន្ទាត់តម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ 105

ជំពូក ៧ វ៉ិចទ័រក្នុងលំហ 118

មេរៀនទី១ ផលគុណនៃពីរវ៉ិចទ័រក្នុងលំហ 118

មេរៀនទី២ អនុវត្តន៍នៃផលគុណវ៉ិចទ័រ 124

ជំពូក ៨ ភាពចែកដាច់និងវិធីចែកអឺគ្លីត 130

មេរៀនទី១ ភាពចែកដាច់ និងវិធីចែកអឺគ្លីត 130

មេរៀនទី២ ចំនួនបឋម 134

មេរៀនទី៣ តួចែករួម និងពហុគុណរួម 139

ជំពូក ៩ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនិងកូអរដោនេប៉ូលែ 144

មេរៀនទី១ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនិងកូអរដោនេប៉ូលែ 144

គណៈកម្មការនិពន្ធ

លោក កុយ កែវឡុង ប្រធានទទួលបន្ទុករួម

លោក ហេង ប៉ោហ៊ន	លោកស្រី ខ្វៃ សុភាព
លោក កុយ រិទ្ធីសារោ	លោក អ៊ឹម ចាំពង្ស
លោក យ៉ង់ ផារី	លោក កុក ឈុន
លោក ជា ឈុនហាក់	លោក ហាំ ការីម

វាយអត្ថបទ កញ្ញា លី ចន្ទីតា

វិចិត្រករ លោក សុខ រឿន

រៀបរៀង លោកស្រី ទី ប៉ូលីរ៉េត
លោក ង៉ែត យូដារិត

រចនាទំព័រ លោក ពី សុគន្ធី

គណៈកម្មការពិនិត្យ បណ្ឌិត ច័ន្ទ រ័ត្ន
បណ្ឌិត ហាក់ ធីរោ
បណ្ឌិត ឈិត វណ្ណរិទ្ធិ
អនុបណ្ឌិត ឡុង សុផេង

បានទទួលការអនុញ្ញាតឱ្យបោះពុម្ពផ្សាយពី ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា តាមប្រកាសលេខ .... អយក. ប្រក. ចុះថ្ងៃទី .... ខែ .... ឆ្នាំ ២០១០ ដើម្បីប្រើប្រាស់ជាសៀវភៅអានបន្ថែមនៅតាមសាលារៀន ។

រក្សាសិទ្ធិគ្រប់យ៉ាង

សហគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា
គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ
ISBN : 9789996353925
បោះពុម្ពឆ្នាំ ២០១០

អារម្ភកថា

សៀវភៅគណិតវិទ្យាបំពេញបន្ថែមសម្រាប់ថ្នាក់ទី១២ នេះត្រូវបានរៀបចំឡើងដើម្បីផ្តល់ជាជំនួយក្នុងការដោះស្រាយចំណោទពិបាកៗដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២(កម្រិតមូលដ្ឋាន និងកម្រិតខ្ពស់ដែលស្របតាមកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា)ដោយប្រើម៉ាស៊ីន Casio Scientific Caculator ។

តាមរយៈសៀវភៅគណិតវិទ្យាបំពេញបន្ថែមនេះ អ្នកសិក្សានិងអាចគណនារកចម្លើយដោយងាយនៅពេលដែលបានប្រើ ម៉ាស៊ីន Casio Scientific Caculator ជាជំនួយដែលមានបង្ហាញនៅក្នុងសៀវភៅនេះ ។

ម៉ាស៊ីនCasioScientifiCaculator គឺជាឧបករណ៍ដែលបង្កើតឡើងដើម្បីជាជំនួយក្នុងការដោះស្រាយចំណោទដែលមានភាពស្មុគស្មាញ ហើយពិបាកធ្វើការគណនាតាមរបៀបធម្មតា ។ យើងសង្ឃឹមថា ម៉ាស៊ីន Casio Scientific Caculator នឹងផ្តល់ដល់អ្នកសិក្សា និងអ្នកបង្រៀននូវការសន្សំសំចៃ ពេលវេលា ដើម្បីយកពេលវេលាទាំងនោះទៅប្រើប្រាស់ក្នុងការអភិវឌ្ឍចំណេះដឹងផ្នែកទ្រឹស្តី ការត្រិះរិះពិចារណាក្នុងការស្វែងរកវិធីសាស្រ្តដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាពិបាកៗ និងដើម្បីធ្វើឱ្យការសិក្សាគណិតវិទ្យា មានភាពសប្បាយរីករាយ និងការទាក់ទាញសិស្សានុសិស្សឱ្យចូលចិត្តចង់រៀនគណិតវិទ្យាបន្ថែមទៀត ។

ជាការពិតណាស់អ្នកនឹងអានសៀវភៅនេះដោយប្រុងប្រយ័ត្ន និងយកចិត្តទុកដាក់ ។ ប៉ុន្តែមុននឹងអាចប្រើសៀវភៅនេះបាន អ្នកអានត្រូវមានការយល់ដឹងខ្លះ ឬមានទម្លាប់ក្នុងការប្រើប្រាស់ម៉ាស៊ីន Casio Scientific Caculator ជាមុនសិន ។

អ្នកនិពន្ធសៀវភៅគណិតវិទ្យាបំពេញបន្ថែមសង្ឃឹមថាអ្នកសិក្សា និងអ្នកបង្រៀនមានការរីករាយក្នុងការដោះស្រាយចំណោទដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅនេះហើយអ្នកសិក្សានិងមានការរៀបចំខ្លួនបានល្អ ដើម្បីត្រៀមប្រឈម នឹងបញ្ហាដែលកើតមាននៅក្នុងយុគសម័យបច្ចេកវិទ្យាព័ត៌មាន និងសាកលភាវូបនីយកម្ម ។

សៀវភៅគណិតវិទ្យាបំពេញបន្ថែមសម្រាប់ថ្នាក់ទី១២ រួមមាន ៩ ជំពូក សិក្សាអំពីលីមីត ដេរីវេនៃអនុគមន៍ អាំងតេក្រាលកំណត់ សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល បំណែងចែកប្រូបាបស្ថិតិពីរអថេរ វ៉ិចទ័រក្នុងលំហ ភាពចែកដាច់និងវិធីចែកអ៊ីគ្លីត និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ និងកូអរដោនេប៉ូលែ ។

ការរៀបចំមេរៀនក្នុងសៀវភៅនេះ មានទម្រង់ដូចខាងក្រោមៈ

- អធិប្បាយពីការប្រើប្រាស់គ្រាប់ចុច ម៉ាស៊ីន Casio Scientific Caculator *fx* 350 ES និង *fx* 991 ES ។
- សង្ខេបមេរៀនរបស់ជំពូកនីមួយៗ ។
- ដោះស្រាយលំហាត់តាមមធ្យោបាយពីរយ៉ាង គឺ តាមការគណនាធម្មតា និងតាមម៉ាស៊ីន Casio Scientific Caculator ។

- មានលំហាត់ប្រតិបត្តិសម្រាប់ពង្រឹងចំណេះដឹង ។

គណៈកម្មការនិពន្ធយើងខ្ញុំរង់ចាំទទួលរាល់មតិរិះគន់ និងកែលំអដើម្បីស្ថាបនាអំពីសំណាក់លោកគ្រូអ្នកគ្រូ និង អ្នកប្រើប្រាស់សៀវភៅគណិតវិទ្យាបំពេញបន្ថែមសម្រាប់ថ្នាក់ទី១២ នេះ ដោយ ក្តីរីករាយ ៕

គណៈកម្មការនិពន្ធ

ស្វែងយល់អំពីការប្រើប្រាស់គ្រាប់ចុច ម៉ាស៊ីនគិតលេខ $fx-350ES$

នៅលើម៉ាស៊ីនគិតលេខនីមួយៗមានគ្រាប់ចុចជាច្រើនដែលគ្រាប់ចុចខ្លះអាចប្រើតែឯង ខ្លះទៀតអាចប្រើរួមគ្នា :

[ON] បើក ម៉ាស៊ីនគិតលេខ ឱ្យដំណើរការ

[SHIFT] ប្រើជាមួយអក្សរពណ៌ទឹកមាស ឬ អក្សរពណ៌លឿង

[ALPHA] ប្រើជាមួយអក្សរពណ៌ក្រហម

[MODE] ចូលទៅការគណនា ដូចជា COMP , STAT , TABLE

-COMP គណនាទូទៅ

-STAT គណនាក្នុងស្ថិតិវិទ្យា

-TABLE គណនាដោយប្រើតារាង

[SHIFT] [MODE] (SET UP) កំណត់តម្លៃក្រោយក្បៀស ដឺក្រេ រ៉ាដ្យង់ ទម្រង់ប្រភាគ និងទសភាគ

Math IO ទម្រង់ប្រភាគ Line IO ទម្រង់ទសភាគ

[Abs] សរសេរ ឬ គណនាតម្លៃដាច់ខាត

[x^3] សរសេរ x ស្វ័យគុណ៣

[ALPHA] [x^3] ហៅលេខតគ្នា ពេលបញ្ចូលលេខច្រើន បន្ទាប់មកចុចសញ្ញា [=]

[x^{-1}] គណនាចម្រាស់នៃចំនួនណាមួយ

[SHIFT] [x^{-1}] (x!) គណនាហ្វាក់តូរីយ៉ែល

[$\log_\blacksquare\square$] គណនាលោការីតគោលទូទៅ

[$\frac{\blacksquare}{\square}$] សរសេរ ឬ គណនាប្រភាគ

[SHIFT] [$\frac{\blacksquare}{\square}$] ($\blacksquare\frac{\square}{\square}$) គណនាចំនួនចម្រុះ

[$\sqrt{\blacksquare}$] សរសេរ ឬ បញ្ចូលឫសការេ

[SHIFT] ($\sqrt[3]{\blacksquare}$) សរសេរ ឬ បញ្ចូលឫសគូប (ឫសទី ៣)

[x^2] សរសេរចំនួនដែលមានស្វ័យគុណ២

[SHIFT] [x^2] ([x^3]) សរសេរចំនួនដែលមានស្វ័យគុណ៣

[$x^\blacksquare$] សរសេរស្វ័យគុណទូទៅ

[SHIFT] [$x^\blacksquare$] ($\sqrt[\blacksquare]{\square}$) សរសេរឫសស្វ័យគុណទូទៅ

[log] សរសេរ ឬ គណនាលោការីតគោល ១០

[SHIFT] [log] ($10^\blacksquare$) គណនា និង សរសេរស្វ័យគុណដែលមានគោល ១០

[ln] គណនា និង សរសេរលោការីតគោល e ឬ លោការីតនេពែ

SHIFT ln ($e^{\blacksquare}$)គណនា និង សរសេរស្វ័យគុណដែលមានគោល e

(−) សរសេរចំនួនអវិជ្ជមាន

ALPHA (−) $[A]$សរសេរអក្សរ A

°,,, ធ្វើប្រមាណវិធីលើរង្វាស់មុំ ឬ ម៉ោង

hyp សរសេរនិងគណនាលើអនុគមន៍ អ៊ីពែបូលិក

ALPHA hyp [C] សរសេរអក្សរ C

sin សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ ស៊ីនុស

SHIFT sin ($\sin^{-1}$) សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ច្រាសនៃ ស៊ីនុស(arcsin)

ALPHA sin [D] សរសេរអក្សរ D

cos សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ កូស៊ីនុស

SHIFT cos ($\cos^{-1}$) សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ច្រាសនៃ កូស៊ីនុស(arccos)

tan សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ តង់សង់

SHIFT tan ($\tan^{-1}$) សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ច្រាសនៃ តង់សង់(arctan)

RCL បំលែងពីទសភាគទៅប្រភាគ

SHIFT RCL (STO)រក្សាទុកទិន្នន័យក្នុងម៉ាស៊ីន

ENG សរសេរទៅជាស្វ័យគុណដក

SHIFT ENG ($\leftarrow$)សរសេរទៅជាស្វ័យគុណបូក

(បើកវង់ក្រចក

SHIFT ((%)សរសេរនិងគណនាជាភាគរយ(%)

) បិទវង់ក្រចក

SHIFT) សរសេរក្បៀស

ALPHA) [x]សរសេរអក្សរ x

S⇔D កំណត់លទ្ធផលជាប្រភាគ ឬទសភាគ

SHIFT S⇔D $\left(a\frac{b}{c} \Leftrightarrow \frac{d}{c}\right)$បំលែងពីចំនួនចម្រុះទៅប្រភាគ ឬ ពីប្រភាគទៅចំនួនចម្រុះ

ALPHA S⇔D [y]សរសេរអក្សរ y

M+ ទុកទិន្នន័យបូកពេលក្រោយ

SHIFT M+ $(M-)$ ទុកទិន្នន័យដកពេលក្រោយ

ALPHA M+ (M) សរសេរអក្សរM

SHIFT 9 (CLR)លុបទិន្នន័យទាំងអស់ដែលបានរក្សាទុក

DEL លុបលេខ ឬ អក្សរដែលច្រឡំ

[SHIFT] [DEL] (INS)បន្ថែមស្វ័យគុណ

[AC] លុបទិន្នន័យដែលកំពុងធ្វើ

[SHIFT] [AC] (OFF) បិទម៉ាស៊ីនទាំងស្រុង

[SHIFT] [×] (nPr) គណនាចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពីn ធាតុ

[SHIFT] [÷] (nCr) គណនាបន្សំនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ

[SHIFT] [1] $(STAT)$ គណនានៅក្នុងស្ថិតិ

[SHIFT] [+] (POL) បំលែងពីតម្រុយប៉ូលែ ទៅ តម្រុយកែង

[SHIFT] [−] (REC) បំលែងពី តម្រុយកែងទៅ តម្រុយប៉ូលែ

[SHIFT] [0] (Rnd) រកអថេរចៃដន្យវិជ្ជមាន

[SHIFT] [•] $(Rnd\#)$ រកអថេរចៃដន្យអវិជ្ជមាន

[×10^x] សរសេរចំនួនណាមួយគុណនឹង ១០ស្វ័យគុណ x

[SHIFT] [×10^x] សរសេរចំនួន $\pi(\pi = 3.141592654)$

[ALPHA] [×10^x] សរសេរចំនួន $e(e = 2.178281828)$

[Ans] ហៅចម្លើយមកគណនា

[SHIFT] [Ans] $(DRG \triangleright)$ បំលែងដឺក្រេ ក្រាត និង រ៉ាដ្យង់

ស្វែងយល់អំពីការប្រើប្រាស់គ្រាប់ចុចម៉ាស៊ីន ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx*−991*ES*

នៅលើម៉ាស៊ីនគិតលេខនីមួយៗមានគ្រាប់ចុចជាច្រើនដែលគ្រាប់ចុចខ្លះអាចប្រើតែឯង ខ្លះទៀតអាចប្រើរួមគ្នា :

[ON] បើកម៉ាស៊ីនគិតលេខឱ្យដំណើរការ

[SHIFT] ប្រើជាមួយអក្សរពណ៌ទឹកមាស ឬ អក្សរពណ៌លឿង

[ALPHA] ប្រើជាមួយអក្សរពណ៌ក្រហម

[MODE] ចូលទៅការគណនា ដូចជា

1.*COMP*	2.*CMPLX*
3.*STAT*	4.*BASE – N*
5.*EQN*	6.*MATRIX*
7.*TABLE*	8.*VECTOR*

1-COMP គណនាទូទៅ

2-CMPLX គណនាចំនួនកុំផ្លិច

3-STAT គណនាក្នុងស្ថិតិវិទ្យា

4-BASE-N គណនាប្រព័ន្ធរបាប់

5-EQN ដោះស្រាយសមីការ និង ប្រព័ន្ធសមីការ

6-MATRIX គណនាម៉ាទ្រីស

7-TABLE គណនាដោយប្រើតារាង

8-VECTOR គណនាវ៉ិចទ័រ

[SHIFT] [MODE] (SET UP) កំណត់តម្លៃក្រោយក្បៀស ដឺក្រេ រ៉ាដ្យង់ ទម្រង់ប្រភាគ និងទសភាគ

Math IO ទម្រង់ប្រភាគ Line IO ទម្រង់ទសភាគ

[CALC] គណនា

[SHIFT] [CALC] ដោះស្រាយសមីការ

[ALPHA] [CALC] សរសេរសញ្ញាស្មើ

[∫□] គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់

[SHIFT] [∫□]គណនាដេរីវេមួយអថេរ

[ALPHA] [∫□]សរសេរសញ្ញាចុចពីរ(:)(ហៅលេខតគ្នាពេលបញ្ចូលលេខច្រើន បន្ទាប់មក ចុចសញ្ញា [=])

[x^{-1}] គណនាចម្រាសនៃចំនួនណាមួយ

[SHIFT] [x^{-1}](x!) គណនាហ្វាក់តូរីយ៉ែល

[$\log_{\square}\square$] គណនាលោការីតទូទៅ

[SHIFT] [$\log_{\square}\square$] (Σ) គណនាផលបូកស៊ិចម៉ា

[$\frac{\square}{\square}$] សរសេរ ឬ គណនាប្រភាគ

[SHIFT] [▬/▬] (▬/▬)គណនាចំនួនចម្រុះ

[$\sqrt{\blacksquare}$] សរសេរ ឬ បញ្ចូលឫសការេ

[SHIFT] ($\sqrt[3]{\blacksquare}$) សរសេរ ឬ បញ្ចូលឫសគូប (ឫសទី ៣)

[x^2] សរសេរចំនួនដែលមានស្វ័យគុណ២

[SHIFT] [x^2] ([x^3]) សរសេរចំនួនដែលមានស្វ័យគុណ៣

[$x^{\blacksquare}$] សរសេរស្វ័យគុណទូទៅ

[SHIFT] [$x^{\blacksquare}$] ($\sqrt[\blacksquare]{\square}$) សរសេរឫសស្វ័យគុណទូទៅ

[log] សរសេរ ឬ គណនាលោការីតគោល ១០

[SHIFT] [log] ($10^{\blacksquare}$)គណនា និង សរសេរស្វ័យគុណដែលមានគោល ១០

[ln] គណនា និង សរសេរលោការីតគោល e ឬ លោការីតនេពែ

[SHIFT] [ln] ($e^{\blacksquare}$)គណនា និង សរសេរស្វ័យគុណដែលមានគោល e

[(−)] សរសេរចំនួនអវិជ្ជមាន

[ALPHA] [(−)] [A]សរសេរអក្សរ A

[°'''] ធ្វើប្រមាណវិធីលើរង្វាស់មុំ ឬ ម៉ោង

[hyp] សរសេរនិងគណនាលើអនុគមន៍អ៊ីពែបូលិក

[SHIFT] [hyp] សរសេរនិងគណនាតម្លៃដាច់ខាត

[ALPHA] [hyp] [C] សរសេរអក្សរ C

[sin] សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ស៊ីនុស

[SHIFT] [sin] ($\sin^{-1}$) សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ច្រាសនៃស៊ីនុស(arcsin)

[ALPHA] [sin] [D] សរសេរអក្សរ D

[cos] សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍កូស៊ីនុស

[SHIFT] [cos] ($\cos^{-1}$) សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ច្រាសនៃកូស៊ីនុស(arccos)

[tan] សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍តង់សង់

[SHIFT] [tan] ($\tan^{-1}$) សរសេរនិងគណនាអនុគមន៍ច្រាសនៃតង់សង់(arctan)

[RCL] ហៅទិន្នន័យដែលរក្សាទុកមកប្រើ

[SHIFT] [RCL] (STO)រក្សាទុកទិន្នន័យក្នុងម៉ាស៊ីន

[ENG] សរសេរទៅជាស្វ័យគុណដក

[SHIFT] [ENG] (←)សរសេរទៅជាស្វ័យគុណបូក

[(] បើកវង់ក្រចក

[SHIFT] [(] (%)សរសេរនិងគណនាជាភាគរយ(%)

[)] បិទវង់ក្រចក

[SHIFT] [)] សរសេរក្បៀស

[ALPHA] [)] [x]សរសេរអក្សរ x

[S⇔D] កំណត់លទ្ធផលជាប្រភាគ ឬទសភាគ

[SHIFT] [S⇔D] $\left(a\frac{b}{c} \Leftrightarrow \frac{d}{c}\right)$ បំលែងពីចំនួនចម្រុះទៅប្រភាគ ឬ ពីប្រភាគទៅចំនួនចម្រុះ

[ALPHA] [S⇔D] [y]សរសេរអក្សរ y

[M+] ទុកទិន្នន័យបូកពេលក្រោយ

[SHIFT] [M+] $(M-)$ ទុកទិន្នន័យដកពេលក្រោយ

[ALPHA] [M+] (M) សរសេរអក្សរM

[SHIFT] [7] (CONST)បញ្ចូលចំនួនថេរចន្លោះពី ០១ដល់៤០តាងឱ្យខ្នាតនីមួយៗ

[SHIFT] [8] (CONV)បំលែងខ្នាតទៅតាមតម្លៃលេខពី០១ដល់៤០

[SHIFT] [9] (CLR)លុបទិន្នន័យទាំងអស់ដែលបានរក្សាទុក

[DEL] លុបលេខ ឬ អក្សរដែលច្រឡំ

[SHIFT] [DEL] (INS)បន្ថែមស្វ័យគុណ

[AC] លុបទិន្នន័យដែលកំពុងធ្វើ

[SHIFT] [AC] (OFF) បិទម៉ាស៊ីនទាំងស្រុង

[SHIFT] [4] (MATRIX)គណនាម៉ាទ្រីស

[SHIFT] [5] (VECTOR)គណនាវ៉ិចទ័រ

[SHIFT] [×] (nPr) គណនាចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពីn ធាតុ

[SHIFT] [÷] (nCr) គណនាបន្សំនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ

[SHIFT] [1] $(STAT)$ គណនានៅក្នុងស្ថិតិ

[SHIFT] [2] $(CMPLX)$ គណនាចំនួនកុំផ្លិច

[SHIFT] [3] $(BASE)$ គណនាប្រព័ន្ធរបាប់

[SHIFT] [+] (POL) បំលែងពីតម្រុយប៉ូលែ ទៅ តម្រុយកែង

[SHIFT] [−] (REC) បំលែងពី តម្រុយកែងទៅ តម្រុយប៉ូលែ

[SHIFT] [0] (Rnd) រកអថេរចៃដន្យវិជ្ជមាន

[SHIFT] [·] $(Rnd\#)$ រកអថេរចៃដន្យអវិជ្ជមាន

[×10ˣ] សរសេរចំនួនមួយគុណនិង ១០ស្វ័យគុណ x

[SHIFT] [×10ˣ] សរសេរចំនួន $\pi(\pi = 3.141592654)$

[ALPHA] [×10ˣ] សរសេរចំនួន $e(e = 2.178281828)$

[Ans] ហៅចម្លើយមកគណនា

[SHIFT] [Ans] $(DRG\triangleright)$ បំលែងដឺក្រេ ក្រាត និង រ៉ាដ្យង់

ជំពូក ១ លីមីត

មេរៀនទី ១ លីមីតនៃអនុគមន៍

មេរៀនសង្ខេប

១. លីមីតនៃអនុគមន៍ត្រង់ចំនួនកំណត់

- អនុគមន៍ f មានលីមីត L កាលណា x ខិតជិត a បើគ្រប់ចំនួន $\varepsilon>0$ មានចំនួន $\delta>0$ ដែល $0<|x-a|<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$ ។ គេសរសេរ $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$
- អនុគមន៍ f ខិតជិត $+\infty$ (ឬ $-\infty$) កាលណា x ខិតជិត a បើចំពោះគ្រប់ចំនួន $M>0$ មានចំនួន $\delta>0$ ដែល $0<|x-a|<\delta \Rightarrow f(x)>M$ (ឬ $f(x)<-M$) ។ គេសរសេរ $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ ឬ $\lim\limits_{x\to a} f(x)=-\infty$

២. លីមីតនៃអនុគមន៍ត្រង់អនន្ត

- អនុគមន៍ f មានលីមីត L កាលណា x ខិតជិត $+\infty$ (ឬ $-\infty$) បើចំពោះគ្រប់ចំនួន $M>0$ គេអាចរក $N>0$ ដែល $x>N$ ឬ $x<-N \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$ ។ គេសរសេរ $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=L$ ឬ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=L$
- អនុគមន៍ f មានលីមីត $+\infty$ កាលណា x ខិតជិត $+\infty$ បើចំពោះគ្រប់ចំនួន $M>0$ មាន $N>0$ ដែល $x>N \Rightarrow f(x)>M$ ។ គេសរសេរ $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$
- អនុគមន៍ f មានលីមីត $+\infty$ កាលណា x ខិតជិត $-\infty$ បើចំពោះគ្រប់ចំនួន $M>0$ មាន $N>0$ ដែល $x<-N \Rightarrow f(x)>M$ ។ គេសរសេរ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=+\infty$

៣. ប្រមាណវិធីលើលីមីត

បើ $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L; \lim\limits_{x\to a} g(x)=M$ និង $\lim\limits_{x\to a} h(x)=N$ ហើយ $L;M;N$ ជាចំនួនពិត

គេបាន :

ក . $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\pm g(x)\right]=L\pm M$ (a អាចជាចំនួនកំណត់ ឬ អនន្ត)

ខ . $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)+g(x)-h(x)\right]=L+M-N$

គ . $\lim\limits_{x\to a} kf(x)=kL$ ដែល k ជាចំនួនថេរ

ឃ . $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\cdot g(x)\cdot h(x)\right]=L\cdot M\cdot N$

ង . $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{L}{M}$ ដែល $M\neq 0$, $g(x)\neq 0$

ច . $\lim_{x\to a}\left[f(x)\right]^n = L^n$ ដែល n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន

៤. លីមីតនៃអនុគមន៍អសនិទាន

- $\lim_{x\to a}\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ ចំពោះ $a \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$
- $\lim_{x\to a}\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ ចំពោះ $a < 0$, n ជាចំនួនគត់សេស
- $\lim_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L} = L^{\frac{1}{n}}$

  បើ $L > 0$ និង n ជាចំនួនគត់គូ

  បើ $L \leq 0$ និង n ជាចំនួនគត់សេស

៥. លីមីតនៃអនុគមន៍បណ្ដាក់

និយមន័យ : f និង g ជាអនុគមន៍ពីរ ។អនុគមន៍បណ្ដាក់នៃអនុគមន៍ f និង g ដែលតាងដោយ $g\circ f$ គឺជាអនុគមន៍ដែលកំណត់ដោយ $g\circ f(x) = g\left(f(x)\right)$ ។

លីមីត : បើ f និង g ជាអនុគមន៍ដែលមានលីមីត $\lim_{x\to a} f(x) = L$ និង $\lim_{x\to L} f(x) = f(L)$

នោះ $\lim_{x\to a} f\left[g(x)\right] = f(L)$

៦. លីមីតមានរាងមិនកំណត់

ក . លីមីតដែលមានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$

វិធាន : ដើម្បីគណនាលីមីតដែលមានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$ គេត្រូវបំបែកភាគយកនិងភាគបែងជាផលគុណកត្តា ហើយសម្រួលកត្តារួម រួចគណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ថ្មី ។

ខ . លីមីតដែលមានរាងមិនកំណត់ $\frac{\infty}{\infty}$

វិធាន : ដើម្បីគណនាលីមីតដែលមានរាងមិនកំណត់ $\frac{\infty}{\infty}$ គេត្រូវដាក់ស្វ័យគុណដែលមានដឺក្រេធំជាងគេនៅភាគយកនិងភាគបែងជាកត្តារួម ហើយសម្រួលកត្តារួម រួចគណនាលីមីតនៃប្រភាគថ្មី ។

គ . លីមីតដែលមានរាងមិនកំណត់ $+\infty - \infty$

វិធាន : ដើម្បីគណនាលីមីតដែលមានរាងមិនកំណត់ $+\infty - \infty$ គេត្រូវដាក់ស្វ័យគុណដែលមានដឺក្រេធំជាងគេជាកត្តារួម ហើយគណនាលីមីតនៃប្រភាគថ្មី ។

៧. លីមីតនៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

បើ a ជាចំនួនពិតស្ថិតក្នុងដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រដែលឱ្យ

គេបាន $\lim_{x\to a}\sin x = \sin a; \lim_{x\to a}\cos x = \cos a; \lim_{x\to a}\tan x = \tan a$

វិធាន : បើ x ជារង្វាស់មុំ ឬ ធ្នូគិតជារ៉ាដ្យង់នោះគេបាន :

ក . $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$ ខ . $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x} = 0$

៨. លីមីតនៃអនុគមន៍អ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

$$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty \quad , \qquad \lim_{x\to-\infty} e^x = 0 \quad , \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

បើ n នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^n}{e^x} = 0$

៩. លីមីតនៃអនុគមន៍លោការីតនេពែ

$$\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty \ ; \qquad \lim_{x\to0^+} \ln x = -\infty \ ; \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$\lim\limits_{x\to0^+} x\ln x = 0$; $\lim\limits_{x\to0^+} x^n \ln x = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0$ បើ $n \geq 0$

លំហាត់គំរូទី ១: f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x)=2+5x$ ។គេដឹងថា $\lim\limits_{x\to-2}(2+5x)=-8$

រកចំនួន $\alpha>0$ ដោយស្គាល់ចំនួន $\varepsilon=0.002$ ដែល $0<|x-2|<\alpha \Rightarrow |f(x)-(-8)|<\varepsilon$ ។

ចម្លើយ

គេមាន $|f(x)-(-8)|<0.002$

$|2+5x+8|<0.002$

$|10+5x|<0.002$

$5|2+x|<0.002$

$|2+x|<\dfrac{0.002}{5}$

$|x+2|<0.0004=\alpha$

ដូចនេះ $\alpha=0.0004$

លំហាត់គំរូទី ២: គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$ ។

បង្ហាញថា $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$ ។

ចម្លើយ

គេមាន $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}=2+\dfrac{3}{x-1}$

កំណត់ចំនួន $M>0$ ដែល $f(x)>M$

ដើម្បីឱ្យ $f(x)>M$ យើងគ្រាន់តែឱ្យ $\dfrac{3}{x-1}>M$

$\dfrac{3}{x-1}>M$ និង $x>1$ នាំឱ្យ $0<|x-1|<\dfrac{3}{M}$ ឬ $1<x<\dfrac{3}{M}+1$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $M>0$ មាន $\alpha=\dfrac{3}{M}>0$ ដែល $0<|x-1|<\alpha$

នាំឱ្យ $f(x)>M$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$

ប្រតិបត្តិ : ដោយប្រើនិយមន័យចូរបង្ហាញ :

ក . $\lim\limits_{x\to5}\sqrt{x}=\sqrt{5}$ ខ . $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{1}{x}=-\infty$

លំហាត់គំរូទី ៣ : គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{4x+1}{2x+1}$ ។

បង្ហាញថា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ និង $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$

ចម្លើយ

បង្ហាញថា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

ដើម្បីគណនាតម្លៃលេខនៃអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{4x+1}{2x+1}$ ចំពោះ x ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{4x+1}{2x+1}$

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [4] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [2] [ALPHA] [)] [+] [1]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

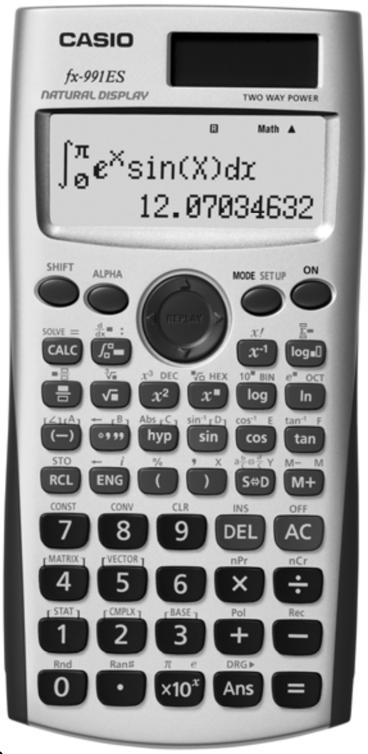
យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

គេបានតារាង :

x	$\frac{4x+1}{2x+1}$
10	1.952380
100	1.995024
1 000	1.999500
10 000	1.999950
100 000	1.999995
1 000 000	1.9999995
10 000 000	1.99999995
100 000 000	1.999999995
1 000 000 000	2



តាមតារាង គេបាន $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$

បង្ហាញថា $\lim_{x\to-\infty} f(x)=2$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\frac{4x+1}{2x+1}$ ចំពោះ x ស្មើ

-10 , -100 , -1 000 , -10 000 ,-100 000 , -1 000 000 , -10 000 000 ,…

ដោយប្រើអនុគមន៍ចាស់ដដែល

យើងគណនា [◀] [CALC] [−] [1] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [−] [1] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [−] [1] [0] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [−] [1] [0] [0] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [−] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [−] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 =

គេបានតារាង :

x	$\frac{4x+1}{2x+1}$
-10	2.052631
-100	2.005025
-1 000	2.000500
-10 000	2.000050
-100 000	2.000005
-1 000 000	2.0000005
-10 000 000	2.00000005
-100 000 000	2.000000005
-1 000 000 000	2.000000001
-10 000 000 000	2

តាមតារាង គេបាន $\lim_{x\to-\infty} f(x)=2$

ប្រតិបត្តិ : បង្ហាញថា ក . $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+3}{x+3}=2$ ខ . $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-x^2}{3x+6}=-\infty$

លំហាត់គំរូទី ៤: គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim_{x\to-1}\left(3x^2-4x+8\right)$ ខ . $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$

ចម្លើយ

ក . $\lim_{x\to-1}\left(3x^2-4x+8\right)=3(-1)^2-4(-1)+8$

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

3 × (− 1) x² − 4 (− 1) + 8 = 15

គេបាន $\lim_{x\to-1}\left(3x^2-4x+8\right)=15$

ខ . $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$

ដោយតម្លៃ $x=1$ កន្សោម $\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ មានរាងមិនកំណត់

យើងគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ ចំពោះតម្លៃ x ស្មើ

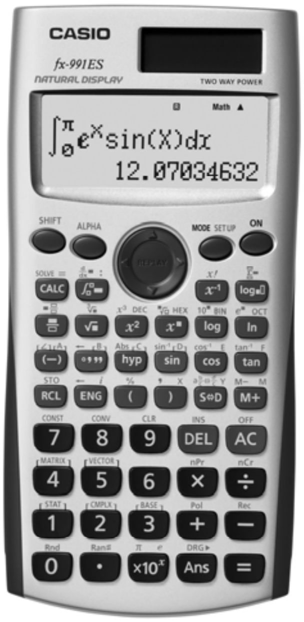
0.9 ; 0.99 ; 0.999 ; 0.9999 ; 0.99999 ; 0.999999 ; 0.9999999 ; ....

ចុច MODE 1

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ ដោយចុច

ALPHA S⇔D ALPHA CALC ▭ ALPHA) x² − 1 ▶

បន្ត ALPHA) x² − 3 ALPHA) + 2



យើងគណនា [CALC] [0] [•] [9] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [9] [9] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [9] [9] [9] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

គេបានតារាង :

x	$\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$
0.9	-1.727272
0.99	-1.970297
0.999	-1.997002
0.9999	-1.999700
0.99999	-1.99997
0.999999	-1.999997
0.9999999	-1.9999999
0.99999999	-2
0.999999999	-2

គេបាន $\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}=-2$

ដូចគ្នាដែរ យើងគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ ចំពោះតម្លៃ x ស្មើ

1.1 ; 1.01 ; 1.001 ; 1.0001 ; 1.00001 ; 1.000001 ; 1.0000001 ; ....

គេបាន $\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}=-2$

ដូចនេះ $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}=-2$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim_{x\to 1}\frac{x^{12}-5x^4+4}{x-1}$ ខ . $\lim_{x\to -1}\frac{x^{30}+5x^7+4}{x+1}$

លំហាត់គំរូទី ៥ : គណនាលីមីត :

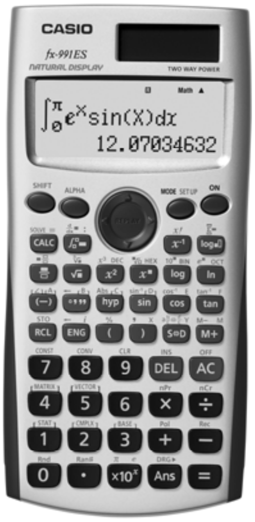
ក . $\lim_{x\to 4}\sqrt[3]{\frac{x+4}{-7x+1}}$ ខ . $\lim_{x\to 2}\sqrt{\frac{x^3+2x+3}{x^2+5}}$

ចម្លើយ

ក . $\lim_{x\to4}\sqrt[3]{\frac{x+4}{-7x+1}}$

ដោយលីមីតខាងលើមានរាងកំណត់ នោះយើងជំនួសតម្លៃ $x=4$ ក្នុង $f(x)=\sqrt[3]{\frac{x+4}{-7x+1}}$

ចុច MODE 1



សរសេរអនុគមន៍ $y=\sqrt[3]{\frac{x+4}{-7x+1}}$ ដោយចុច

ALPHA S⇔D ALPHA CALC SHIFT √ ▭/▭ ALPHA) + 4 ▶

− 7 ALPHA) + 1

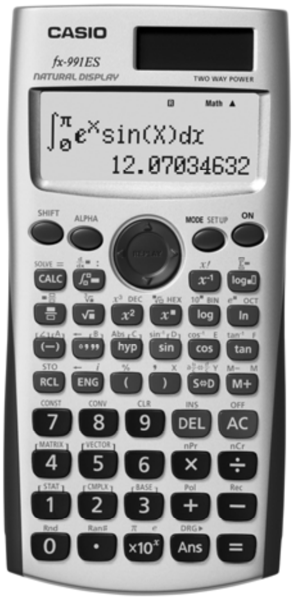
យើងគណនា CALC 4 = $-\frac{2}{3}$

ដូចនេះ $\lim_{x\to4}\sqrt[3]{\frac{x+4}{-7x+1}}=-\frac{2}{3}$

ខ . $\lim_{x\to2}\sqrt{\frac{x^3+2x+3}{x^2+5}}$

ដោយលីមីតខាងលើមានរាងកំណត់ នោះយើងជំនួសតម្លៃ $x=2$ ក្នុង $f(x)=\sqrt{\frac{x^3+2x+3}{x^2+5}}$

ចុច MODE 1



សរសេរអនុគមន៍ $y=\sqrt{\frac{x^3+2x+3}{x^2+5}}$ ដោយចុច

ALPHA S⇔D ALPHA CALC √ ▭/▭ ALPHA) SHIFT x^2 + 2 ALPHA) +

3 ▶ ALPHA) x^2 + 5

យើងគណនា CALC 2 = $\frac{\sqrt{15}}{3}$

ដូចនេះ $\lim_{x\to2}\sqrt{\frac{x^3+2x+3}{x^2+5}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim_{x\to4}\sqrt{\frac{x^2-3x+4}{2x^2-x-1}}$ ខ . $\lim_{x\to-3}\sqrt{\frac{x^2-9}{2x^2+7x+3}}$

លំហាត់គំរូទី ៦ : គណនាលីមីត :

ក . $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{2x-3}{x+2}}$ ខ . $\lim_{x\to2^-}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$

ចម្លើយ

ក . $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{2x-3}{x+2}}$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

ដើម្បីគណនាតម្លៃលេខនៃអនុគមន៍ $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x-3}{x+2}}$ ចំពោះ x ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច MODE 1

សរសេរអនុគមន៍ $y=\sqrt{\dfrac{2x-3}{x+2}}$ ដោយចុច

ALPHA S⇔D ALPHA CALC √■ ▭ 2 ALPHA) − 3 ▶ ALPHA) + 2

យើងគណនា CALC 1 0 = S⇔D

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 =

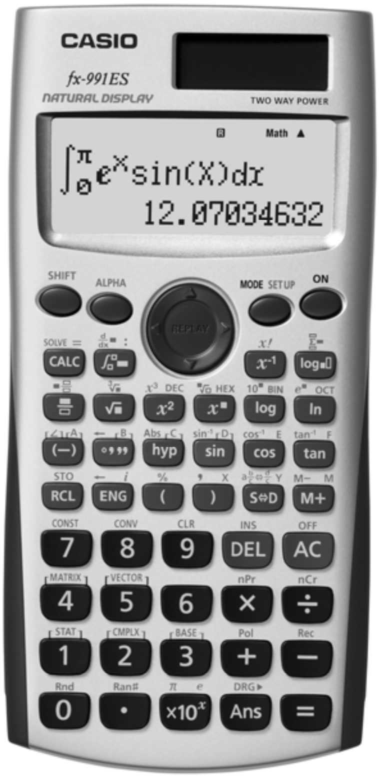
យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 =

គេបានតារាង :

x	$\sqrt{\dfrac{2x-3}{x+2}}$
10	1.190238
100	1.389738
1 000	1.411741
10 000	1.413966
100 000	1.414188
1 000 000	1.414211
10 000 000	1.414213
100 000 000	1.414213
1 000 000 000	1.414213



តាមតារាង គេបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1.414213\approx\sqrt{2}$

ខ . $\lim\limits_{x\to2^-}\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)$

ដោយតម្លៃ $x=2$ កន្សោម $\dfrac{x+1}{x-2}$ គ្មានន័យ

យើងគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $\dfrac{x+1}{x-2}$ ចំពោះតម្លៃ x ស្មើ

1.9 ; 1.99 ; 1.999 ; 1.9999 ; 1.99999 ; 1.999999 ; 1.9999999 ; ....

យើងចុច MODE 1 រួច

សរសេរអនុគមន៍ $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ ដោយចុច

ALPHA S⇔D ALPHA CALC ▭ ALPHA) + 1 ▶ ALPHA) − 2

យើងគណនា CALC 1 • 9 =

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

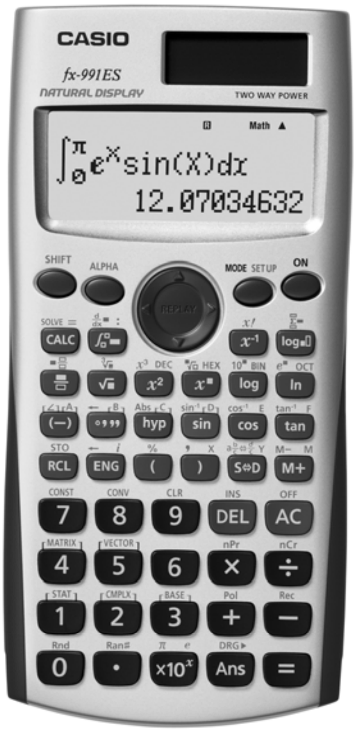
យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [9] [=]

គេបានតារាង :

x	$\frac{x+1}{x-2}$
1.9	-29
1.99	-299
1.999	-2 999
1.9999	-29 999
1.99999	-299 999
1.999999	-2 999 999
1.9999999	-29 999 999
1.99999999	-299 999 999
1.999999999	-2 999 999 999



គេបាន ពេល x ខិតជិត 2 នោះ $\frac{x+1}{x-2}$ ខិតជិត $-\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to 2^-}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)=-\infty$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim_{x\to -4}\sqrt[3]{3x+4}$ ខ . $\lim_{x\to 5}\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+2}}$

លំហាត់គំរូទី ៧ : គណនាលីមីតខាងក្រោម $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}$

ចម្លើយ

$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}$ មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$

យើងគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $\frac{x^3-8}{x-2}$ ចំពោះតម្លៃ x ស្មើ

1.9 ; 1.99 ; 1.999 ; 1.9999 ; 1.99999 ; 1.999999 ; 1.9999999 ; ....

ចុច [MODE] [1] រួច

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{x^3-8}{x-2}$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [□/□] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x²] [−] [8] [▶] [ALPHA] [)] [−] [2]

យើងគណនា [CALC] [1] [·] [9] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [·] [9] [9] [=]

យើងគណនា ◀ CALC 1 • 9 9 9 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 • 9 9 9 9 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 • 9 9 9 9 9 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 • 9 9 9 9 9 9 =

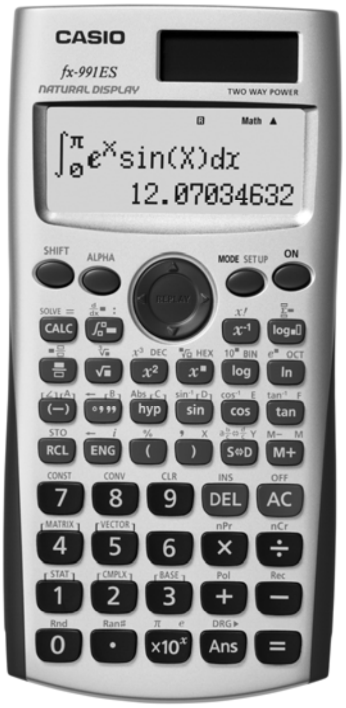
យើងគណនា ◀ CALC 1 • 9 9 9 9 9 9 9 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 • 9 9 9 9 9 9 9 9 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 • 9 9 9 9 9 9 9 9 9 =

គេបានតារាង :

x	$\dfrac{x^3-8}{x-2}$
1.9	11.41
1.99	11.9401
1.999	11.994001
1.9999	11.999400
1.99999	11.99994
1.999999	11.999994
1.9999999	12
1.99999999	12
1.999999999	12



គេបាន ពេល x ខិតជិត 2 នោះ $\dfrac{x^3-8}{x-2}$ ខិតជិត12

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2}=12$

ប្រតិបត្តិ: គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ ខ . $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}$ គ. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{6x^2-5x+1}$

លំហាត់គំរូទី ៨ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$ ខ . $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}$

ចម្លើយ

ក . $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$ មានរាងមិនកំណត់ $\dfrac{\infty}{\infty}$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\dfrac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$ ចំពោះ x ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច MODE 1 រួច

សរសេរអនុគមន៍ $y=\dfrac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$ ដោយចុច

ALPHA S⇔D ALPHA CALC ▭ ALPHA) SHIFT x² + ALPHA) ▶

[ALPHA] [)] [$x^{■}$] [4] [▶] [−] [3] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [1]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

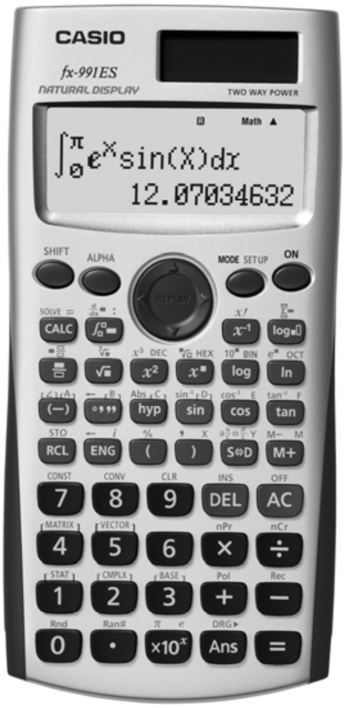
យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]



គេបានតារាង :

x	$\dfrac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$
10	0.104112
100	0.010004
1 000	1.000004×10^{-3}
10 000	1.00000004×10^{-4}
100 000	1×10^{-5}
1 000 000	1×10^{-6}
10 000 000	1×10^{-7}
100 000 000	1×10^{-8}
1 000 000 000	1×10^{-9}

តាមតារាង គេបាន ពេល x ខិតជិត $+\infty$ នោះ $\dfrac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$ ខិតជិត 0

គេបាន $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}=0$

ខ . $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}$ មានរាងមិនកំណត់ $\dfrac{\infty}{\infty}$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}$ ចំពោះ x ស្មើ

-10 , -100 , -1 000 , -10 000 ,-100 000 , -1 000 000 , -10 000 000 ,…

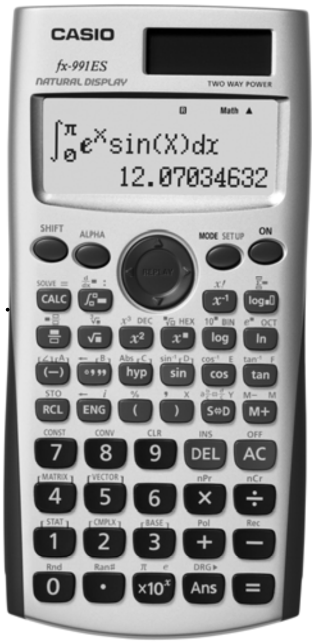
ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [√▭] [ALPHA] [)] [x^2] [−] [2] [ALPHA] [)] [+] [3]

[▶] [▶] [ALPHA] [)] [+] [5]

យើងគណនា [CALC] [−] [1] [0] [=]



យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC − 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 =

គេបានតារាង

x	$\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}$
-10	-2.218110
-100	-1.063262
-1 000	-1.006031
-10 000	-1.000600
-100 000	-1.000060
-1 000 000	-1.000006
-10 000 000	-1.0000006
-100 000 000	-1.00000006
-1 000 000 000	-1.000000006

តាមតារាង គេបាន ពេល x ខិតជិត $-\infty$ នោះ $\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}$ ខិតជិត -1

គេបាន $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}=-1$

ប្រតិបត្តិ: គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^4-5x}{x^2-3x+1}$ ខ. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x^4}$

លំហាត់គំរូទី ៩ : គណនាលីមីត : $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}-x+1$

ចម្លើយ

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}-x+1$ មានរាងមិនកំណត់ $+\infty-\infty$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\sqrt{x^2+x}-x+1$ ចំពោះ x ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច MODE 1

សរសេរអនុគមន៍ $y=\sqrt{x^2+x}-x+1$ ដោយចុច

ALPHA S⇔D ALPHA CALC √■ ALPHA) x² + ALPHA) ▶ − ALPHA) + 1

យើងគណនា CALC 1 0 = S⇔D

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 =

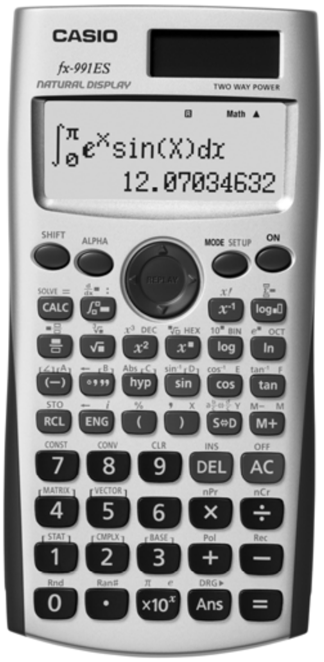
យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 =



គេបានតារាង :

x	$\sqrt{x^2+x}-x+1$
10	1.488088
100	1.498756
1 000	1.499875
10 000	1.499987
100 000	1.4999987
1 000 000	1.49999987
10 000 000	1.5
100 000 000	1.5
1 000 000 000	1.5

តាមតារាង គេបាន ពេល x ខិតជិត $+\infty$ នោះ $\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x+5}$ ខិតជិត $1.5=\frac{3}{2}$

គេបាន $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}-x+1=\frac{3}{2}$

ប្រតិបត្តិ: គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$ ខ. $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^3+x}-\sqrt[3]{x^2+2}\right)$

លំហាត់គំរូទី ១០ : គណនាលីមីត

ក . $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}$ ខ . $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$

ចម្លើយ

ក . $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}$ មានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\frac{1-\cos x}{x^2}$ ចំពោះ x ស្មើ

0.1 , 0.01 , 0.001 , 0.0001 ,0.00001 , 0.000001 , 0.0000001 ,…

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{1-\cos x}{x^2}$

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [1] [−] [cos] [ALPHA] [)] [)] [▶] [ALPHA] [)] [x^2]

យើងគណនា [CALC] [0] [.] [1] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [0] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [0] [0] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [.] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [1] [=]

គេបានតារាង :

x	$\dfrac{1-\cos x}{x^2}$
0.1	0.499583
0.01	0.499995
0.001	0.499999
0.0001	0.5
0.00001	0.5
0.000001	0.5

តាមតារាង គេបាន ពេល x ខិតជិត 0 នោះ $\dfrac{1-\cos x}{x^2}$ ខិតជិត $0.5=\dfrac{1}{2}$

គេបាន $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=0.5$

ខ . $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$ មានរាង $\dfrac{0}{0}$

តាង $t=x-\dfrac{\pi}{2}$ នោះ $x=t+\dfrac{\pi}{2}$ ពេល $x\to\dfrac{\pi}{2}$ នោះ $t\to 0$

គេបាន $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}=\lim_{t\to 0}\frac{\cos\left(t+\frac{\pi}{2}\right)}{t}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x-\sin x}{\cos 2x}$ ខ . $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sin 3x}$ គ . $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$

លំហាត់គំរូទី ១១ : គណនាលីមីត :

ក . $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(x^3+x\right)e^{-x}$ ខ . $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2e^x-1}{x^2+x-3}\right)$

ចម្លើយ

ក . $\lim_{x\to+\infty}\left(x^3+x\right)e^{-x}$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* - *991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\left(x^3+x\right)e^{-x}$ ចំពោះ x ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\left(x^3+x\right)e^{-x}$ ដោយចុច

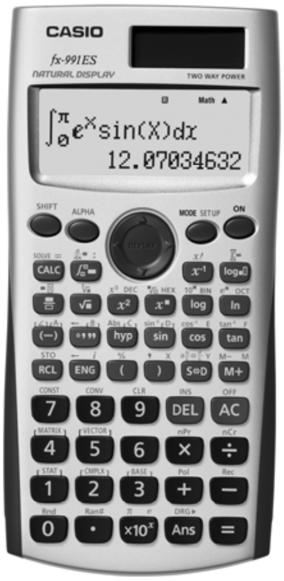
[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [(] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x^2] [+] [ALPHA] [)] [)] [SHIFT] [ln] [−] [ALPHA] [)]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]



គេបានតារាង :

x	$\left(x^3+x\right)e^{-x}$
10	0.045853
100	3.720447×10^{-38}
1 000	0
10 000	0

តាមតារាង គេបាន ពេល x ខិតជិត $+\infty$ នោះ $\left(x^3+x\right)e^{-x}$ ខិតជិត 0

គេបាន $\lim_{x\to+\infty}\left(x^3+x\right)e^{-x}=0$

ខ . $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2e^x-1}{x^2+x-3}\right)$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* - *991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\frac{2e^x-1}{x^2+x-3}$ ចំពោះ x ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{2e^x-1}{x^2+x-3}$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [2] [SHIFT] [ln] [ALPHA] [)] [▶] [−] [1] [▶]

[ALPHA] [)] [x^2] [+] [ALPHA] [)] [−] [3]

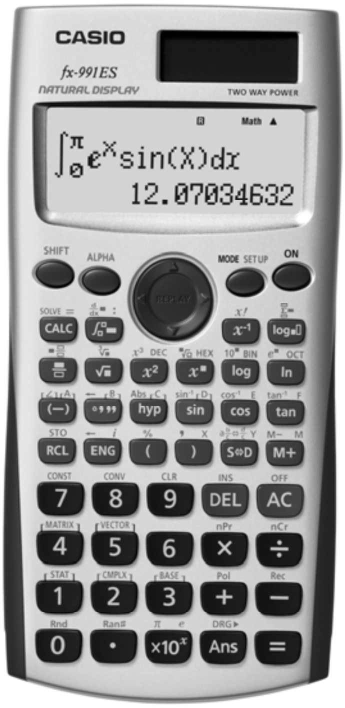
យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

គេបានតារាង :



x	$\dfrac{2e^x-1}{x^2+x-3}$
10	411.700295
100	5.324585×10^{39}

តាមតារាង គេបាន ពេល x ខិតជិត $+\infty$ នោះ $\dfrac{2e^x-1}{x^2+x-3}$ ខិតជិត $+\infty$

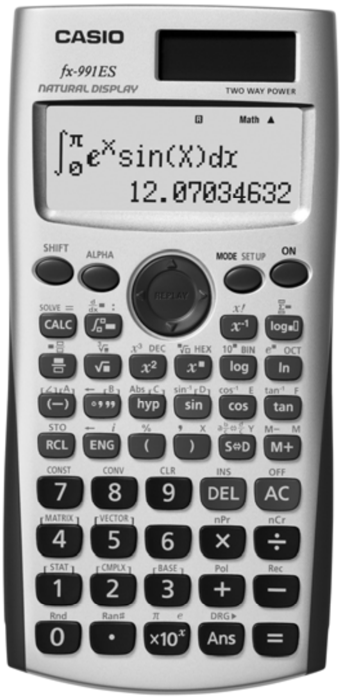
គេបាន $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2e^x-1}{x^2+x-3}=+\infty$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{e^x-1}$ ខ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xe^x+2}{x^2-1}$ គ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-2+xe^x\right)$

លំហាត់គំរូទី ១២ : គណនាលីមីត : ក . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+3+\ln x\right)$ ខ . $\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+2-\ln x\right)$

ចម្លើយ



ក . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+3+\ln x\right)$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $x^2+3+\ln x$ ចំពោះ x ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=x^2+3+\ln x$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [ALPHA] [)] [x²] [+] [3] [+] [ln] [ALPHA] [)] [)]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

គេបានតារាង :

x	$x^2+3+\ln x$
10	105.302585
100	10 007.6051
1 000	1 000 009.908
10 000	1 000 000 012
100 000	$1.000\,000\,001\times10^{10}$

តាមតារាង គេបាន ពេល x ខិតជិត $+\infty$ នោះ $x^2+3+\ln x$ ខិតជិត $+\infty$

គេបាន $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2+3+\ln x=+\infty$

ខ . $\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+2-\ln x\right)$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx - 991* ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $x+2-\ln x$ ចំពោះ x ស្មើ

0.1 , 0.01 , 0.001 , 0.0001 ,0.00001 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=x+2-\ln x$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [ALPHA] [)] [+] [2] [−] [ln] [ALPHA] [)] [)]

យើងគណនា [CALC] [0] [•] [1] [=]

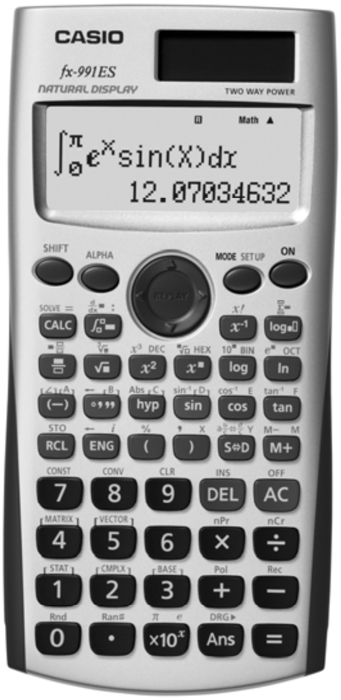
យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [0] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [0] [0] [0] [0] [1] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [0] [•] [0] [0] [0] [0] [0] [1] [=]



គេបានតារាង :

x	$x+2-\ln x$
0.1	4.402585
0.01	6.615170
0.001	8.908755
0.0001	11.21044
0.00001	13.51293
0.000001	15.81551

តាមតារាង គេបាន ពេល x ខិតជិត 0^+ នោះ $x+2-\ln x$ ខិតជិត $+\infty$

គេបាន $\lim_{x\to 0^+}(x+2-\ln x)=+\infty$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x^2+x}\right)$ ខ . $\lim_{x\to 1}\left[x\ln\left(4-3x-x^2\right)\right]$ គ . $\lim_{x\to-\infty}\ln\left(e^x+1\right)$

លំហាត់

១ . គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{3}{e^x+1}\right)$ ខ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3}{e^x+1}\right)$ គ . $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(xe^x-2+x\right)$

ឃ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^x-4+x\right)$ ង . $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{e^x-1}$ ច . $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{e^x-1}$

ឆ . $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^x-x^2+1\right)$ ជ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+x\right)e^{-x}$ ឈ . $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{-x+2}$

២ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+x+3+\ln x\right)$ ខ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+2-\ln x\right)$ គ . $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x}-2\ln x\right)$

ឃ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-x-1-\ln x\right)$ ង . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln\left(\ln x-3\right)\right]$ ច . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+1}{\ln x}\right)$

៣ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោមដែលមានរាង: $\dfrac{0}{0}$

ក . $\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\left(\dfrac{x^2-2}{x+\sqrt{2}}\right)$; ខ . $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{x^3-8}{x-2}\right)$; គ . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+3x-4}{3x-3}$

ឃ . $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-2x^2+4x-8}{x^2-5x+6}$; ង . $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(2+x)^2-4}{x}$; ច . $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(2+x)^3-8}{x}$

ឆ . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3+3x-4}{x^4-1}$; ជ . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^9+3x^4-4}{x^6-2x+1}$; ឈ . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^{2008}-1}{x-1}$

៤ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោមដែលមានរាង: $\dfrac{0}{0}$

ក . $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{3x}$; ខ . $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{1-x}-2}{x+3}$; គ . $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{4x+1}-3}$

ឃ . $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{2x-1}-3}$; ង . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{5x-1}-\sqrt{3x+1}}{\sqrt{8x+1}-\sqrt{5x+4}}$; ច . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{3\sqrt{x}-3}$

ឆ . $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-9}{x^2-4}$; ជ . $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt[3]{x+3}-2}{\sqrt{x-1}-2}$; ឈ . $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt[3]{x+3}-2}{\sqrt{x-4}-1}$

ញ . $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$; ដ . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1-\sqrt[2007]{x}}{x-1}$;ឋ . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{7x+1}+\sqrt{3x+1}-4}{x-1}$

៥ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោមដែលមានរាង: $\dfrac{\infty}{\infty}$

ក . $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{x+5}$; ខ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}}{\sqrt{x+1}}$; គ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^2+7x+3}{2x^3+7x-9}$

ឃ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^5+4x+5}{x^3+5}$; ង . $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|1-x|}{\sqrt{x^2-3x+4}}$; ច . $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x}}$

៦ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{4-x}$; ខ. $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{\sqrt{x-3}}{2-\sqrt{x+1}}$; គ . $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

ឃ. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{25-x}{\sqrt{x-4}-1}$; ច. $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{2}}{x^2-1}$; ឆ. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{2}}{x^2-1}$

ជ . $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$; ឈ. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$

៧ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\dfrac{2\sin x-1}{6x-\pi}$; ខ. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin \pi x}{x-1}$; គ . $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\cos x+1}{x-\pi}$

ឃ. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\tan \pi x}{x+2}$; ង. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\dfrac{2\sin^2 x-1}{4x-\pi}$; ច. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x-\cos x}{x-\frac{\pi}{4}}$

៨ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $\lim\limits_{x\to +\infty} x\sin\dfrac{1}{x}$; ខ. $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sin 2x}{x}$; គ . $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin ax}{\sin bx}$

៩ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $\lim\limits_{x\to -\infty} x\left(\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}-1\right)$; ខ. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\sin\dfrac{\sqrt{1+2\cos x}-1}{\cos x}$; គ. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-1}{x}$

១០ . គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x}{2-\cos x}$; ខ. $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x}{2-\cos x}$; គ . $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+\cos x}{2-\cos x}$; ឃ. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2-\cos x}{x^2}$

មេរៀនទី

២ លីមីតនៃស្វ៊ីត

មេរៀនសង្ខេប

ប្រមាណវិធីលើលីមីតស្វ៊ីត

គេមានស្វ៊ីត (a_n) និង (b_n) ដែលមានលីមីត $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = M$ និង $\lim\limits_{n\to+\infty} b_n = N$ ។ គេបាន:

ក. $\lim\limits_{n\to+\infty} ka_n = kM$ ដែល k ជាចំនួនថេរ ។

ខ. $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_n+b_n) = M+N$, $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_n-b_n) = M-N$

គ. $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_nb_n) = MN$, បើ $N\neq 0$ នោះ $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{a_n}{b_n} = \dfrac{M}{N}$

លីមីតស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្ត

ក. បើ $r>1$ នោះ $\lim\limits_{n\to+\infty} r^n = +\infty$ ហើយ (r^n) ជាស្វ៊ីតរីកទៅរក $+\infty$

ខ. បើ $r=1$ នោះ (r^n) ជាស្វ៊ីតថេរហើយ $\lim\limits_{n\to+\infty} r^n = 1$

គ. បើ $r=0$ នោះ (r^n) ជាស្វ៊ីតថេរហើយ $\lim\limits_{n\to+\infty} r^n = 0$

បើ $0<|r|<1$ នោះ $\lim\limits_{n\to+\infty} r^n = 0$ ហើយ (r^n) ជាស្វ៊ីតរួមទៅរក 0

ឃ. បើ $r\leq -1$ នោះស្វ៊ីត (r^n) ជាស្វ៊ីតឆ្លាស់ ហើយកាលណា $n\to+\infty$ គេមិនអាចកំណត់លីមីតនៃ(r^n) បានទេ ។

ស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្តដែលរួម : ស្វ៊ីត (r^n) រួម $\Leftrightarrow -1<r\leq 1$ ។

ស៊េរីរួម និងស៊េរីរីក

ក. បើស៊េរី $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ ជាស៊េរីរួម នោះ $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$

ខ. បើស្វ៊ីត (a_n) មិនរួមរក 0 នោះ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ ជាស៊េរីរីក ។

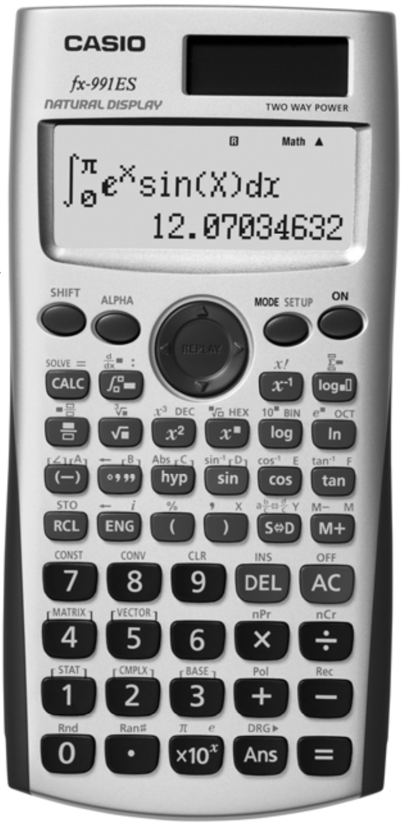
ភាពរួម និងរីក នៃស៊េរីធរណីមាត្រអនន្ត

គ្រប់ស៊េរីធរណីមាត្រអនន្ត $a+ar+ar^2+ar^3+\cdots+ar^{n-1}+\cdots$ (ដែល $a\neq 0$) ជាស៊េរីរួមឬរីកទៅតាមករណីដូចខាងក្រោម :

- បើ $|r|<1$ នោះស៊េរីរួមទៅរក $\dfrac{a}{1-r}$
- បើ $|r|\geq 1$ នោះស៊េរីរីក

លំហាត់គំរូទី ១ : បង្ហាញថាស្វ៊ីត (U_n) ដែល $U_n = -3n^2 - 2$ ជាស្វ៊ីតរីក ។

ចម្លើយ



យើងគណនា $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-3n^2-2\right)$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $-3n^2-2$ ចំពោះ n ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=-3x^2-2$ សន្មត់ $x=n$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [−] [3] [ALPHA] [)] [x^2] [−] [2]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

គេបានតារាង :

n	$-3n^2-2$
10	-302
100	-30 002
1 000	-3 000 002
10 000	-300 000 002
100 000	-3×10^{10}
1 000 000	-3×10^{12}
10 000 000	-3×10^{14}
100 000 000	-3×10^{16}
1 000 000 000	-3×10^{18}

តាមតារាងខាងលើ គេបានស្វ៊ីតនេះ ជាស្វ៊ីតរីកទៅរក $-\infty$

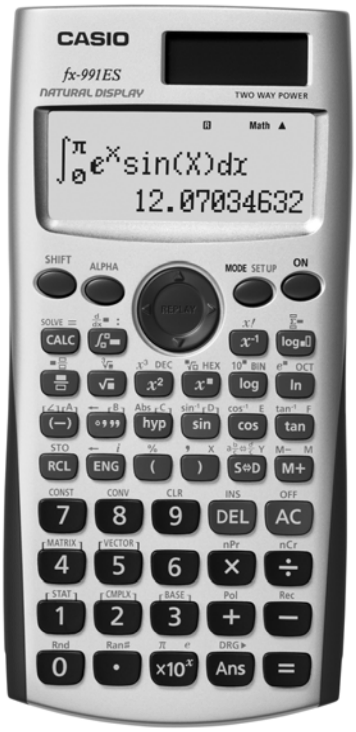
លំហាត់គំរូទី ២ : គណនាលីមីតនៃស្វ៊ីត $(U_n): U_n = \dfrac{3n+1}{n} + \dfrac{5}{n^2}$ ។

ចម្លើយ

មានន័យថា គណនា $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{3n+1}{n}+\dfrac{5}{n^2}\right)$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\dfrac{3n+1}{n}+\dfrac{5}{n^2}$ ចំពោះ n ស្មើ



10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{3x+1}{x}+\frac{5}{x^2}$ សន្មត $x=n$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [3] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [ALPHA] [)]

[▶] [+] [▭/▭] [5] [▶] [ALPHA] [)] [x^2]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

គេបានតារាង :

n	$\frac{3n+1}{n}+\frac{5}{n^2}$
10	3.15
100	3.0105
1 000	3.001005
10 000	3.00010005
100 000	3.000010001
1 000 000	3.000001
10 000 000	3.0000001
100 000 000	3.00000001
1 000 000 000	3.000000001

តាមតារាង គេបាន $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3n+1}{n}+\frac{5}{n^2}\right)=3$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតនៃស្វ៊ីតខាងក្រោម :

ក . $\lim_{n\to+\infty}\frac{2n}{n^2+1}$ ខ . $\lim_{n\to+\infty}\frac{2n+1}{3n\sqrt{3}}$ គ . $\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+n+1}{2n^2+1}$

លំហាត់គំរូទី ៣ : គណនាលីមីត $\lim_{n\to+\infty}\frac{5n+1}{3n+2}$

ចម្លើយ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\frac{5n+1}{3n+2}$ ចំពោះ n ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\dfrac{5x+1}{3x+2}$ សន្មត $x=n$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭] [5] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶]

[3] [ALPHA] [)] [+] [2]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

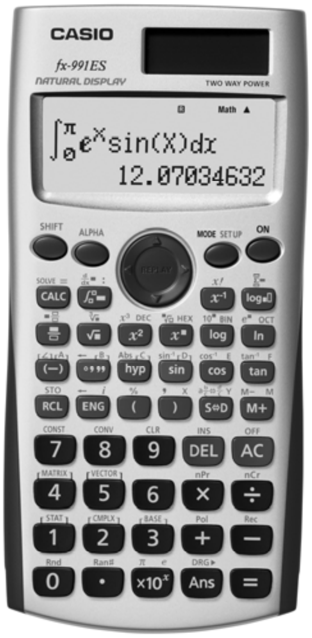
យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

គេបានតារាង

n	$\dfrac{5n+1}{3n+2}$
10	1.5937
100	1.6589
1 000	1.6658
10 000	1.6665
100 000	1.6666
1 000 000	1.66666
10 000 000	1.666666
100 000 000	1.6666666
1 000 000 000	1.66666666



តាមតារាង គេបាន $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{5n+1}{3n+2}=1.666666\approx\dfrac{5}{3}$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n}{n^2+1}$ ខ . $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n+1}{3n\sqrt{3}}$ គ. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2+n+1}{2n^2+1}$

លំហាត់គំរូទី ៤ : គណនាលីមីត $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}\sin\dfrac{n\pi}{6}$

ចម្លើយ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\dfrac{1}{n}\sin\dfrac{n\pi}{6}$ ចំពោះ n ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{1}{x}\sin\frac{x\pi}{6}$ សន្មត $x=n$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [1] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [sin] [▭/▭]

[ALPHA] [)] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [6] [▶] [)]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

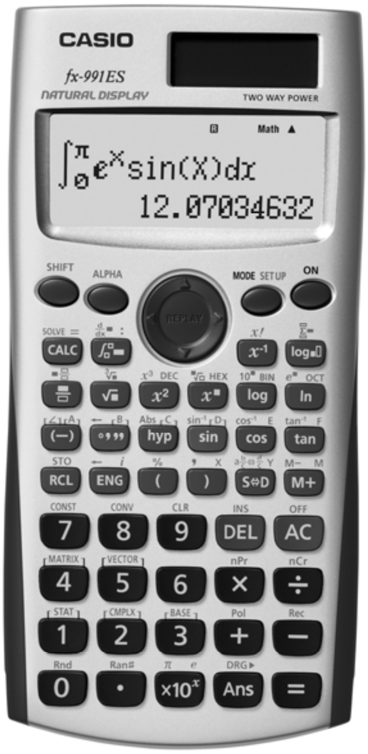
យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

គេបានតារាង :

n	$\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{6}$
10	-0.086602
100	8.6602×10^{-3}
1 000	8.6602×10^{-4}
10 000	8.6602×10^{-5}
100 000	8.6602×10^{-6}
1 000 000	8.6602×10^{-7}
10 000 000	8.6602×10^{-8}
100 000 000	8.6602×10^{-9}
1 000 000 000	8.6602×10^{-10}



តាមតារាង ពេល $n\to+\infty$ គេបាន $\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{6}\to 0$

ដូចនេះ $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{6}=0$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n+(-1)^n}{2n}$ ខ . $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$ គ. $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\cos(n\pi)$

លំហាត់គំរូទី ៥ : គណនាលីមីត $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3^{n+1}-2^n}{3^n+2^{n+1}}$

ចម្លើយ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\frac{3^{n+1}-2^n}{3^n+2^{n+1}}$ ចំពោះ n ស្មើ

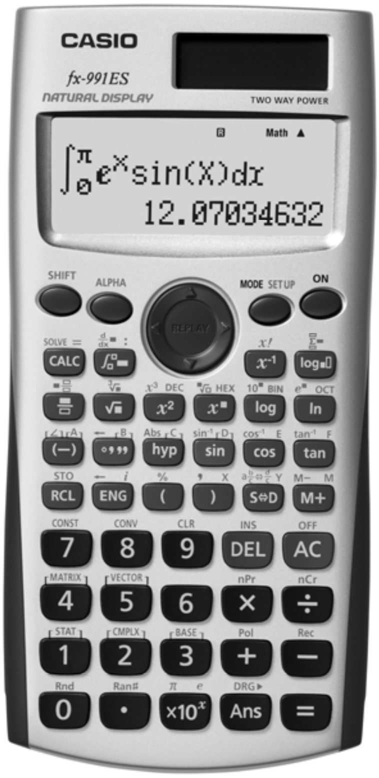
10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\dfrac{3^{x+1}-2^{x}}{3^{x}+2^{x+1}}$ សន្មត $x=n$

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [3] [x■] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [2] [x■] [ALPHA]

បន្ត [)] [▶] [▶] [3] [x■] [ALPHA] [)] [▶] [+] [2] [x■] [ALPHA] [)] [+] [1]



យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [2] [0] [0] [=]

គេបានតារាង :

n	$\dfrac{3^{n+1}-2^{n}}{3^{n}+2^{n+1}}$
10	2.882678
100	3
1 000	3

តាមតារាង ពេល $n\to+\infty$ គេបាន $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3^{n+1}-2^{n}}{3^{n}+2^{n+1}}\to 3$

ដូចនេះ $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3^{n+1}-2^{n}}{3^{n}+2^{n+1}}=3$

ប្រតិបត្តិ : គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក . $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3^{n}}{4^{n}-2^{n}}$ ខ . $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3^{n}+2^{n+1}}{2^{n}-3^{n}}$

លំហាត់គំរូទី ៦ : តើស៊េរី $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n}{2n+1}\right)$ ជាស៊េរីរួម ឬស៊េរីរីក ?

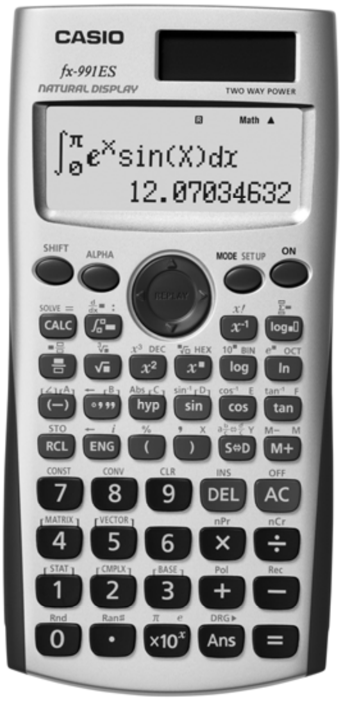
ចម្លើយ

គណនាលីមីត $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n}{2n+1}$ ដោយប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\dfrac{n}{2n+1}$ ចំពោះ n ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច [MODE] [1]



សរសេរអនុគមន៍ $y=\dfrac{x}{2x+1}$ សន្មត់ $x=n$

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [ALPHA] [)] [▶] [2] [ALPHA] [)] [+] [1]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

គេបានតារាង :

n	$\frac{n}{2n+1}$
10	0.47619004
100	0.49751243
1 000	0.49975012
10 000	0.49997500
100 000	0.4999975
1 000 000	0.49999975
10 000 000	0.499999975
100 000 000	0.4999999975
1 000 000 000	0.5

តាមតារាង ពេល $n\to+\infty$ គេបាន $\frac{n}{2n+1}\to 0.5=\frac{1}{2}$

គេបាន $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n}{2n+1}=0.5\neq 0$

ដូចនេះ ស៊េរី $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)$ ជាស៊េរីរីក

លំហាត់គំរូទី ៧ : តើស៊េរី $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)$ ជាស៊េរីរួម ឬស៊េរីរីក ?

ចម្លើយ

គណនាលីមីត $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n(n+1)}$ ដោយប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

គណនាតម្លៃលេខនៃ $\frac{1}{n(n+1)}$ ចំពោះ n ស្មើ

10 , 100 , 1 000 , 10 000 ,100 000 , 1 000 000 , 10 000 000 ,…

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{1}{x(x+1)}$ សន្មត់ $x=n$

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [▭/▭] [1] [▶] [ALPHA] [)] [(] [ALPHA] [)] [+] [1] [)]

យើងគណនា [CALC] [1] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [=] [S⇔D]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

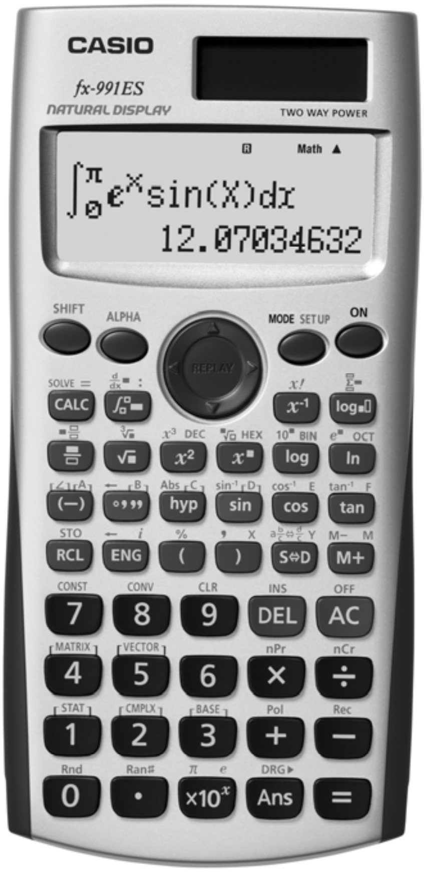
យើងគណនា [◀] [CALC] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 0 0 =

យើងគណនា ◀ CALC 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 =

គេបានតារាង :

n	$\frac{1}{n(n+1)}$
10	9.090909091×10^{-3}
100	9.900990099×10^{-5}
1 000	9.99000999×10^{-7}
10 000	9.9990001×10^{-9}
100 000	$9.999900001\times10^{-11}$
1 000 000	9.99999×10^{-13}
10 000 000	9.999999×10^{-15}
100 000 000	9.9999999×10^{-17}
1 000 000 000	9.99999999×10^{-19}



តាមតារាង ពេល $n\to+\infty$ គេបាន $\frac{1}{n(n+1)}\to0$

គេបាន $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n(n+1)}=0$

ដូចនេះ ស៊េរី $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)$ ជាស៊េរីរួម

ប្រតិបត្តិ : តើស៊េរីខាងក្រោមនេះជាស៊េរីរួម ឬស៊េរីរីក ?

ក . $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$ ខ . $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sin 2\pi}{5^n}\right)$

លំហាត់គំរូទី ៨ : គណនាផលបូកនៃស៊េរីអនន្ត $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}+\frac{2}{3^n}\right)$

ចម្លើយ

ដោយស៊េរី $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{2^n}$ ជាស៊េរីធរណីមាត្រអនន្តមានតួទីមួយ ស្មើ $\frac{3}{2}$ និងមានផលធៀបរួម $\frac{1}{2}$

និង $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{3^n}$ ជាស៊េរីធរណីមាត្រអនន្តមានតួទីមួយ ស្មើ $\frac{2}{3}$ និងមានផលធៀបរួម $\frac{1}{3}$ ជាស៊េរីរួម

នោះស៊េរីធរណីមាត្រទាំងពីរជាស៊េរីរួម :

គេបាន $S=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}+\frac{2}{3^n}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{2^n}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{3^n}=\frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{1}{2}}+\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{3}}=3+1=4$

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលបូកនៃស៊េរីអនន្ត

ក . $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{3^{n-1}}\right)$ ខ . $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+(n-1)n}{n^3}$

លំហាត់

១ . តើស្វ៊ីត ដែលមានតួទូទៅដូចខាងក្រោមជាស្វ៊ីតរួម ឬ រីក ?

ក. $U_n = 3n^2 + 5n + 1$ ខ . $U_n = \dfrac{n^2 + n}{2n^2 + 5}$ គ. $U_n = \dfrac{\sin 2n}{5^n}$

ឃ. $U_n = \dfrac{2n}{n+3} + \dfrac{3n^3}{n^2 + 5}$ ង . $U_n = \dfrac{n \sin n}{n^2 + 1}$ ច. $U_n = 2 - \dfrac{3}{n} + \dfrac{4}{\sqrt{n}}$

២. គណនាលីមីតស្វ៊ីតខាងក្រោម :

ក. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2 + 3n - 1}{8n^2 - n + 1}$ ខ. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{5n^3 + n^2 - n}{n^2 + n - 1}$ គ. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{5n^3 + (-1)^n}{n + (-1)^n}$

ឃ. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2 + \sin n}{5n^2 + \cos \pi x}$ ង. $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(n^2 - \cos^2 \pi n\right)$ ច. $\lim\limits_{n\to+\infty} \left[-5n^3 + (-1)^n n^3\right]$

៣. គណនាលីមីតស្វ៊ីតខាងក្រោម :

ក. $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)$ ខ. $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n-3} - \sqrt{n}\right)$ គ. $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(n\sqrt{n^2 + 1} - 1\right)$

ឃ. $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{n!}{(n+1)! - n!} - \dfrac{2}{n} + 3\right)$ ង. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} \sin \dfrac{n\pi}{6}$ ច. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\sin n}{\sqrt{n}}$

៤. គណនាលីមីតស្វ៊ីតខាងក្រោម :

ក. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3^{n+1} - 2^n}{3^n + 2^{n+1}}$ ខ. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3^n}{4^n - 2^n}$ គ. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3^n + 2^{n+1}}{2^n - 3^n}$

៥. គេមានស្វ៊ីតដែលកំណត់ចំពោះគ្រប់ $n \in \mathbb{N}$ មានតួទូទៅដូចខាងក្រោម:

$U_n = \dfrac{n^3}{2^n}$; $V_n = \dfrac{2^n}{n!}$ ដែល $n! = n(n-1)(n-2)\cdots 1$ ។

ក. គណនា $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{U_n + 1}{U_n}$ និង $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{V_n + 1}{V_n}$ ។

ខ . គណនា $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2^n + n^3}{n! + n^3}$

៦. គណនាលីមីតស្វ៊ីត (a_n) ដែលស្គាល់តួដូចខាងក្រោម :

ក . $a_1 = 2;\ a_{n+1} = \dfrac{1}{2}a_n + 3$ ខ . $a_1 = 3;\ a_{n+1} = 2a_n - 5$ គ . $a_1 = 1;\ a_{n+1} = \dfrac{1}{3}a_n + \dfrac{4}{3}$

៧. ពិនិត្យស៊េរីខាងក្រោមនេះ តើ ជាស៊េរីរួម ឬ រីក ?

ក . $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \left(3 - \left(\dfrac{3}{2}\right)^n\right)$ ខ . $\sum\limits_{n=0}^{\infty} 1000(1.055)^n$ គ . $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{2^n + 1}{2^{n+1}}$

ឃ. $2 + \dfrac{3}{2} + \dfrac{9}{8} + \dfrac{27}{32} + \dfrac{81}{128} + \cdots$ ង . $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}\right)$

ច . $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}\right)$ ឆ . $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n(n+1)}\right)$

៨. គណនាផលបូកនៃស៊េរីរួមខាងក្រោម :

ក . $1+0.1+0.01+0.001+\cdots$ ខ. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{4n^2-1}$ គ . $\sum_{n=0}^{\infty}2\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)^n$

ឃ. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{5(-1)^n}{4n}$ ង . $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}+\frac{2}{3^n}\right)$ ច . $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{3^{n-1}}\right)$

ឆ . $\lim_{n\to+\infty}\frac{1\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+(n-1)n}{n^3}$

៩. គណនា :

ក. $\lim_{n\to+\infty}\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$ ខ . $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n}{\sqrt{n^4+1}}+\frac{n}{\sqrt{n^4+2}}+\cdots+\frac{n}{\sqrt{n^4+n}}\right)$

១០. ចំពោះគ្រប់ $n\in\mathbb{N}$ គេមាន $S_n=\frac{2}{1\times 3}+\frac{2}{3\times 5}+\cdots+\frac{2}{(2n+1)(2n+3)}=\sum_{p=0}^{n}\frac{2}{(2p+1)(2p+3)}$

ក.គណនា S_n ជាអនុគមន៍នៃ n ដោយប្រើ $\frac{2}{(2p+1)(2p+3)}$ ជាទម្រង់ $\frac{a}{(2p+1)}+\frac{b}{(2p+3)}$

ខ . គណនា $\lim_{n\to+\infty}S_n$ ។

ជំពូក ២ ដេរីវេនៃអនុគមន៍

មេរៀនទី ១ អនុវត្តន៍ដេរីវេ

មេរៀនសង្ខេប

- គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់និងជាប់ ហើយមានដេរីវេលើ I ។ បើមានពីរចំនួនពិត m និង M ដែលចំពោះគ្រប់ $x\in I$, $m\le f'(x)\le M$ នោះគ្រប់ចំនួនពិត $a,\ b\in I$ ដែល $a<b$ គេបាន $m(a-b)\le f(b)-f(a)\le M(a-b)$ ។
- គេឱ្យអនុគមន៍ f មានដេរីវេលើ $[a,b]$ ។ បើមានចំនួនពិត M ដែលចំពោះគ្រប់ $x\in[a,b]$, $|f'(x)|\le M$ នោះគេបាន $|f(b)-f(a)|\le M|b-a|$ ។
- បើ f ជាអនុគមន៍ជាប់លើចន្លោះ $[a,b]$ មានដេរីវេលើចន្លោះ (a,b) និង $f(a)=f(b)$ នោះមានចំនួន $c\in(a,b)$ មួយយ៉ាងតិចដែល $f'(c)=0$ ។
- បើ f ជាអនុគមន៍ជាប់លើចន្លោះ $[a;b]$ មានដេរីវេលើចន្លោះ $(a;b)$ នោះមានចំនួន $c\in(a;b)$ មួយយ៉ាងតិច ដែល $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ ។
- $c(x)$ ជាអនុគមន៍ប្រាក់ចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿង ។
- $c'(x)$ ជាប្រាក់ចំណាយបន្ថែមដែលមានតម្លៃប្រហែលនឹងប្រាក់ចំណាយក្នុងការផលិតសម្ភារៈឯកតាទី $x+1$ គឺ $c(x+1)-c(x)$ ។ គេសរសេរ $c'(x)=c(x+1)-c(x)$ ។
- ប្រាក់ចំណូលសរុប = តម្លៃលក់ចេញ 1 ឯកតា $\times$ បរិមាណសម្ភារៈលក់បាន ។ គេកំណត់តាងដោយ $R(x)=P\times X$ ដែល $P=D(x)$ ។
- $R'(x)$ ជាប្រាក់ចំណូលបន្ថែមដែលមានតម្លៃប្រហែលនឹងប្រាក់ចំណូលដែលបានពីការលក់សម្ភារៈឯកតាទី $x+1$ គឺ $R(x+1)-R(x)$ ។ គេសរសេរ $R'(x)\approx c(x+1)-R(x)$ ។
- ប្រាក់ចំណេញសរុប = ប្រាក់ចំណូលសរុប − ប្រាក់ចំណាយសរុប ។

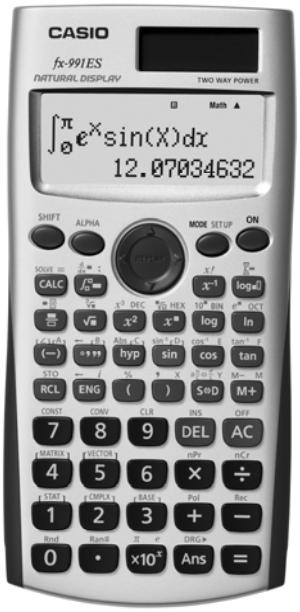
$$P(x) = R(x) - c(x)$$

- $P'(x)$ ជាប្រាក់ចំណេញបន្ថែមដែលមានតម្លៃប្រហែលនឹងប្រាក់ចំណេញ ដែលបានពីការលក់សម្ភារៈឯកតាទី $x+1$ គឺ $P(x+1)-P(x)$ ។ គេសរសេរ $P'(x)=P(x+1)-P(x)$ ។
- $\overline{C}(x)=\dfrac{C(x)}{x}$ ជាប្រាក់ចំណាយមធ្យមក្នុងការផលិតសម្ភារៈ 1 គ្រឿងៗ ។

លំហាត់គំរូទី ១ : គេមានអនុគមន៍ $y = x^2$ ។ រក dy នៅត្រង់ $x = 1$ និង $dx = 0.01$

រួចប្រៀបធៀប dy និង Δy និង នៅត្រង់ $x = 1$ និង $\Delta x = 0.01$ ។

ចម្លើយ



រក dy នៅត្រង់ $x = 1$ និង $dx = 0.01$

ដោយ $y = f(x) = x^2$

គេបាន $dy = f'(x)dx = f(1) \times 0.01$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [SHIFT] [∫□] [ALPHA] [)] [x²] [▶] [1]

[×] [0] [·] [0] [1] [=] [S⇔D] $dy = \frac{1}{50} = 0.02$

ប្រៀបធៀប dy និង Δy និង នៅត្រង់ $x = 1$ និង $\Delta x = 0.01$

រក Δy នៅត្រង់ $x = 1$ និង $\Delta x = 0.01$

គេបាន $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = f(1.01) - f(1)$

$= (1.01)^2 - 1$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [1] [·] [0] [1] [x²] [−] [1] [=] $\frac{201}{10000}$ [S⇔D] 0.0201

គេបាន $dy \approx \Delta y$

លំហាត់គំរូទី ២ : ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលដើម្បីគណនាតម្លៃប្រហែលនៃ $\sqrt{15}$ ។

ចម្លើយ

តាង $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 16$ និង $dx = \Delta x = -1$

នោះ $15 = 16 + \Delta x$

ដោយ $\sqrt{15} \approx \sqrt{16} + dy = \sqrt{16} + f'(16)(-1)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [√□] [1] [6] [▶] [+] [SHIFT] [∫□] [√□] [ALPHA] [)] [▶] [▶] [1] [6]

[×] [▶] [(] [−] [1] [)] [=] [S⇔D] $\sqrt{15} \approx \frac{31}{8} = 3.875$

ប្រតិបត្តិ : ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលដើម្បីគណនាតម្លៃប្រហែលនៃ :

ក . $5(3.02)^3 - 3(3.02)^2$ ខ . $\sqrt{3.02}$ គ . $\sin 46^\circ$

លំហាត់គំរូទី ៣ : គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $]-1\,,\,+\infty[$ ដែល $f(x)=\sqrt{1+x}$ ។

ក . កំណត់តម្លៃអមនៃអនុគមន៍ដេរីវេ $f'(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\left[0\,,\,\frac{1}{2}\right]$ ។

ខ . បញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $x\in\left[0\,,\,\frac{1}{2}\right]$ គេបាន $1+\frac{1}{\sqrt{6}}x\le f(x)\le 1+\frac{1}{2}x$ ។

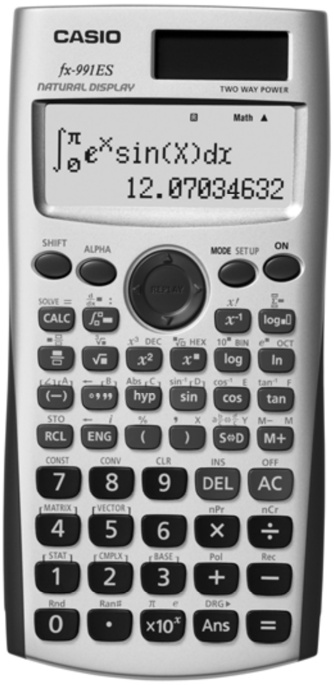
ចម្លើយ

ក . កំណត់តម្លៃអមនៃអនុគមន៍ដេរីវេ $f'(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\left[0\,,\,\frac{1}{2}\right]$

គេមានអនុគមន៍ $f(x)=\sqrt{1+x}$

តាមវិសមភាពកំណើនមានកំណត់

គេបាន $f'(0)\le f'(x)\le f'\left(\frac{1}{2}\right)$



យើងគណនា $f'(0)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច MODE 1

បញ្ចូលទិន្នន័យ SHIFT d/dx √ 1 + ALPHA) ▶ ▶ 0

= $\frac{1}{2}=0.5$

យើងគណនា $f'(0.5)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច MODE 1

បញ្ចូលទិន្នន័យ SHIFT d/dx √ 1 + ALPHA) ▶ ▶ 0 . 5

= $\frac{\sqrt{6}}{6}=0.4082$

គេបាន $\frac{\sqrt{6}}{6}\le f'(x)\le\frac{1}{2}$

ខ . បញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $x\in\left[0\,,\,\frac{1}{2}\right]$ គេបាន $1+\frac{1}{\sqrt{6}}x\le f(x)\le 1+\frac{1}{2}x$ ។

គេមាន $x\in\left[0\,,\,\frac{1}{2}\right]$ និង $\frac{\sqrt{6}}{6}\le f'(x)\le\frac{1}{2}$

អនុវត្តន៍វិសមភាពកំណើនមានកំណត់

គេបាន $\frac{\sqrt{6}}{6}(x-0)\le f(x)-f(0)\le\frac{1}{2}(x-0)$

ដោយ $f(0)=0$

ដូចនេះ: $1+\frac{1}{\sqrt{6}}x\le f(x)\le 1+\frac{1}{2}x$

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ □ ដែល $f(x)=\sin x$ ។

ក . កំណត់តម្លៃអមនៃអនុគមន៍ដេរីវេ $f'(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\left[0\,,\,\frac{\pi}{2}\right]$ ។

ខ . បញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $x\in\left[0\,,\,\frac{\pi}{2}\right]$ គេបាន $\frac{\sqrt{2}}{2}x\le f(x)\le x$ ។

លំហាត់គំរូទី ៤ : គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $]1\,,\,2[$ ដែល $f(x)=x^3+2x+1$ ។

ដោយអនុវត្តន៍វិសមភាពកំណើនមានកំណត់ រកតម្លៃប្រហែលនៃ $f(1)$

ចម្លើយ

រកតម្លៃប្រហែលនៃ $f(1.01)$

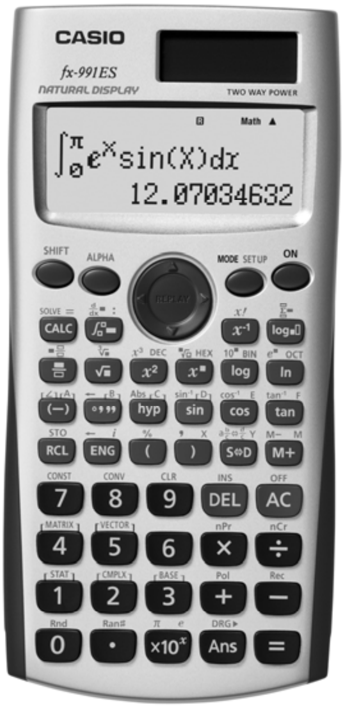
ចំពោះគ្រប់ $x\in[1\,,\,1.01]$ និងអនុគមន៍ $f(x)=x^3+2x+1$

តាមវិសមភាពកំណើនមានកំណត់

គេបាន $f'(1)\le f'(x)\le f'(1.01)$

យើងគណនា $f'(1.01)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES



ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [SHIFT] [∫□] [ALPHA] [)] [x■] [3] [▶] [+] [2] [ALPHA] [)]

[+] [1] [▶] [1] [=] $f'(1)=5$

យើងគណនា $f'(1.01)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [SHIFT] [∫□] [ALPHA] [)] [x■] [3] [▶] [+] [2] [ALPHA] [)]

[+] [1] [▶] [1] [•] [0] [1] [=] $f'(1)=5.0603$

គេបាន $5\le f'(x)\le 5.0603$

ដូចនេះ ចំពោះគ្រប់ $x\in[1\,,\,1.01]$

$5\times 0.01\le f(1.01)-f(1)\le 5.06\times 0.01$

គេបាន $0.0500\le f(1.01)-4\le 0.0506$

$4.0500\le f(1.01)\le 4.0506$

លំហាត់គំរូទី ៥ : គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ $f(x)=x^2-3x+2$ ។

ក . រកអាប់ស៊ីស x_1 និង x_2 នៃចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងអ័ក្ស $(x'ox)$ ។

ខ .បង្ហាញថាមានចំនួនពិត c មួយ នៅក្នុងចន្លោះ (x_1,x_2) ដែល $f(c)=0$ រួចគណនា c ។

ចម្លើយ

ក . រកអាប់ស៊ីស x_1 និង x_2

សមីការអាប់ស៊ីស $x^2-3x+2=0$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

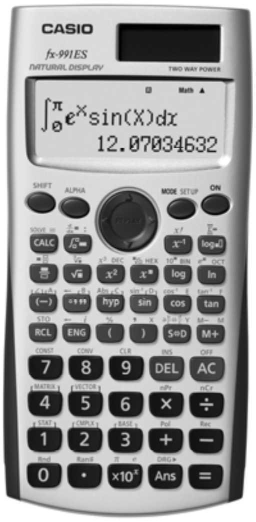
បញ្ចូលមេគុណ [1] [=] [−] [3] [=] [2] [=] [=] $x_1=2$ [▼] $x_2=1$

ខ . បង្ហាញថាមានចំនួនពិត c មួយនៅក្នុងចន្លោះ (x_1,x_2) ដែល $f'(c)=0$

ដោយ f ជាអនុគមន៍ពហុធា នោះ ជាប់ចំពោះគ្រប់ $x\in[1\,,\,2]$

ហើយដោយ $f(1)=f(2)=0$

តាមទ្រឹស្តីបទ រ៉ូល មានចំនួន $c\in(1\,,\,2)$ យ៉ាងតិចមួយដែល $f'(c)=0$



រួចគណនា c

គេបាន $f'(x)=2x-3$ និង $f'(x)=0$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES សន្មត អនុគមន៍ $y=2x-3$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ [ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [2] [ALPHA] [)] [−] [3]

[SHIFT] [CALC] [0] [=] [=] $x=1.5=\frac{3}{2}$

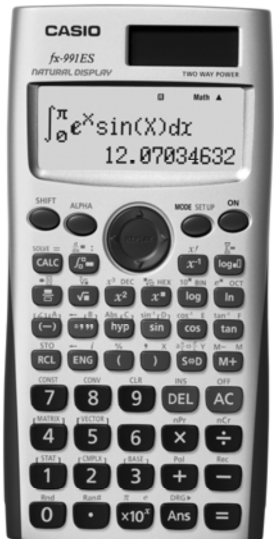
ដូចនេះ $c=1.5$

ប្រតិបត្តិ : ក . គេឱ្យ $f(x)=x^2-2x$ ។ រកគ្រប់ $c\in[0\,,\,2]$ ដែល $f(c)=0$ ។

ខ . គេឱ្យ $f(x)=(x-3)(x+1)^2$ ។ រកគ្រប់ $c\in[-1\,,\,3]$ ដែល $f(c)=0$ ។

លំហាត់គំរូទី ៦ : គេឱ្យ $f(x)=x^2$ ។ រកគ្រប់ $c\in(-2\,,\,1)$ ដែល $f'(c)=\frac{f(1)-f(-2)}{1-2}$

ចម្លើយ



គេមាន $f(x)=x^2\Rightarrow f'(x)=2x$ នោះ $f'(c)=2c$

ដោយ $f'(c)=\frac{f(1)-f(-2)}{1-2}$

នាំឱ្យ $2c=\frac{f(1)-f(-2)}{1-2}\Rightarrow c=\frac{1^2-(-2)^2}{2(1-2)}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ [▭/▭] [1] [x²] [−] [(] [−] [2] [)] [x²] [▼] [2]

[(] [1] [−] [2] [)] [=] $c=1.5=\frac{3}{2}$

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យ $g(x)=\frac{x+1}{x}$ ។ រកគ្រប់ $c\in\left(\frac{1}{2}\,,\,2\right)$ ដែល $g'(c)=\frac{g(2)-g\left(\frac{1}{2}\right)}{2-\frac{1}{2}}$

លំហាត់គំរូទី ៧ : ក្រុមហ៊ុនផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយប្រភេទ បានផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងដែលតម្លៃចំណាយសរុបកំណត់ដោយអនុគមន៍ $C(x)=500+3x$ (ពាន់រៀល) ។

ក . គណនា $C(101)-C(100)$ (ប្រាក់ចំណាយក្នុងការផលិតសម្ភារៈគ្រឿងទី 101)។

ខ . គណនា $C'(100)$ (ប្រាក់ចំណាយបន្ថែមក្នុងការផលិតសម្ភារៈគ្រឿងទី 101)

ចម្លើយ

ក . គណនា $C(101)-C(100)$

$C(101)-C(100)=500+3\times101-(500+3\times100)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ [5] [0] [0] [+] [3] [×] [1] [0] [1] [−]
[(] [5] [0] [0] [+] [3] [×] [1] [0] [0] [)]
[=] 3

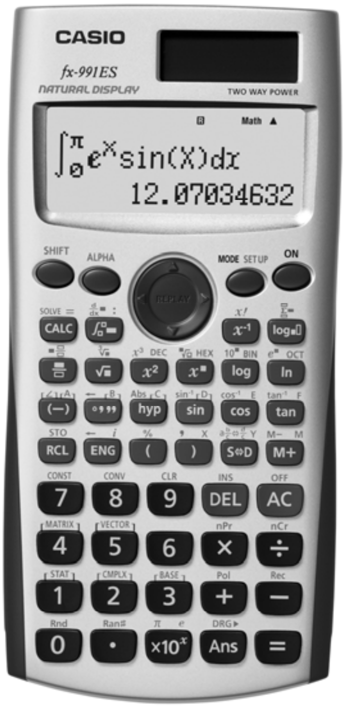
ដូចនេះ $C(101)-C(100)=3$

ខ . គណនា $C'(100)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [SHIFT] [d/dx] [5] [0] [0] [+] [3] [ALPHA] [)] [▶]
[1] [0] [0] [=] $C'(100)=3$



ប្រតិបត្តិ : សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយ បានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងមួយថ្ងៃសម្រាប់ផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងដែលតម្លៃចំណាយសរុបកំណត់ដោយអនុគមន៍ $C(x)=300+24x-0.4x^2+0.1x^3$ (គិតជាពាន់រៀល) ។

ក . កំណត់ប្រាក់ចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ 2 គ្រឿង និង 5 គ្រឿង ។

ខ . គណនា $C'(2)$ និង $C'(5)$

លំហាត់គំរូទី៨: ក្រុមហ៊ុនលក់សម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយបានលក់សម្ភារៈមួយគ្រឿងតម្លៃ $P(x)=100-0.5x$ (ពាន់រៀល) ។ ដែល x ជាបរិមាណសម្ភារៈលក់បានក្នុងមួយខែ ។

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប។

ខ . គណនាប្រាក់ចំណូលសរុប បើក្នុងមួយខែក្រុមហ៊ុនលក់សម្ភារៈចំនួន 123 គ្រឿង។

ចម្លើយ

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប

គេមាន $P=D(x)=100-0.5x$ (ពាន់រៀល)

ដែល x ជាបរិមាណសម្ភារៈលក់បានក្នុងមួយខែ

គេបាន $R(x)=P\times x=(100-0.5x)x=100x-0.5x^2$ (ពាន់រៀល)

ខ . គណនាប្រាក់ចំណូលសរុប $R(123)$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

ALPHA S⇔D ALPHA CALC 1 0 0 ALPHA) − 0 . 5 ALPHA) x^2 CALC

1 2 3 = S⇔D $R(123)=4735.5$ ពាន់រៀល

ដូចនេះ ប្រាក់ចំណូលសរុបដែលក្រុមហ៊ុនលក់សម្ភារៈចំនួន 123 គ្រឿង ក្នុងមួយខែ គឺ 4735500 រៀល

ប្រតិបត្តិ : រោងចក្រផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានលក់សម្ភារៈទៅឱ្យអតិថិជនក្នុងតម្លៃ $P=D(x)=117+\frac{x}{2}$ (ពាន់រៀល) ។ ដែល x ជាចំនួនសម្ភារៈបានផលិត និងលក់បានក្នុងមួយសប្តាហ៍ ។

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុបប្រចាំសប្តាហ៍ ។

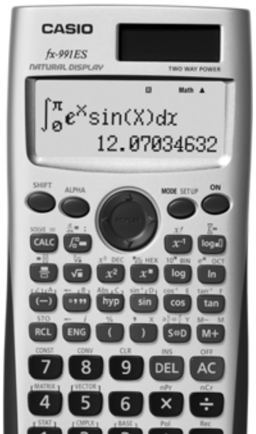
ខ . គណនាប្រាក់ចំណូលសរុប បើក្នុងមួយសប្តាហ៍លក់បានសម្ភារៈ 16 គ្រឿង ។

លំហាត់គំរូទី ៩ : អ្នកគ្រប់គ្រងរោងចក្រផលិតសម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយបានឱ្យដឹងថាគាត់លក់សម្ភារៈមួយគ្រឿងក្នុងតម្លៃ $C(x)=46-0.25x$ (ពាន់រៀល) ដែលអាស្រ័យនឹងបរិមាណតម្រូវការសម្ភារៈ x គ្រឿងរបស់អតិថិជន ។

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប។

ខ . គណនាប្រាក់ចំណូលសរុបដែលបានពីការលក់សម្ភារៈ 31 និង 41 គ្រឿង។

គ . ប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណូលដែលបានពីការលក់សម្ភារៈគ្រឿងទី 31 និង 41 ។



ចម្លើយ

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប

គេមាន $P=C(x)=46-0.25x$ (ពាន់រៀល)

ដែល x ជាបរិមាណសម្ភារៈបានលក់

គេបាន $R(x)=P\times x=(46-0.25x)x=46x-0.25x^2$ (ពាន់រៀល)

ខ . គណនាប្រាក់ចំណូលសរុប $R(31)$ និង $R(41)$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

ALPHA S⇔D ALPHA CALC 4 6 ALPHA) − 0 . 2 5 ALPHA) x^2 CALC

3 1 = S⇔D $R(31)=1185.75$ ពាន់រៀល

បន្ត ◀ CALC 4 1 = S⇔D $R(41)=1465.75$ ពាន់រៀល

គ . តម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណូលដែលបានពីការលក់សម្ភារៈគ្រឿទី 31 និង 41 គឺរក $R'(30)$ និង $R'(40)$

សម្ភារៈគ្រឿងទី 31 គឺ $R'(30)$ សម្ភារៈគ្រឿងទី 41 គឺ $R'(40)$

ចុច [MODE] [1]

[SHIFT] [∫] [4] [6] [ALPHA] [)] [−] [0] [.] [2] [5] [ALPHA] [)] [x^2] [▶]

[3] [0] [=] $R'(30)=31$ ពាន់រៀល

បន្ត [◀] [◀] [DEL] [DEL] [4] [0] [=] $R'(40)=26$ ពាន់រៀល

ប្រតិបត្តិ : អ្នកគ្រប់គ្រងរោងចក្រផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានឱ្យដឹងថាតម្លៃ P នៃការលក់ចេញសម្ភារៈមួយគ្រឿងអាស្រ័យនឹងបរិមាណតម្រូវការសម្ភារៈ x គ្រឿង របស់សាខាចែកចាយនីមួយៗ ហើយ $P=D(x)=140-0.5x$ (ម៉ឺនរៀល) ។

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប។

ខ . គណនាតម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណូលដែលបានពីការលក់សម្ភារៈទី 31 ទី 36 និងទី 41 ។

លំហាត់គំរូទី ១០ : សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈក្មេងលេងមួយបានចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ប្រាក់ចំណាយសរុប $C(x)=0.002x^2+0.72x+260$ (ពាន់រៀល) ហើយសហគ្រាសបានលក់ចេញវិញសម្ភារៈមួយគ្រឿងតម្លៃ $P=D(x)=3-0.001x$ (ពាន់រៀល) ។

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប។

ខ . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញសរុប។

គ . គណនា $P(300)$ និង $P(375)$ ។

ចម្លើយ

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប

គេមាន $P=D(x)=3-0.001x$ (ពាន់រៀល)

ដែល x ជាបរិមាណសម្ភារៈបានលក់

គេបាន $R(x)=P\times x=(3-0.001x)x=3x-0.001x^2$ (ពាន់រៀល)

ខ . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញសរុប

គេមាន $C(x)=0.002x^2+0.72x+260$ (ពាន់រៀល)

$R(x)=3x-0.001x^2$ (ពាន់រៀល)

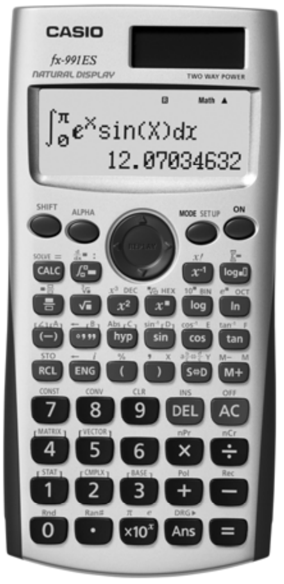
ដោយ $P(x)=R(x)-C(x)$

គេបាន $P(x)=3x-0.001x^2-0.002x^2-0.72x-260$

$=-0.003x^2+2.28x-260$ (ពាន់រៀល)

គ . គណនា $P(300)$ និង $P(375)$ ។

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES



ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $P(x)=-0.003x^2+2.28x-260$

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [−] [0] [.] [0] [0] [3] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [2] [.]

បន្ត [2] [8] [ALPHA] [)] [−] [2] [6] [0]

គណនា [CALC] [3] [0] [0] [=] $R(300)=154$ ពាន់រៀល

បន្ត [◄] [CALC] [3] [7] [5] [=] [S⇔D] $R(375)=173.125$ ពាន់រៀល

លំហាត់គំរូទី ១១ :រោងចក្រផលិតសម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយបានចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=2070+25x+0.1x^2$ (ពាន់រៀល) ហើយរោងចក្រទទួលបានប្រាក់ចំណូលសរុបដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $R(x)=100x-0.1x^2$ (ពាន់រៀល) ។

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញសរុប

ខ . ប្រៀបធៀប $P(61)-P(60)$ និង $P'(60)$

គ . ប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណេញដែលបានពីការលក់សម្ភារៈគ្រឿងទី 81 ។

ចម្លើយ

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញសរុប

គេមាន $C(x)=2070+25x+0.1x^2$ (ពាន់រៀល)

$R(x)=100x-0.1x^2$ (ពាន់រៀល)

ដោយ $P(x)=R(x)-C(x)$

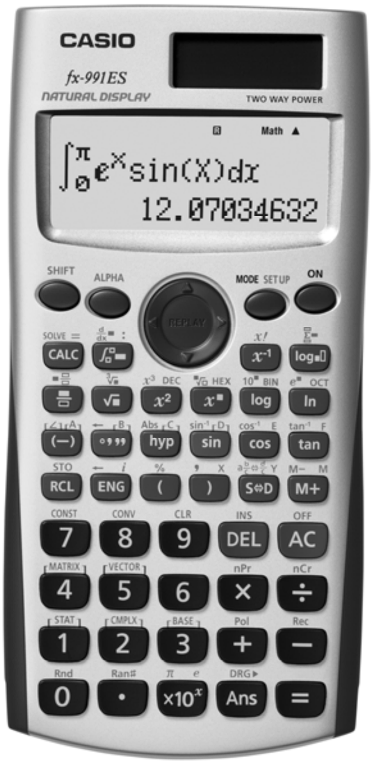
គេបាន $P(x)=100x-0.1x^2-2070-25x-0.1x^2$

$=-0.2x^2+75x-2070$ (ពាន់រៀល)

ខ . ប្រៀបធៀប $P(61)-P(60)$ និង $P'(60)$

គណនា $P(61)$ និង $P(60)$ ។

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES



ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $P(x)=-0.2x^2+75x-2070$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [−] [0] [•] [2] [ALPHA] [)] [x^2] [+]

បន្ត [7] [5] [ALPHA] [)] [−] [2] [0] [7] [0]

គណនា [CALC] [6] [1] [=] [S⇔D] $P(61)=1760.8$ ពាន់រៀល

បន្ត [◄] [CALC] [6] [0] [=] $P(60)=1710$ ពាន់រៀល

នោះ $P(61)-P(60)=1760.8-1710=50.8$ ពាន់រៀល

គណនា $P'(60)$

ចុច [MODE] [1]

[SHIFT] [∫□] [−] [0] [•] [2] [ALPHA] [)] [x^2] [+]

បន្ត [7] [5] [ALPHA] [)] [−] [2] [0] [7] [0] [►] [6] [0] [=]

គេបាន $P'(60)=51$ ពាន់រៀល

ដូចនេះ $P'(60)>P(61)-P(60)$

គ . តម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណេញដែលបានពីការលក់សម្ភារៈគ្រឿងទី 81 គឺ $P'(80)$

ចុច [MODE] [1]

[SHIFT] [d/dx] [−] [0] [.] [2] [ALPHA] [)] [x^2] [+]

បន្ត [7] [5] [ALPHA] [)] [−] [2] [0] [7] [0] [▶] [8] [0] [=]

គេបាន $P'(80)=43$ ពាន់រៀល

ដូចនេះ ប្រាក់ចំណេញដែលបានពីការលក់សម្ភារៈគ្រឿងទី 81 ប្រហែល 43 ពាន់រៀល

លំហាត់គំរូទី ១២ : ប្រាក់ចំណាយសរុបក្នុងមួយសប្តាហ៍របស់ក្រុមហ៊ុនផលិតសម្ភារៈ ប្រើប្រាស់មួយឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=1000+20x+0.125x^2$ (ពាន់រៀល) x ជាបរិមាណសម្ភារៈផលិតបាន ។

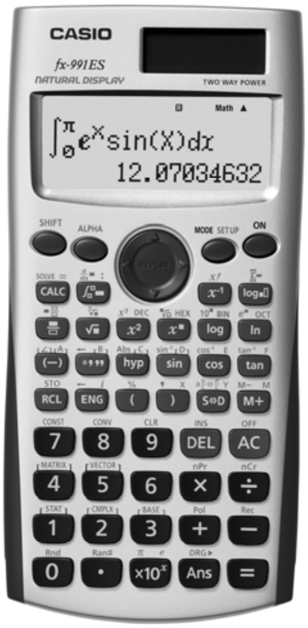
ក . គណនា $C(100)$, $C(120)$ និង $C(150)$ ។

ខ . កំណត់អនុគមន៍ប្រាក់ចំណាយមធ្យម ។

គ . គណនាប្រាក់ចំណាយមធ្យមបន្ថែមកាលណា $x=100$, $x=120$ និង $x=150$ ។

ចម្លើយ

ក . គណនា $C(100)$, $C(120)$ និង $C(150)$



យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

សរសេរអនុគមន៍ $C(x)=1000+20x+0.125x^2$ ដោយចុច

[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [CALC] [1] [0] [0] [0] [+] [2] [0] [ALPHA] [)]

[+] [0] [.] [1] [2] [5] [ALPHA] [)] [x^2]

គណនា [CALC] [1] [0] [0] [=] $C(100)=4250$ ពាន់រៀល

បន្ត [◀] [CALC] [1] [2] [0] [=] $C(120)=5200$ ពាន់រៀល

បន្ត [◀] [CALC] [1] [5] [0] [=] [S⇔D] $C(120)=6812.5$ ពាន់រៀល

ខ . កំណត់អនុគមន៍ប្រាក់ចំណាយមធ្យម

គេមាន $C(x)=1000+20x+0.125x^2$ ពាន់រៀល

គេបាន $\overline{C}(x)=\dfrac{1000}{x}+20+0.125x$ ពាន់រៀល

គ . ប្រាក់ចំណាយមធ្យមបន្ថែម $x=100$, $x=120$ និង $x=150$

គេមាន $\overline{C}(x)=\dfrac{1000}{x}+20+0.125x$

នោះ ប្រាក់ចំណាយមធ្យមបន្ថែម $x=100$, $x=120$ និង $x=150$ គឺ

$\overline{C}'(100)$, $\overline{C}'(120)$ និង $\overline{C}'(150)$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[SHIFT] [d/dx] [▭/▭] [1] [0] [0] [0] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [+]

បន្ត [2] [0] [+] [0] [.] [1] [2] [5] [ALPHA] [)] [▶] [1] [0] [0] [=]

គេបាន $C'(100)=0.025$ ពាន់រៀល

បន្ត ◀ ◀ DEL DEL DEL 1 2 0 = $C'(150)=0.055$ ពាន់រៀល

បន្ត ◀ ◀ DEL DEL DEL 1 5 0 = $R(150)=0.08$ ពាន់រៀល

លំហាត់

១ . គណនា dy , Δy , $dy-\Delta y$ និង $\dfrac{dy}{\Delta y}$ នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក . $y=x^2-3x+4$ ត្រង់ $x=3$ និង $\Delta x=0,2$

ខ . $y=\sqrt{12-5x}$ ត្រង់ $x=2$ និង $\Delta x=0,07$

២ . ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែល ដើម្បីគណនា តម្លៃប្រហែលនៃចំនួនខាងក្រោម :

ក . $\sqrt{37}$ ខ . $\sqrt{65}$ គ . $\sqrt[3]{26}$ ឃ . $\sqrt[3]{126}$

ង . $\sqrt{50,4}$ ច . $\sqrt{79,5}$ ឆ . $\sqrt[3]{62,3}$ ជ . $\sqrt[3]{218,3}$

៣ . ក្រុមហ៊ុនផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានទទួលប្រាក់ចំណូលសរុបពីការលក់សម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $R(x)=20x-\dfrac{x^2}{30}$ គិតជាម៉ឺនរៀលដែល $0\le x\le 600$ ។

ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណូល បើសម្ភារៈដែលបានលក់ប្រែប្រួលពី150 គ្រឿងទៅ160 គ្រឿង ។

៤ . រោងចក្រផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=930+15x-0.2x^2$ គិតជាពាន់រៀល។

ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណាយ បើសម្ភារៈដែលបានផលិតកើនពី 60 គ្រឿងទៅ 62 គ្រឿង ។

៥ .សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយបានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងមួយខែសម្រាប់ផលិត x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=0.1x^2+4x+200$ គិតជាពាន់រៀល។ ហើយសហគ្រាសបានប្រាក់ចំណូលមកវិញ ឱ្យតាមអនុគមន៍ $R(x)=54x-0.3x^2$ គិតជាពាន់រៀល។

ក.សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញ $P(x)$ ។

ខ.ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណេញបើបរិមាណសម្ភារៈដែលបានលក់កើនពី 40 គ្រឿងទៅ 44 គ្រឿង ។

៦ . តាមការសង្កេតរបស់អ្នកស្ថិតិបានឱ្យដឹងថា ចំនួនប្រជាពលរដ្ឋនៅក្នុងទីក្រុងមួយរយៈពេល t ឆ្នាំទៅមុខទៀតមានការកើនឡើង ដែលឱ្យតាមអនុគមន៍

$P(t)=10(40+2t)^2-1600t$ នាក់ ។

ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលប៉ាន់ស្មានកំណើនប្រជាពលរដ្ឋនៅក្នុងទីក្រុងនោះបើ t ពី 6 ទៅ 6.25 ឆ្នាំ ។

៧ . បាល់ឡុងមួយមានរាងជាស្វ៊ែ ។ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលដើម្បីគណនាតម្លៃប្រហែលនៃ
កំណើនមាឌបាល់ឡុងបើពេលត្រូវកំដៅថ្ងៃ បាល់ឡុងរីកមាឌ ដែលកាំរបស់វាប្រែប្រួល
ពី $2m$ ទៅ $2.15m$ ។

៨ . គេឱ្យអនុគមន៍ f មានដេរីវេលើ $]-2\,;+\infty[$ ដែល $f(x)=\sqrt{x+2}$ ។

ក . រកតម្លៃអមនៃ $f(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x\in[-1\,;2]$ ។

ខ . បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x\in[-1\,;2]$ គេបាន $\frac{1}{4}x+5\le\sqrt{x+2}\le\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ ។

៩ . គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ I ។ ប្រើទ្រឹស្តីបទរ៉ូល (បើអាច) រកគ្រប់តម្លៃ c
ក្នុងចន្លោះ I ដែល $f(c)=0$:

ក . $f(x)=x^3-4x$, $c\in(-2\,,\,2)$ ខ . $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$, $c\in(1\,,3)$

គ . $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x+2}$, $c\in(-1\,,\,3)$ ឃ . $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$, $c\in(-1\,,\,1)$

ង . $f(x)=\sin 2x$, $c\in\left(\frac{\pi}{6}\,,\,\frac{\pi}{3}\right)$ ច . $f(x)=\dfrac{x}{2}-\sin\dfrac{\pi x}{6}$, $c\in(-1\,,\,0)$

១០ . គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ I ។ ប្រើទ្រឹស្តីបទតម្លៃមធ្យម រកគ្រប់តម្លៃ $c\in(a;b)$
ដែល $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$:

ក . $f(x)=x^2$, $c\in(-2\,,\,1)$ ខ . $f(x)=x\left(x^2-x-2\right)$, $c\in(-1\,,1)$

គ . $f(x)=x^3$, $c\in(0\,,\,1)$ ឃ . $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$, $c\in\left(-\frac{1}{2}\,,\,2\right)$

ង . $f(x)=\sin 2x$, $c\in\left(\frac{\pi}{6}\,,\,\frac{\pi}{3}\right)$ ច . $f(x)=\dfrac{x}{2}-\sin\dfrac{\pi x}{6}$, $c\in(-1\,,\,0)$

១១ . សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយ បានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងមួយថ្ងៃ
សម្រាប់ផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=2400+28x+0.02x^2$
គិតជាពាន់រៀល។

ក . កំណត់ប្រាក់ចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ 10 គ្រឿង 20 គ្រឿង 30 គ្រឿង ។

ខ . ប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណាយក្នុងការផលិត
សម្ភារៈ គ្រឿងទី 11 គ្រឿងទី 21 គ្រឿងទី 31 ។

១២ . សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងការផលិត
សម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=480+26x-0.1x^2$ គិតជាពាន់រៀល។

ក . កំណត់អនុគមន៍ប្រាក់ចំណាយមធ្យម $\overline{C}(x)$ ។

ខ . គណនា ប្រាក់ចំណាយមធ្យមបន្ថែម កាលណា $x=30\,;x=50$ និង $x=70$ ។

១៣. សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយបានចំណាយប្រាក់សរុបសម្រាប់ផលិត
សម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=1080+42x+0.3x^2$ គិតជាពាន់រៀល។
កំណត់បរិមាណសម្ភារៈដែលសហគ្រាសត្រូវផលិតដើម្បីឱ្យប្រាក់ចំណាយមធ្យមមាន
កំរិតអប្បបរមាបើ $0\le x\le 90$ ។

១៤ . ក្រុមហ៊ុនផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=x^2+20x+1050$ គិតជាពាន់រៀល ហើយក្រុមហ៊ុន លក់ចេញវិញទទួលបានប្រាក់ចំណូលសរុប ឱ្យតាមអនុគមន៍ $R(x)=140x-0.5x^2$ គិតជាពាន់រៀល ។ កំណត់កំរិតបរិមាណសម្ភារៈដែលក្រុមហ៊ុនត្រូវផលិត និង លក់ ដើម្បីឱ្យក្រុមហ៊ុនទទួលបានប្រាក់ចំណេញជាអតិបរមា បើ $0\le x\le 70$ ។

១៥. រោងពុម្ពបោះពុម្ពទស្សនាវដ្ដីមួយ បានចំណាយសរុបក្នុងមួយខែ សម្រាប់បោះពុម្ព ទស្សនាវដ្ដី x ច្បាប់ដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=0.0001x^2+x+465$ ពាន់រៀល។ហើយ រោងពុម្ពបានលក់ចេញវិញទស្សនាវដ្ដីមួយច្បាប់ថ្លៃ $P=D(x)=4-0.0002x^2$ ពាន់រៀល។

ក . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប $R(x)$ ។

ខ . សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញសរុប $P(x)$ ។

គ . គណនាប្រាក់ចំណេញសរុប បើក្នុងមួយខែរោងពុម្ពលក់អស់ 3000 ច្បាប់ ។

ឃ . ប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណេញដែលបានពីការលក់ទស្សនាវដ្ដីច្បាប់ទី 3001។

១៦ . ប្រាក់ចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងរបស់ក្រុមហ៊ុនផលិតសម្ភារៈប្រើ ប្រាស់មួយដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x)=300+24x-0,4x^2+0,1x^3$ គិតជាពាន់រៀល។

ក . គណនា $C(3)$; $C(5)$ ។

ខ . គណនា $\overline{C'}(3)$; $\overline{C'}(5)$ ។

ជំពូក ៣ អាំងតេក្រាលកំណត់

មេរៀនទី ១ អាំងតេក្រាលកំណត់

សង្ខេបមេរៀន

១ . ផ្ទៃក្រឡា f ជាអនុគមន៍ជាប់ និងវិជ្ជមាន ឬ 0 លើចន្លោះ $[a,b]$ ។
ផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌ ដោយខ្សែកោង (C) តាង f អ័ក្សអាប់ស៊ីស បន្ទាត់ឈរ
$x=a$ និង $x=b$ កំណត់ដោយ :

$$\int_a^b f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b)-F(a)$$

២ . បើអនុគមន៍ $y=f(x)$ ជាប់លើចន្លោះ $[a,b]$ នោះផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃកប្លង់ដែលខណ្ឌ ដោយខ្សែកោង អ័ក្សអាប់ស៊ីស បន្ទាត់ឈរ $x=a$ និង $x=b$ កំណត់ដោយ :

$$S=\int_a^b f(x)\,dx \quad \text{បើ } f(x)\ge 0$$

$$S=-\int_a^b f(x)\,dx \quad \text{បើ } f(x)\le 0$$

៣ . បើ f និង g ជាប់លើចន្លោះ $[a,b]$ នោះផ្ទៃក្រឡានៅចន្លោះក្រាបតាងអនុគមន៍ទាំងពីរ បន្ទាត់ឈរ $x=a$ និង $x=b$ កំណត់ដោយ :

$$S=\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)dx$$

បើក្រាបតាងអនុគមន៍ f និង g ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $x=a$ និង $x=b$ នោះផ្ទៃក្រឡានៅចន្លោះក្រាបតាងអនុគមន៍ទាំងពីរ គឺ

$$S=\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)dx$$

លំហាត់គំរូទី ១ : ដោយប្រើនិយមន័យ គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ : $\int_0^1 x^2dx$

ចម្លើយ

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [∫] [ALPHA] [)] [x²] [▶] [0] [▶] [1] [=] $\frac{1}{3}$

គេបាន $\int_0^1 x^2dx = \frac{1}{3}$

លំហាត់គំរូទី ២ : រកផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង $(C): y = \frac{1}{x}$ អ័ក្សអាប់ស៊ីស បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e$ ។អ័ក្ស

ចម្លើយ

តាមបំរាប់ គេបាន $S = \int_1^e \frac{1}{x}dx$

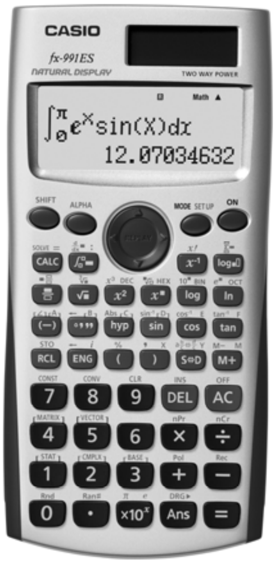
តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [∫] [▭/▭] [1] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [▶] [1] [▶] [ALPHA] [×10ˣ] [=] 1

គេបាន $S = \int_1^e \frac{1}{x}dx = 1$ ឯកតាផ្ទៃ

លំហាត់គំរូទី ៣ : គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង $(C): y = 4 - x^2$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[-2;2]$ ។



ចម្លើយ

ចំពោះ គ្រប់ $x \in [-2;2]$ អនុគមន៍ $y = f(x) = 4 - x^2 \geq 0$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡា $A = \int_{-2}^2 (4 - x^2)dx$

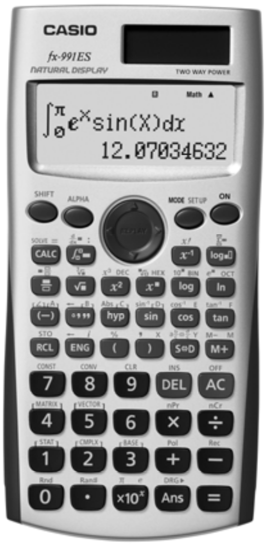
តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [∫] [(] [4] [−] [ALPHA] [)] [x²] [)] [▶] [−] [2] [▶] [2] [=] $\frac{32}{3}$

គេបាន $A = \int_{-2}^2 (4 - x^2)dx = \frac{32}{3}$ ឯកតាផ្ទៃ

លំហាត់គំរូទី ៤ : គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = -\sqrt{x-2}$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[2;6]$ ។



ចម្លើយ

ចំពោះ គ្រប់ $x\in[2;6]$ អនុគមន៍ $y=f(x)=-\sqrt{x-2}\le 0$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡា $A=-\int_2^6\left(-\sqrt{x-2}\right)dx$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [−] [∫] [(] [−] [√] [ALPHA] [)] [−] [2] [▶] [)]

[▶] [2] [▶] [6] [=] $\frac{16}{3}=5.3333$

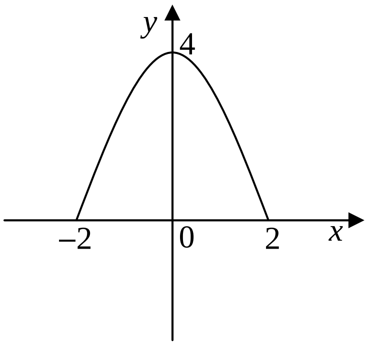
គេបាន $A=-\int_2^6\left(-\sqrt{x-2}\right)dx=\frac{16}{3}=5.3333$ ឯកតាផ្ទៃ

លំហាត់គំរូទី ៥ : គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង $(C): y=4-x^2$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[-2;3]$ ។

ចម្លើយ

ក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ $y=f(x)=4-x^2$ កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស

ត្រង់ $x=-2$ និង $x=2$ កំណត់ដោយ :



គេបាន ផ្ទៃក្រឡា $S=\int_{-2}^2\left(4-x^2\right)dx-\int_2^3\left(4-x^2\right)dx$ ព្រោះ

$x\in[2,3]$ គេបាន $f(x)\le 0$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [∫] [(] [4] [−] [ALPHA] [)] [x^2] [)] [▶]
[−] [2] [▶] [2] [▶] [−] [∫] [(] [4] [−]
[ALPHA] [)] [x^2] [)] [▶] [2] [▶] [3] [=] 13

គេបាន $S=13$ ឯកតាផ្ទៃ

ប្រតិបត្តិ :

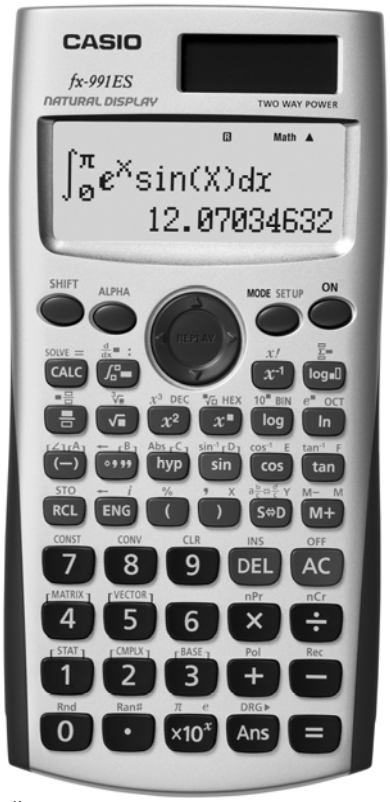
ក . គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=x^2+3x+2$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[-3;0]$ ។

ខ . គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\frac{3}{x+2}$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[-1;3]$ ។

លំហាត់គំរូទី ៦ : គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល $(P): y=f(x)=x^2+2x$ និងបន្ទាត់ $(D): y=x+2$ ត្រូវនឹងចន្លោះ $0\le x\le 2$ ។

ចម្លើយ

សមីការអាប់ស៊ីស រវាងប៉ារ៉ាបូល (P) និង បន្ទាត់(D) គឺ



$x^2+2x=x+2$

$x^2+x-2=0$

$x=1\,,\,x=-2$

(P) និង (D) ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $x=1\,,\,x=-2$ ហើយ បន្ទាត់(D) ស្ថិតនៅពីខាងលើ ប៉ារ៉ាបូល (P) ចំពោះ $\forall x\in[-2,1]$ គេបានផ្ទៃក្រឡាកំណត់ដោយ

$S=\int_{-2}^{1}\left[(x+2)-\left(x^2+2x\right)\right]dx$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចុច [MODE] [1]

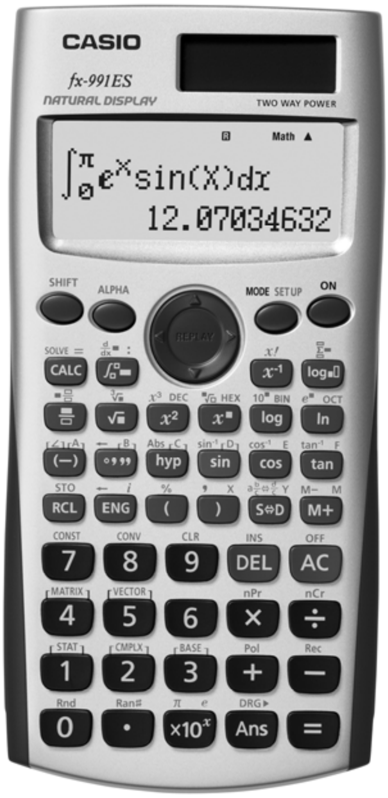
បញ្ចូលទិន្នន័យ [∫□] [(] [(] [ALPHA] [)] [+] [2] [)] [−] [(] [ALPHA] [)] [x²] [+] [2] [ALPHA] [)] [)] [)] [▶] [−] [2] [▶] [1] [=] $\frac{9}{2}$

គេបាន $S=\frac{9}{2}$ ឯកតាផ្ទៃ

លំហាត់គំរូទី ៧ : គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល $(P):y=f(x)=x^2-3x+2$ និងបន្ទាត់$(D):y=x-1$ត្រូវនឹងចន្លោះ $x=0\,,\;x=2$ ។

ចម្លើយ

សមីការអាប់ស៊ីស រវាងប៉ារ៉ាបូល (P) និង បន្ទាត់ (D) គឺ



$x^2-3x+2=x-1$

$x^2-4x+3=0$

$x=1\,,\,x=3$

គេបានផ្ទៃក្រឡាកំណត់ដោយ

$S=\int_0^1\left(x^2-4x+3\right)dx+\int_1^2\left(-x^2+4x-3\right)dx$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [∫□] [(] [ALPHA] [)] [x²] [−] [4] [ALPHA] [)]

បន្ត [+] [3] [)] [▶] [0] [▶] [1] [▶] [+] [∫□] [(] [−] [ALPHA] [)] [x²] [+] [4] [ALPHA] [)]

បន្ត [−] [3] [)] [▶] [1] [▶] [2] [=] 2

$S=2$ ឯកតាផ្ទៃ

ប្រតិបត្តិ :

ក . គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=x^3$ និងប៉ារ៉ាបូល $y=x^2+1$ ត្រូវនឹងចន្លោះ $[-1\,,\,1]$ ។

ខ . គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=x^3$ និងបន្ទាត់ $y=4x$ ។

លំហាត់

១. ដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

ក . $\int_0^2 3x\,dx$ ខ . $\int_2^4 4x\,dx$ គ . $\int_0^2 x^2dx$ ឃ . $\int_{-2}^2 \left(x^2-5x\right)dx$

២. គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសលើចន្លោះដែលឱ្យ :

ក . $f(x)=x^2$ និង $x\in[1\,,3]$ ខ . $f(x)=x^2+2x-3$ និង $x\in[1\,,3]$

គ . $f(x)=2-x^3$ និង $x\in[-3\,,-2]$ ឃ . $f(x)=\dfrac{3}{2x+1}$ និង $x\in[0\,,2]$

៣. គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ទាំងពីរ :

ក . $f(x)=x^2+2$ និង $g(x)=x$, $x\in[1\,,3]$

ខ . $f(x)=x^2$ និង $g(x)=x^3$, $x\in[0\,,1]$

គ . $f(x)=\sqrt{2x+1}$ និង $g(x)=3x+2$, $x\in[0\,,2]$

ឃ . $f(x)=e^{x-1}$ និង $g(x)=x$, $x\in[1\,,4]$

៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $x=y^2$ និង $y=x-2$ ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍:

ក . $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ និង $g(x)=e^{0.7x}$ ក្នុងចន្លោះ $x\in[0\,,4]$ ។

ខ . $f(x)=x^3$ និង $g(x)=x^2+1$ ក្នុងចន្លោះ $x\in[-1\,,1]$ ។

គ . $f(x)=x^3$ និងបន្ទាត់ $g(x)=4x$ ។

៦. គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល $(P):\ y=x^2-3x+2$; $(D): y=x-1$ បន្ទាត់ឈរ $x=0$ និង $x=2$ ។

៧. គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល $(P):\ y=x^2+2x$ និង $(D): y=x+2$ ។

មេរៀនទី

២ មាឌសូលីត និងប្រវែងធ្នូ

សង្ខេបមេរៀន

១ . បើអនុគមន៍ f វិជ្ជមានហើយជាប់លើចន្លោះ $[a,b]$ នោះមាឌនៃសូលីតបរិវត្តបានពី រង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)$ អ័ក្សអាប់ស៊ីស បន្ទាត់ឈរ $x=a$ និង $x=b$ កំណត់ដោយ :

$$V=\lim_{x\to+\infty}\sum_{k=1}^{n}\pi\left[f\left(x_k\right)\right]^2\Delta x=\pi\int_a^b\left[f(x)\right]^2dx \text{ អ័ក្ស}$$

២ . មាឌនៃសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាង អនុគមន៍ $y=f(x)$ និង $y=g(x)$ លើចន្លោះ $[a,b]$ ដែល $f(x)\ge g(x)$ កំណត់ដោយ :

$$V=\pi\int_a^b\left[f(x)\right]^2dx-\pi\int_a^b\left[g(x)\right]^2dx$$

៣ . អនុគមន៍ F ដែលកំណត់លើចន្លោះ $[a,b]$ ដោយ $F(x)=\int_a^x f(t)\,dx$ ហៅថា អនុគមន៍កំណត់តាមអាំងតេក្រាលកំណត់

$$\frac{d}{dx}\left[F(x)\right]=\frac{d}{dx}\left[\int_a^x f(t)\,dt\right]=f(x)$$

៤ . ប្រវែងធ្នូនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ f ចំពោះ $a\le x\le b$ កំណត់ដោយ :

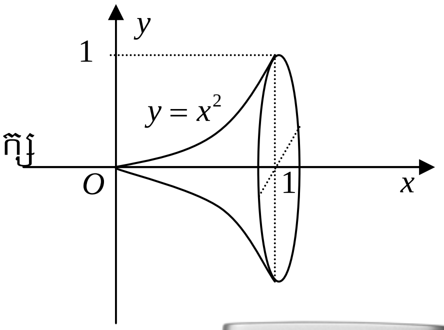
$$L=\int_a^b\sqrt{1+\left[f(x)\right]^2}\,dx$$

៥ . បើអនុគមន៍ f ជាប់លើចន្លោះ $[a,b]$ នោះតម្លៃមធ្យមនៃអនុគមន៍ធៀប x កំណត់ដោយ :

$$y_{av}=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

លំហាត់គំរូទី ១ : គណនាមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែល ខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[0\,,1]$ ។

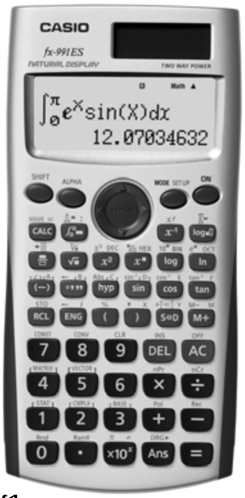
ចម្លើយ



មាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីស នៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ និង អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[0\,,1]$ កំណត់ដោយ

$$V = \pi\int_0^1 \left[f(x)\right]^2 dx = \pi\int_0^1 \left[x^2\right]^2 dx = \pi\int_0^1 x^4 dx$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES



ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

កំណត់ចេញលទ្ធផលជាវ៉ាដ្យង់ SHIFT MODE 4

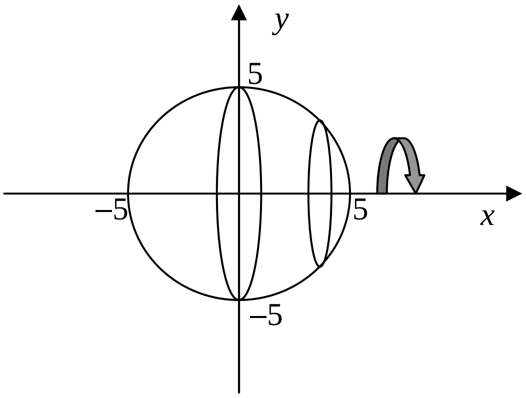
បញ្ចូលទិន្នន័យ SHIFT $\times 10^x$ ∫ ALPHA) $x^\blacksquare$ 4

▶ ▶ 0 ▶ 1 = $\dfrac{1}{5}\pi$

គេបាន $V = \dfrac{1}{5}\pi$ ឯកតាមាឌ

លំហាត់គំរូទី ២ : បង្ហាញថាមាឌរបស់ស្វ៊ែមានកាំ $r = 5$ គឺ $V = \dfrac{4\pi}{3}\times 5^3$ ។

ចម្លើយ

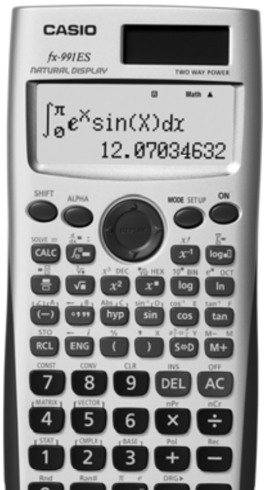


យកផ្ចិតស្វ៊ែត្រង់គល់តម្រុយ ។ ស្វ៊ែជាសូលីតបរិវត្តដែលកើតឡើងដោយរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

សមីការរង្វង់ $x^2 + y^2 = 5^2$

គេបាន $y^2 = 25 - x^2$

នោះមាឌស្វ៊ែគឺ $V = \pi\int_{-5}^{5} y^2 dx = \pi\int_{-5}^{5}\left(25 - x^2\right)dx$



ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

កំណត់ចេញលទ្ធផលជាវ៉ាដ្យង់ SHIFT MODE 4

បញ្ចូលទិន្នន័យ SHIFT $\times 10^x$ ∫ (2 5 − ALPHA) x^2

) ▶ − 5 ▶ 5 = $\dfrac{500}{3}\pi = \dfrac{4}{3}\times 5^3\pi$

គេបាន $V = \dfrac{500}{3}\pi$ ឯកតាមាឌ

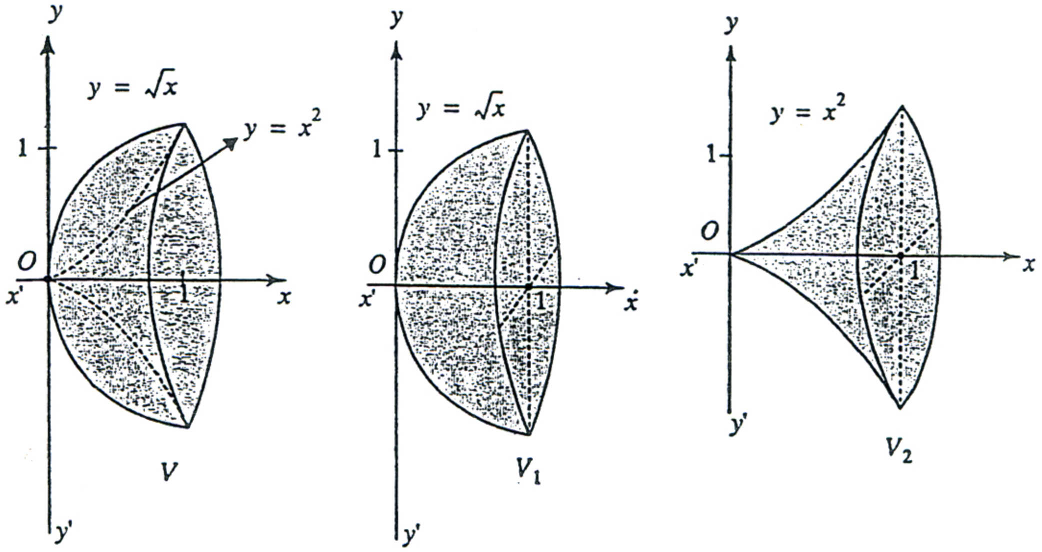
ប្រតិបត្តិ

ក . គណនាមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=\sqrt{x}$ និង អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[-2\,,1]$ ។

ខ . គណនាមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=4-x^2$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រូវនឹងចន្លោះ $[-2\,,2]$ ។

លំហាត់គំរូទី ៣ : គណនាមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=\sqrt{x}$ និង $g(x)=x^2$ ត្រូវនឹង $0\le x\le 1$ ។

ចម្លើយ



តាមរូបគេបាន

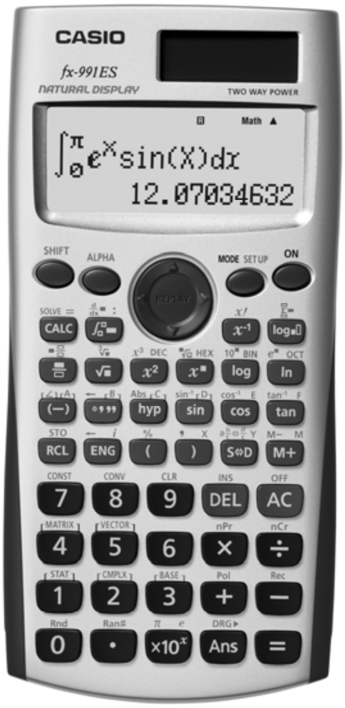
$$V=V_1-V_2$$
$$=\pi\int_0^1\left[f(x)\right]^2dx-\pi\int_0^1\left[g(x)\right]^2dx$$
$$=\pi\int_0^1 xdx-\pi\int_0^1 x^4dx$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

កំណត់ចេញលទ្ធផលជារ៉ាដ្យង់ SHIFT MODE 4

បញ្ចូលទិន្នន័យ SHIFT ×10ˣ ∫ ALPHA) ▶ 0 ▶ 1 ▶ −
SHIFT ×10ˣ ∫ ALPHA) xⁿ 4 ▶ ▶ 0
▶ 1 = $\frac{3\pi}{10}$



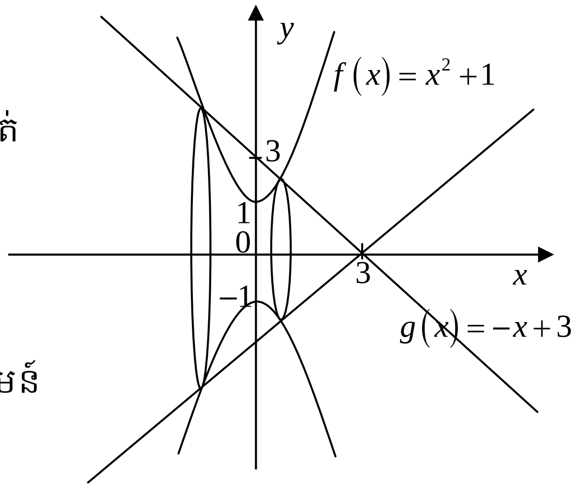
គេបាន $V=\frac{3\pi}{10}$ ឯកតាមាឌ

លំហាត់គំរូទី ៤ : គណនាមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=x^2+1$ និង $g(x)=-x+3$ ត្រូវនឹង $0\le x\le 1$ ។

ចម្លើយ

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=x^2+1$ ជាប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $(0\,,1)$ កាត់តាមចំណុច

x	-2	1
y	5	2



ក្រាបតាងអនុគមន៍ $g(x)=-x+3$ ជាបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច

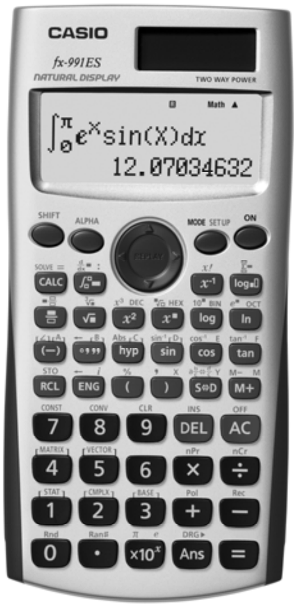
x	0	3
y	3	0

គេបានមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=x^2+1$ និង $g(x)=-x+3$ ត្រូវនឹង $0\le x\le 1$

កំណត់ដោយ $V=\pi\int_a^b\left[f(x)\right]^2dx-\pi\int_a^b\left[g(x)\right]^2dx$

$$=\pi\int_{-2}^{1}(-x+3)^2dx-\pi\int_{-2}^{1}\left(x^2+1\right)^2dx$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES



ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

កំណត់ចេញលទ្ធផលជារ៉ាដ្យង់ SHIFT MODE 4

បញ្ចូលទិន្នន័យ SHIFT x10ˣ ∫ (− ALPHA) + 3) x² ▶ − 2 ▶ 1 ▶ − SHIFT x10ˣ ∫ (ALPHA)

បន្ត x² + 1) x² ▶ − 2 ▶ 1 = $\frac{117\pi}{5}$

គេបាន $V=\frac{117\pi}{5}$ ឯកតាមាឌ

ប្រតិបត្តិ

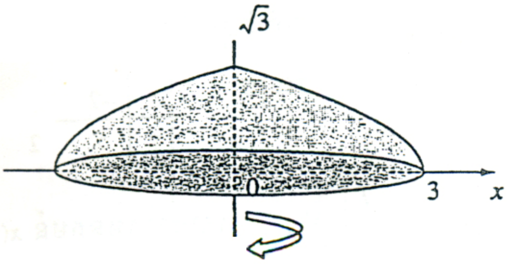
ក . គណនាមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=4-x^2$ និង $g(x)=2-x$ ត្រូវនឹង $-1\le x\le 2$ ។

ខ . (C) ជាក្រាបតាង $f(x)=e^x$ និង (l) ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុច $(1\,,e)$ ។

១ . រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (l) ។

២ .គណនាមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយក្រាប (C) និង (l) ត្រូវនឹង $0\le x\le 1$ ។

លំហាត់គំរូទី ៥ : គណនាមាឌសូលីតបរិវត្តបានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្សអាប់ស៊ីសនៃផ្ទៃតាងអនុគមន៍ $y=\sqrt{3-x}$ និង $g(x)=-x+3$ ត្រូវនឹង $0\le y\le\sqrt{3}$ ។



ចម្លើយ

គេមាន $y=\sqrt{3-x}$

$y^2=3-x$

$x=y^2-3$

នោះមាឌដែលត្រូវរកគឺ

$$V=\pi\int_0^{\sqrt{3}}\left(3-y^2\right)^2 dy$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES សន្មត y ជា x

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

កំណត់ចេញលទ្ធផលជារ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] [4]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [SHIFT] [×10ˣ] [∫□] [(] [3] [−] [ALPHA] [)] [x²] [)] [x²]

បន្ត [▶] [0] [▶] [√□] [3] [=] $\dfrac{24\pi\sqrt{3}}{5}=26.1187$

គេបាន $V=\dfrac{24\pi\sqrt{3}}{5}=26.1187$ ឯកតាមាឌ

លំហាត់គំរូទី ៦ : គណនាតម្លៃមធ្យមនៃអនុគមន៍ $y=\sqrt{x}$ នៅលើចន្លោះ $[0\,,4]$ ។

ចម្លើយ

តម្លៃមធ្យមនៃអនុគមន៍ $y=\sqrt{x}$ នៅលើចន្លោះ $[0\,,4]$ កំណត់ដោយ :

$$y_{av}=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

$$=\frac{1}{4-0}\int_0^4\sqrt{x}dx$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [□/□] [1] [▶] [4] [−] [0] [▶] [∫□] [√□] [ALPHA] [)]

បន្ត [▶] [▶] [0] [▶] [4] [=] $\dfrac{4}{3}=1.3333$

គេបាន $y_{av}=\dfrac{4}{3}=1.3333$

លំហាត់គំរូទី ៧ : គណនាតម្លៃមធ្យមនៃអនុគមន៍ $y=\sin x$ នៅលើចន្លោះ $\left[0\,,\dfrac{\pi}{2}\right]$ ។

ចម្លើយ

តម្លៃមធ្យមនៃអនុគមន៍ $y=\sin x$ នៅលើចន្លោះ $\left[0\,,\dfrac{\pi}{2}\right]$ កំណត់ដោយ

$$y_{av}=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

$$=\frac{1}{\frac{\pi}{2}-0}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

កំណត់ចេញលទ្ធផលជារ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] [4]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [▭/▭] [1] [▶] [▭/▭] [SHIFT] [x10^x] [▶] [2] [▶] [−] [0] [▶]

បន្ត [∫▭] [sin] [ALPHA] [)] [)] [▶] [0] [▶] [▭/▭] [SHIFT] [x10^x] [▶] [2] [=] $\frac{2}{\pi}=0.6366$

គេបាន $y_{av}=\frac{2}{\pi}=0.6366$

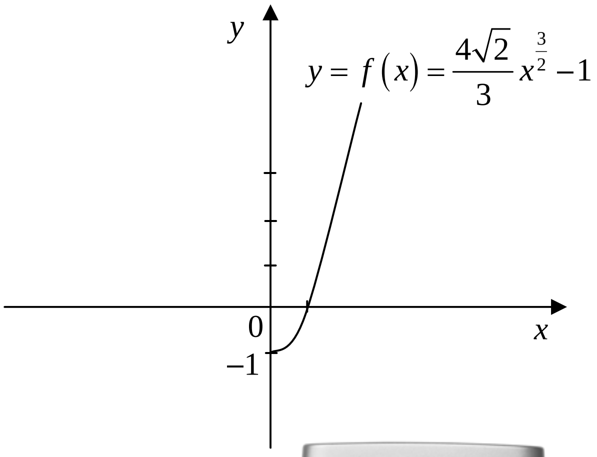
ប្រតិបត្តិ

ក . គណនាតម្លៃមធ្យមនៃអនុគមន៍ $y=\frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$ នៅលើចន្លោះ $\left[1\,,\sqrt{e}\right]$ ។

ខ . គណនាតម្លៃមធ្យមនៃអនុគមន៍ $y=\sqrt{2x+1}$ នៅលើចន្លោះ $[4\,,12]$ ។

លំហាត់គំរូទី ៨ : គណនាប្រវែងធ្នូនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)=\frac{4\sqrt{2}}{3}x^{\frac{3}{2}}-1$ ដែលនៅចន្លោះបន្ទាត់ឈរ $x=0$ និង $x=1$ ។

ចម្លើយ



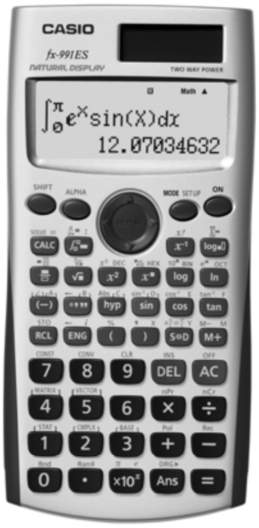
គេមាន $y=f(x)=\frac{4\sqrt{2}}{3}x^{\frac{3}{2}}-1$

$$y'=\frac{4\sqrt{2}}{3}\times\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1}$$

$$=2\sqrt{2}x^{\frac{1}{2}}$$

$$1+(y')^2=1+\left(2\sqrt{2}x^{\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$=1+8x$$



ប្រវែងធ្នូនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)=\frac{4\sqrt{2}}{3}x^{\frac{3}{2}}-1$

ដែលនៅចន្លោះបន្ទាត់ឈរ $x=0$ និង $x=1$ កំណត់ដោយ :

$$L=\int_a^b\sqrt{1+(y')^2}\,dx$$

$$=\int_0^1\sqrt{1+8x}\,dx$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

កំណត់ចេញលទ្ធផលជារ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] [4]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [∫▭] [√▭] [1] [+] [8] [ALPHA] [)]

បន្ត [▶] [▶] [0] [▶] [1] [=] $\frac{13}{6}=2.1666$

គេបាន $L=\frac{13}{6}=2.1666$

ប្រតិបត្តិ : គណនាប្រវែងធ្នូនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)=\frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$ ដែលនៅចន្លោះបន្ទាត់ឈរ $x=0$ និង $x=3$ ។

លំហាត់

១. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាប តាងអនុគមន៍ $y=2x+1$ អ័ក្ស $x'ox$ បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=3$ ។

២. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាប តាងអនុគមន៍ $y=x^2+1$ អ័ក្ស $x'ox$ បន្ទាត់ឈរ $x=0$ និង $x=3$ ។

៣. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាប តាងអនុគមន៍ $y=\sqrt{x}-3$ អ័ក្ស $x'ox$ បន្ទាត់ឈរ $x=4$ និង $x=9$ ។

៤. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាប តាងអនុគមន៍ $f(x)=x^2$ និង $g(x)=4x-x^2$ ។

៥. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាប តាងអនុគមន៍ $f(x)=x^2-2x+3$ និង $g(x)=9-x$ ។

៦. គេលក់បោះដុំស្ករសូកូឡាបានទទួលវិក័យប័ត្រទូទាត់ ចំនួន 1200 រៀងរាល់ថ្ងៃ ។ ស្ករសូកូឡាត្រូវបានលក់បន្តឱ្យអ្នកលក់រាយដោយអត្រាថេរ និង x ជាថ្ងៃបន្ទាប់ពីវិក័យប័ត្រមកដល់ ហើយបញ្ជីទូទាត់កំណត់ដោយ $I(x)=1200-40x$ ។

ក . គណនាមធ្យមប្រចាំថ្ងៃនៃការទូទាត់ ។

ខ . គណនាមធ្យមប្រចាំថ្ងៃនៃថ្លៃលក់ស្ករសូកូឡាបើស្ករសូកូឡាមួយគ្រាប់ថ្លៃ 300 រៀល ។

៧ . ក. គណនាប្រវែងធ្នូនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{4x}$ ពី $x=1$ ទៅ $x=3$ ។

ខ. ឧបមាថា $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ ។ បន្ទាត់ជួបអ័ក្សអរដោនេត្រង់ចំណុច B ហើយប៉ះនឹងក្រាបតាង f ត្រង់ចំណុច $A(a\,;\,f(a))$ ដែល $a>0$ ។ ប្រៀបធៀបប្រវែងនៃអង្កត់ AB និង ប្រវែងធ្នូនៃក្រាបតាង f ដែលនៅចន្លោះបន្ទាត់ឈរ $x=0$ និង $x=a$ ។

៨. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

ក . $\int_{-2}^{2}(4-x^2)(2+x)^n\,dx$ ខ . $\int_6^8\frac{x}{x^2-6x+8}dx$ គ . $\int_0^1\frac{x^2}{x^2-x-2}dx$

ឃ . $\int_1^3\frac{x-1}{\sqrt{x}}dx$ ង . $\int_0^1\frac{x}{1+3x^2}dx$ ច . $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{3+\cos^2 x}dx$

៩. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=x+6$ និង $g(x)=x^2$ លើចន្លោះ $x\in[-2;3]$ ។

១០. គណនា

ក . $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos^2 x dx$ ខ . $\int_1^e \frac{\sin(\pi\ln x)}{x}dx$ គ . $\int_0^{\sqrt{\ln 6}} \frac{x}{e^{-x^2}+e^{x^2}+2}dx$

ឃ . $\int_0^1\left(4-x^2-\sqrt{1-x^2}\right)dx$ ង . $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ ច . $\int_0^1 \frac{2x}{x^2-x+1}dx$

១១. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាប តាងអនុគមន៍ $y=\sqrt{3-x}$ និងអ័ក្ស $x'ox$, $(-1\le x\le 2)$ ។

១២. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលចំនួន 360° ជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាប តាងអនុគមន៍ $y=1-x^2$ និងអ័ក្ស $x'ox$, $x\in[-1;\,1]$ ។

១៣. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=2x^2$ និង $g(x)=4x-x^2$ ។

១៤. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីរង្វិលចំនួន 180° ជុំវិញអ័ក្ស $x'ox$ នៃផ្ទៃក្រឡាដែល ខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=8-x^2$ និង $g(x)=x^2$ ។

១៥. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\sin\frac{\pi}{2}x$ និង $y=x^4$ ។

១៦. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\sin^3 x$ និង $y=\cos^3 x$ នៅចន្លោះ $x=\frac{\pi}{4}$ និង $x=\frac{5\pi}{4}$ ។

១៧. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\sin x$, $0\le x\le\pi$ និង $y=\sin 3x$, $0\le x\le\pi$ ។

ជំពូក ៤ សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

មេរៀនទី ១ សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី ១

មេរៀនសង្ខេប

សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី 1 មានរាងទូទៅ:

1. $\frac{dy}{dx}=f(x)$ មានចម្លើយទូទៅ $y=\int f(x)dx+c$

2. $g(y)\frac{dy}{dx}=f(x)$ មានចម្លើយទូទៅ $G(y)=F(x)+c$ ដែល $G(y)=\int g(y)dy$

3. $y'+ay=0$ ឬ $\frac{dy}{dx}+ay=0$ មានចម្លើយទូទៅ $y=Ae^{-ax}$ (A ជាចំនួនថេរ)

4. $y'+ay=p(x),\quad p(x)\neq 0$ មានចម្លើយទូទៅ $y=y_e$ ដែល y_p ជាចម្លើយ នៃសមីការ $y'+ay=0$ និង y_p ជាចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការ $y'+ay=p(x)$

លំហាត់គំរូទី ១ : ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$

ចម្លើយ

គេមាន $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$ នាំឱ្យ $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2x}{x^2+1}$

$$dy=\frac{2x}{x^2+1}dx$$

$$\int dy=\int\frac{2x}{x^2+1}dx$$

$$y=\int\frac{d\left(x^2+1\right)}{x^2+1}$$

$$y=\ln\left(x^2+1\right)+c$$

ដូចនេះ $y=\ln\left(x^2+1\right)+c$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល c ជាចំនួនថេរណាមួយ ។

ប្រតិបត្តិ : ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល :

ក . $y'=6x^2+4x+5$ ខ . $y'=xe^{x^2}$

លំហាត់គំរូទី ២ : រកអនុគមន៍ចម្លើយមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $x\dfrac{dy}{dx}-y=2x^2y$ ដែលខ្សែកោងកាត់តាមចំណុច $(x=1\,,\,y=e)$

ចម្លើយ

គេមាន $x\dfrac{dy}{dx}-y=2x^2y$ នាំឱ្យ $\dfrac{dy}{y}=\dfrac{\left(2x^2+1\right)dx}{x}$

$$\int\frac{dy}{y}=\int\left(2x+\frac{1}{x}\right)dx$$

$$\ln|y|=x^2+\ln|x|+c$$

ខ្សែកោងចម្លើយកាត់តាមចំណុច $(x=1\,,\,y=e)$

គេបាន $\ln(e)=1+\ln(1)+c$

$$1=1+0+c\Rightarrow C=0$$

ដូចនេះ ចម្លើយមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល គឺ $\ln|y|=x^2+\ln|x|$

លំហាត់គំរូទី ៣ : រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'+y=0$ ។ រកចម្លើយពិសេសនៃសមីការនេះតាមលក្ខខណ្ឌ $y(0)=-1\,,\,y(0)=1\,,\,y(1)=1$

ចម្លើយ

រកចម្លើយទូទៅ

គេមាន $y'+y=0$

$$y'=-y$$

$$\frac{dy}{y}=-dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = -\int dx$$
$$\ln|y| = -x + c$$
$$|y| = e^{(-x+c)}$$
$$y = \pm e^{c} e^{-x}$$

ដូចនេះ $y = Ae^{-x}$, $A = \pm e^{c}$ ដែល A ជាចំនួនថេរណាមួយ ។

រកចម្លើយពិសេស

+ តាមលក្ខខណ្ឌ $y(0) = -1$ គេបាន $-1 = Ae^{0} \Rightarrow A = -1$

ដូចនេះ $y = -e^{-x}$ ជាចម្លើយពិសេស

+ តាមលក្ខខណ្ឌ $y(0) = 1$ គេបាន $1 = Ae^{0} \Rightarrow A = 1$

ដូចនេះ $y = e^{-x}$ ជាចម្លើយពិសេស

+ តាមលក្ខខណ្ឌ $y(1) = 1$ គេបាន $1 = Ae^{-1} \Rightarrow A = e$

ដូចនេះ $y = e^{-x+1}$ ជាចម្លើយពិសេស

ប្រតិបត្តិ : ១ . ដោះស្រាយសមីការ $-y' + 2y = 0$ តាមលក្ខខណ្ឌ $y(3) = -2$

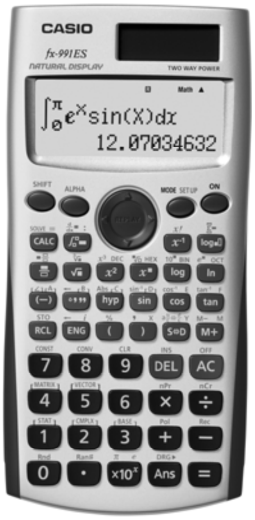
២ . រកអនុគមន៍ចម្លើយនៃសមីការ $3y' + 6y = 0$ ដែលខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ចម្លើយកាត់តាមចំណុច $(-4\,,\,2)$ ។

លំហាត់គំរូទី ៤ : ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y' - 2y = 8x^2 - 8x \qquad (E)$

ចម្លើយ

+ ដោះស្រាយសមីការ $y' - 2y = 0$

$$\frac{dy}{dx} = 2y \quad \Rightarrow \frac{dy}{y} = 2dx$$
$$\ln|y| = 2x + c$$
$$y_c = Ae^{2x} \quad , \; A = \pm e^{c}$$



+ ចម្លើយពិសេសនៃ(E) $y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow y_p' = 2ax + b$

នោះ (E) $\quad 2ax + b - 2ax^2 - 2bx - 2c = 8x^2 - 8x$

$$-2ax^2 + (2a - 2b)x + b - 2c = 8x^2 - 8x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a = 8 \\ 2a - 2b = -8 \\ b - 2c = 0 \end{cases}$$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx*- 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី ១មាន ៣អញ្ញាត [MODE] [5] [2]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [−] [2] [=] [0] [=] [0] [=] [8] [=]

[2] [=] [−] [2] [=] [0] [=] [−] [8] [=]

បន្ត [0] [=] [1] [=] [−] [2] [=] [0] [=] [=]

គេបាន $a = -4$ [▼] $b = 0$ [▼] $c = 0$

គេបាន $y_p = -4x^2$

ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ គឺ $y = y_c + y_p = Ae^{2x} - 4x^2$

ប្រតិបត្តិ : ដោះស្រាយសមីការ

ក . $y' + y = 2e^x$ ខ . $y' + 2y = x^2$, $y(0) = 2$ គ . $y' + y = \cos x + \sin x$

ចម្លើយ

ក . $y' + y = 2e^x \quad (1)$

+ ដោះស្រាយសមីការ $y' + y = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -y \quad \Rightarrow \frac{dy}{y} = -dx$$

$$\ln|y| = -x + c$$

$$y_c = Ae^{-x} \quad , \ A = \pm e^c$$

+ ចម្លើយពិសេសនៃ (1) $y_p = ae^x \Rightarrow y'_p = ae^x$

នោះ (E) $\quad ae^x + ae^x = 2e^x$

$$2a = 2 \quad , \quad e^x > 0 \ , \ \forall x$$

$$a = 1$$

គេបាន $y_p = e^x$

ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ គឺ $y = y_c + y_p = Ae^{-x} + e^x$

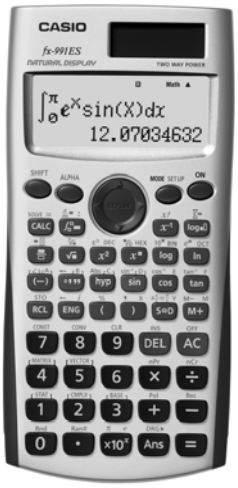
ខ . $y' + 2y = x^2$, $y(0) = 2 \quad (2)$

+ ដោះស្រាយសមីការ $y' + 2y = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -2y \ \Rightarrow \frac{dy}{y} = -2dx$$

$$\ln|y| = -2x + c$$

$$y_c = Ae^{-2x} \quad , \ A = \pm e^c$$



+ ចម្លើយពិសេសនៃ (2) $y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow y'_p = 2ax + b$

នោះ (2) $\quad 2ax + b + 2ax^2 + 2bx + 2c = x^2$

$$2ax^2 + (2a + 2b)x + b + 2c = x^2$$

$$\begin{cases} 2a = 1 \\ 2a + 2b = 0 \\ b + 2c = 0 \end{cases}$$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី ១មាន ៣អញ្ញាត [MODE] [5] [2]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [2] [=] [0] [=] [0] [=] [1] [=]

[2] [=] [2] [=] [0] [=] [0] [=]

បន្ត [0] [=] [1] [=] [2] [=] [0] [=] [=]

គេបាន $a=\frac{1}{2}$ ⊙ $b=-\frac{1}{2}$ ⊙ $c=\frac{1}{4}$

គេបាន $y_p=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ គឺ $y=y_c+y_p=Ae^{-2x}+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

តាមលក្ខខណ្ឌ $y(0)=2$ គេបាន $A+\frac{1}{4}=2\Rightarrow A=2-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$

ចម្លើយដោយឡែកនៃសមីការ គឺ $y=\frac{7}{4}e^{-2x}+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

គ . $y'+y=\cos x+\sin x$

+ ដោះស្រាយសមីការ $y'+y=0$

$$\frac{dy}{dx}=-y \quad \Rightarrow \frac{dy}{y}=-dx$$

$$\ln|y|=-x+c$$

$$y_c=Ae^{-x} \quad , \ A=\pm e^c$$

+ ចម្លើយពិសេសនៃ(3) $y=a\cos x+b\sin x\Rightarrow y'=-a\sin x+b\cos x$

នោះ(3) $-a\sin x+b\cos x+a\cos x+b\sin x=\cos x+\sin x$

$$(a+b)\cos x+(-a+b)\sin x=\cos x+\sin x$$

$$\Rightarrow\begin{cases} a+b=1 \\ -a+b=1\end{cases}$$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី ១មាន ២អញ្ញាត MODE 5 1

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ 1 = 1 = 1 =

− 1 = 1 = 1 = =

គេបាន $a=0$ ⊙ $b=1$

ដូចនេះចម្លើយទូទៅនៃសមីការ គឺ $y=y_c+y_p=Ae^{-x}+\sin x$

លំហាត់គំរូទី ៥ : នំដុតដែលគេទើបលើកចេញពីចង្ក្រានមានសីតុណ្ហភាព $120^\circ C$ ។ គេយកនំនេះមកដាក់ក្នុងបន្ទប់មួយមានសីតុណ្ហភាព $28^\circ C$ ។ គេឃើញថា 3 នាទីក្រោយមកសីតុណ្ហភាពរបស់នំធ្លាក់ចុះនៅ $80^\circ C$ ។

ក . សរសេរសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលទាក់ទង់នឹងសីតុណ្ហភាពT របស់នំក្នុងខណៈពេល t និងលក្ខខណ្ឌចំណោទដើម ។

ខ . គណនា សីតុណ្ហភាពរបស់នំក្នុងខណៈពេល t ។

គ . គណនារយៈពេលដែលសីតុណ្ហភាពរបស់នំថយចុះដល់ $30^\circ C$ ។

ចម្លើយ

ក . អត្រាថយចុះនៃសីតុណ្ហភាពគឺ $-\frac{dT}{dt}$ ដោយអត្រាថយចុះនេះសមាមាត្រនឹងផលដក

រវាងសីតុណ្ហភាពនំនិងសីតុណ្ហភាពបរិយាកាសជុំវិញ នោះគេបានសមីការ
ឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$-\frac{dT}{dt}=k(T-M)$ តាមលក្ខខណ្ឌដើម $T(0)=T_0=120^\circ C$

ដោយសីតុណ្ហភាព $M=28^\circ C$ នោះគេបាន $\frac{dT}{dt}=-k(T-28)$, $T(0)=120$

ខ . គណនា សីតុណ្ហភាពរបស់នំក្នុងខណៈពេល t

គេមាន $\frac{dT}{dt}=-k(T-28)\Rightarrow\frac{dT}{T-28}=-kdt$

$$\ln|T-28|=-kt+c$$

$$T-28=e^{-kt+c}$$

$$T(t)=Ae^{-kt}+28$$

ដោយ $T(0)=T_0=120^\circ C$ នោះ $120=Ae^{-k(0)}+28$

$$A=92$$

$$T(t)=92e^{-kt}+28$$

ដោយ 3 នាទីក្រោយ មកសីតុណ្ហភាពរបស់នំធ្លាក់ចុះពី$120^\circ C$ ទៅ $80^\circ C$ នោះគេបាន

$$80=92e^{-k(3)}+28$$

$$92e^{-k(3)}=52$$

$$e^{-k(3)}=\frac{52}{92}$$

$$-3k=\ln\left(\frac{52}{92}\right)$$

$$k=-\frac{1}{3}\ln\left(\frac{52}{92}\right)$$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES ដោយកំណត់ $t=x$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[(−)] [▭/▭] [1] [▶] [3] [▶] [ln] [▭/▭] [5] [2] [▶] [9] [2] [▶] [)] [=] $k=0.19$

ដូចនេះ $T(t)=92e^{-0.19t}+28$

គ . គណនារយៈពេលដែលសីតុណ្ហភាពរបស់នំថយចុះដល់ $30^\circ C$

គេបាន $30=92e^{-0.19t}+28$

$$30=92e^{-0.19t}+28$$

$$92e^{-0.19t}=2$$

$$e^{-0.19t}=\frac{2}{92}$$

$$-0.19t=\ln\left(\frac{2}{92}\right)$$

$$t=\frac{-1}{0.19}\ln\left(\frac{2}{92}\right)$$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[−] [▭] [1] [▶] [0] [·] [1] [9] [▶] [ln] [▭] [2] [▶] [9] [2] [▶] [)]

[=] [S⇔D] $t = 20.15263158$ [°'''] 20 នាទី 9 វិនាទី

ដូចនេះ $t = 20$ នាទី 9 វិនាទី

ប្រតិបត្តិ : មុនពេលចេញទៅធ្វើការ លោកគ្រូសាលីត្រូវពិសាកាហ្វេមួយកែវនៅក្នុងបន្ទប់ ដែលមានសីតុណ្ហភាព $28^{\circ}C$ ។កាហ្វេដែលទើបចាក់ដាក់កែវមានសីតុណ្ហភាព $80^{\circ}C$ ។ 15 នាទីក្រោយមក សីតុណ្ហភាពថយចុះនៅ $48^{\circ}C$ ។កាហ្វេដែលលោកគ្រូអាចហូប បានមិនធ្វើឱ្យរលាកមាត់គាត់គឺនៅ សីតុណ្ហភាព $40^{\circ}C$ ។

តើគាត់ត្រូវរង់ចាំប៉ុន្មាននាទីទៀតទើបគាត់អាចហូបកាហ្វេបាន ?

លំហាត់គំរូទី ៦ :គេសិក្សាអំពីកំណើននៃការបណ្ដុះបាក់តេរីក្នុងមជ្ឈដ្ឋានមួយ ។ តាង $N(t)$ ជាអនុគមន៍នៃ t ជាចំនួនបាក់តេរីដែលមាននៅខណៈពេល t (t គិតជាម៉ោង) ។ គេដឹងថាចំនួនបាក់តេរីកើនឡើង 10% ក្នុង 1 ម៉ោង ។

ក . បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ t ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $N(t)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ :

$$N(t+1)-N(t)=0.1N(t)$$

ខ . គេចាត់ទុកថា $N(t+1)-N(t)$ ខិតទៅរក $N'(t)$ ដែលជាដេរីវេនៃ N ។ គណនាចំនួនបាក់តេរីនៅខណៈពេល $t=3h$ បើគេដឹងថាចំនួនបាក់តេរីនៅពេលចាប់ផ្ដើមបណ្ដុះមាន $N_0=10^4$ ។

ចម្លើយ

ក . ដោយចំនួនបាក់តេរីមាន $N(t)$ នៅម៉ោង t ហើយកើនបាន10% ក្នុង 1 ម៉ោង

នោះមួយម៉ោងក្រោយមកចំនួនបាក់តេរីមាន $N(t+1)=N(t)+\frac{10}{100}N(t)$

ដូចនេះ $N(t+1)-N(t)=0.1N(t)$

ខ . គណនាចំនួនបាក់តេរីនៅខណៈពេល $t=3h$

ដោយ $N'(t)=\lim_{t\to 0}\frac{N(t+1)-N(t)}{t+1-t}$

$N'(t)=0.1N(t)$ ជាសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$$\frac{dN}{dt}=0.1N \Rightarrow \frac{dN}{N}=0.1dt$$

$$\ln|N|=0.1t+c$$

$$N=Ae^{0.1t}$$

ដោយ $N(0)=N_0=10^4$

នោះ $10^4=Ae^{0.1(0)} \Rightarrow A=10^4$

$$\Rightarrow N(t)=10^4e^{0.1t}$$

$t=3 \quad : \quad N(3)=10^4 e^{0.3}$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

1 0 $x^{\blacksquare}$ 4 ▶ SHIFT ln 0 • 3 ▶ = $N(3)=13498$ បាក់តេរី ។

ប្រតិបត្តិ :គេដឹងថាកំណើននៃចំនួនបាក់តេរីសមាមាត្រនឹងចំនួនបាក់តេរីដែលកំពុងមាន។ ឧបមាថា ចំនួនបាក់តេរីកើនឡើងទ្វេដងរាល់12 ម៉ោង ។ គណនារយៈពេលដែលចំនួនបាក់តេរីកើនឡើង 5 ដង ពីចំនួនដែលមានពីដំបូង ។

លំហាត់

១ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល :

ក . $y' = 2x^2 - x + 1$ ខ . $y' = e^{-2x}$ គ . $y' = \dfrac{2x}{x^2+1}$

ឃ. $y' = \dfrac{2x}{x^2+1}$ កំណត់លើ $]-1\,;1[$ ង. $xy' = 1$ កំណត់លើ $]0\,;+\infty[$

២ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលតាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ :

ក . $\dfrac{y'}{y} = \cos x$; $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$ ខ . $y' = e^{2x}$; $y(0) = 5$

គ . $(3x^2 - 2)y' = 6x$; $y(1) = 4$ ឃ . $\dfrac{y'}{\tan x} = 1$; $y(0) = 0$

៣ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលីនេអ៊ែលំដាប់ទី ១ :

ក . $\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ ខ . $3\dfrac{dy}{dx} + y = 0$ គ . $2y' - 3y = 0$ ឃ . $y' - y\sqrt{2} = 0$

៤ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលីនេអ៊ែលំដាប់ទី ១ :

ក . $-y' + 2y = 0$; $y(3) = -2$ ខ . $2y' + y = 0$; $y(\ln 4) = \dfrac{1}{5}$

គ . $7y' + 4y = 0$; $y(7) = e^5$ ឃ . $2y' - 5y = 0$; $y(1) = -3$

៥ . ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍នីមួយៗខាងក្រោមជាចម្លើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលនៅខាងស្តាំវា :

ក . $y = x + e^x$; $y' - y = 1 - x$ ខ . $y = e^{3x} - x - 1$; $y' - 3y = 3x + 2$

គ . $y = \sin x + \cos x$; $y' + y = 2\cos x$ ឃ . $y = x + \ln x$; $xy' - y = 1 - \ln x$

៦ . គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល: $(E) : y' + 2y = x^2$

ក . កំណត់ពហុធា g មានដឺក្រេទី ២ ដែលជាចម្លើយពិសេសនៃ (E) ។

ខ . តាង h ជាអនុគមន៍ដែល $h(x) = f(x) - g(x)$ ។ បើ h ជាចម្លើយនៃសមីការ $y' + 2y = 0$ នោះបង្ហាញថា f ជាចម្លើយទូទៅនៃ (E) ។

គ . ដោះស្រាយសមីការ $y' + 2y = 0$ រួចទាញរកអនុគមន៍ f ជាចម្លើយទូទៅនៃ (E) ។

៧ . គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល: $(E) : y' - 2y = \dfrac{-2}{1+e^{2x}}$

ក . ដោះស្រាយសមីការ $y' + 2y = 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $y(0) = 1$ ។

ខ . តាង f ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}$ ដែល $f(x) = e^{2x}g(x)$ គណនា $f'(x)$ ជាអនុគមន៍នៃ $g(x)$ និង $g'(x)$ ។

គ . បង្ហាញថា f ជាចម្លើយទូទៅនៃ (E) លុះត្រាតែ $g'(x) = \dfrac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ ។

ឃ . ទាញរកអនុគមន៍ $g(x)$ ជាអនុគមន៍នៃ $f(x)$ ដែល f ជាចម្លើយនៃ (E) ។

៨ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល :

ក . $\frac{dy}{dx}-y=e^{3x}$ ខ . $\frac{dy}{dx}+y=\frac{1}{1+e^{2x}}$ គ . $y'+y=1$ ឃ . $y'+y=\sin x$

៩ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលតាមលក្ខខណ្ឌ :

ក . $y'-y=1$; $y(0)=1$ ខ . $y'+2y=1$; $y(0)=0$

១០ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល :

ក . $\frac{dy}{dx}=\sin 5x$ ខ . $dy+e^{3x}dx=0$ គ . $e^{x}\frac{dy}{dx}=2x$

ឃ . $(x+1)y'=x+6$ ង . $\frac{dy}{dx}-y^{2}=-9$; $y(0)=3$

១១ . គេដាក់ទឹក 100 លីត្រ ក្នុងធុងមួយនិងអំបិល $10kg$ ដែលត្រូវលាយក្នុងធុងនោះ ។ ល្បាយអំបិលគឺ $0.03kg$ នៃអំបិលក្នុងទឹកមួយលីត្រត្រូវបង្ហូរចូលក្នុងធុងមួយទៀតដោយអត្រា $4\ell/\min$ ។ ល្បាយចម្រុះនៅក្នុងធុង ត្រូវបង្ហូរចេញដោយអត្រា $8\ell/min$ ។

ក . រកចំណោទលក្ខខណ្ឌដើមដើម្បីគណនាអំបិល $Q(t)$ នៅក្នុងធុង ។

ខ . គណនាអំបិល $Q(t)$ ក្នុងធុងរហូតធុងដើមបង្ហូរអស់ ។

១២ . បើ y ជាអនុគមន៍តម្លៃទំនិញមួយដែលប្រែប្រួលតាមពេលវេលា ។ y' ជាអត្រាបម្រែបម្រួលនៃអនុគមន៍ y ក្នុងខណៈពេល t ។ គេដឹងថាអនុគមន៍តម្រូវការមុខទំនិញនេះគឺ $D=3000-7y-65y'$ និងអនុគមន៍ផ្គត់ផ្គង់មុខទំនិញនេះគឺ $S=1600+3y+60y'$ ។

ក . គណនា អនុគមន៍តម្លៃទំនិញ កាលណាអនុគមន៍តម្រូវការស្មើនឹងអនុគមន៍ផ្គត់ផ្គង់។

ខ . រកអនុគមន៍តម្លៃទំនិញ បើនៅពេល $t=0$ ទំនិញមានតម្លៃ $y=100$ ។

១៣ .លោកសារីបានសម្រេចចិត្តថានឹងឈប់ជក់បារី ដើម្បីថែរក្សាសុខភាព និងធ្វើការសន្សំប្រាក់ឡើងវិញ ។ គាត់ជក់ក្នុងមួយថ្ងៃ ២ កញ្ចប់ បើគិតជាប្រាក់គាត់ត្រូវចំណាយអស់ ៣ម៉ឺនរៀលក្នុងមួយសប្តាហ៍។ ឧបមាថាគាត់បញ្ចូលប្រាក់នេះជារៀងរាល់សប្តាហ៍ក្នុងគណនីសន្សំនៃធនាគារ នោះគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់សមាស 10% ក្នុង ១ ឆ្នាំ ។ តើគាត់ទទួលបានប្រាក់ទាំងអស់ ប៉ុន្មាន បើគាត់ព្យាយាមផ្ទេរប្រាក់នេះចូលធនាគារក្នុងរយៈពេល ៣០ ឆ្នាំ ។

មេរៀនទី

២

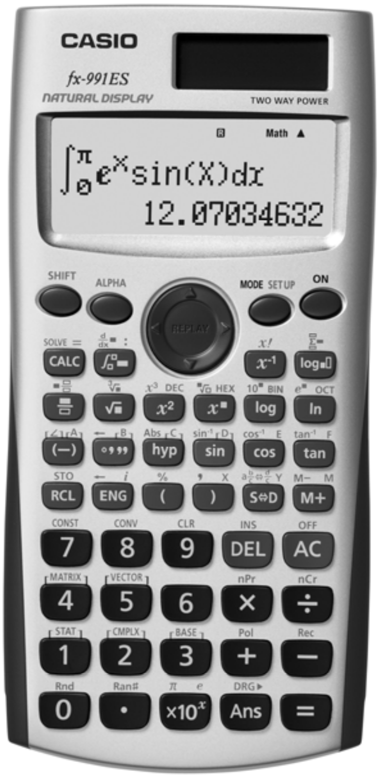
សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី ២

មេរៀនសង្ខេប

1. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលីនេអ៊ែលំដាប់ទី 2 អូម៉ូហ្សែនមានរាងទូទៅ $y''+by'+c=0$ មានសមីការ $\lambda^2+b\lambda+c=0$ ជាសមីការសម្គាល់។
2. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលីនេអ៊ែលំដាប់ទី 2 មិន អូម៉ូហ្សែនមានរាងទូទៅ $y''+by'+c=p(x)\quad(E)$ ដែល $p(x)\neq 0$ ។ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E) គឺ $y=y_c+y_p$ ដែល y_c ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ $y''+by'+c=0$ និង y_p ជាចម្លើយពិសេសនៃ (E) ។

លំហាត់គំរូទី ១ : ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+2y'-8y=0 \quad (E)$

ចម្លើយ



\+ សមីការ (E) មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2+2\lambda-8=0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ MODE 5 3

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ 1 = 2 = − 8 = =

គេបាន $\lambda_1=2$ និង ▼ $\lambda_2=-4$

នោះសមីការ (E) អាចសរសេរ $(y'+4y)'-2(y'+4y)=0$

តាង $Z=y'+4y$ គេបាន $Z'-2Z=0$

$$Z'=2Z$$

$$\frac{dZ}{Z}=2dx$$

$$\ln|Z|=2x+c$$

$$Z=c_1e^{2x} \quad ; c_1=\pm e^c$$

ដោយ $Z=y'+4y$ គេបាន $y'+4y=c_1e^{2x}$

\+ ដោះស្រាយសមីការ $y'+4y=c_1e^{2x} \quad (i)$

ដោះស្រាយសមីការ $y'+4y=0$ គេបាន

$$\frac{dy}{dx}=-4y$$

$$\frac{dy}{y}=-4dx$$

$$\ln|y|=-4x+c$$

$$y=c_2e^{-4x} \quad ; c_2=\pm e^c$$

ធ្វើបម្រែបម្រួលចំនួនថេរ c_2

មាន $y=c_2(x)e^{-4x}$ នាំឱ្យ $y'=c_2'(x)e^{-4x}-4c_2(x)e^{-4x}$

$$(i) \quad c_2'(x)e^{-4x}-4c_2(x)e^{-4x}+4c_2(x)e^{-4x}=c_1e^{2x}$$

$$c_2'(x)e^{-4x}=c_1e^{2x}$$

$$c_2'(x)=c_1e^{6x}$$

$$c_2(x)=\int c_1e^{6x}dx$$

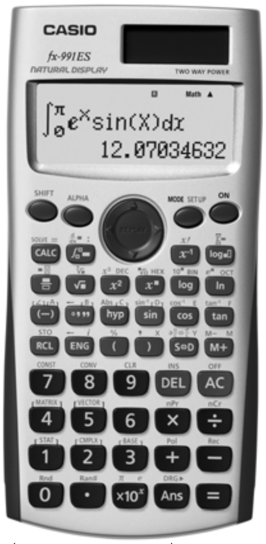
$$=\frac{c_1e^{6x}}{6}+A$$

$$=Be^{6x}+A \quad ; B=\frac{e^{6x}}{6}$$

ដូចនេះ $y=\left(Be^{6x}+A\right)e^{-4x}=Ae^{-4x}+Be^{2x}$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E)

លំហាត់គំរូទី ២ : ក . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+y'-2y=0 \quad (E)$

ខ . រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការ (E) បើខ្សែកោងតាងគន្លងតាងនៃអនុគមន៍ចម្លើយកាត់តាមចំណុច $(x=0, y=1)$ ហើយបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុចនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 4 ។



ចម្លើយ អនុគមន៍

ក . សមីការ (E) មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2+\lambda-2=0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ [MODE] [5] [3]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [1] [=] [1] [=] [(−)] [2] [=] [=]

គេបាន $\lambda_1=1$ និង [▼] $\lambda_2=-2$ ជាចំនួនពិតពីរផ្សេងគ្នា

ដូចនេះ ចម្លើយទូទៅនៃ សមីការ (E) $y=Ae^{-2x}+Be^{x}$

ខ . រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការ (E)

+ បើ (C) ជាខ្សែកោងគន្លងតាង អនុគមន៍ចម្លើយកាត់តាមចំណុច $(x=0, y=1)$

នោះគេបាន $A+B=1 \quad (1)$

+ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះនឹង(C) គឺ $y'=-2Ae^{-2x}+Be^{x}$

ដោយ $x=0$, $y'=4$ គេបាន $-2A+b=4 \quad (2)$

គេបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} A+B=1 & (1) \\ -2A+B=4 & (2) \end{cases}$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ១មាន ២ អញ្ញាត [MODE] [5] [1]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [1] [=] [1] [=] [1] [=] [(−)] [2] [=] [1] [=] [4] [=] [=]

គេបាន $A=-1$ និង [▼] $B=2$

ដូចនេះ $y'=2e^{-2x}+2e^{x}$ ជាចម្លើយពិសេស នៃសមីការ (E) តាមលក្ខខណ្ឌដើម

ប្រតិបត្តិ : ១ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

ក . $3y''+10y'-3y=0$ ខ . $3y''-2y'=0$

២ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលតាមលក្ខខណ្ឌដើម

$y''-2y'-3y=0$, $y(0)=-1$, $y'(1)=\frac{1}{e}$

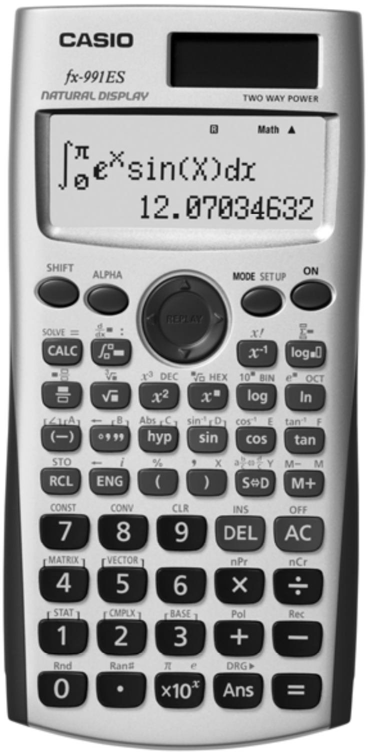
លំហាត់គំរូទី ៣ : ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+4y'+4y=0 \quad (E)$

ចម្លើយ

+ សមីការ (E) មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2+4\lambda+4=0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ [MODE] [5] [3]



បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [1] [=] [4] [=] [4] [=] [=]

គេបាន $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$

នោះសមីការ (E) អាចសរសេរ $(y' + 2y)' + 2(y' + 2y) = 0 \quad (i)$

តាង $Z = y' + 2y$ គេបាន $Z' + 2Z = 0$

$$Z' = -2Z$$

$$\frac{dZ}{Z} = -2dx$$

$$\ln|Z| = -2x + c$$

$$Z = Ae^{-2x} \quad ; A = \pm e^{c}$$

គេបាន $y' + 2y = Ae^{-2x} \quad (ii)$

\+ ដោះស្រាយសមីការ $y' + 2y = c_1 e^{-2x} \quad (ii)$

ដោះស្រាយសមីការ $y' + 2y = 0$ គេបាន

$$\frac{dy}{dx} = -2y$$

$$\frac{dy}{y} = -2dx$$

$$\ln|y| = -2x + c$$

$$y = c_1 e^{-2x} \quad ; c_1 = \pm e^{c}$$

ធ្វើបម្រែបម្រួលចំនួនថេរ c_1

មាន $y = c_1(x)e^{-2x}$ នាំឱ្យ $y' = c_1'(x)e^{-2x} - 2c_1(x)e^{-2x}$

$$(i) \quad c_1'(x)e^{-2x} - 2c_1(x)e^{-2x} + 2c_1(x)e^{-2x} = Ae^{2x}$$

$$c_1'(x)e^{-2x} = Ae^{2x}$$

$$c_1'(x) = A$$

$$c_1(x) = Ax + B$$

ដែល B ជាចំនួនថេរ

ដូចនេះ $y = (Ax + B)e^{-2x}$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E) ដែល A, B ជាចំនួនថេរ

លំហាត់គំរូទី ៤ : ក . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + 2y' + y = 0$ តាម លក្ខខណ្ឌដើម $y(\ln 2) = \frac{1}{2}$ និង $y'(\ln 2) = -\frac{1}{2}$

ចម្លើយ

\+ សមីការ$(E): y'' + 2y' + y = 0$ មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ [MODE] [5] [3]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [1] [=] [2] [=] [1] [=] [=]

គេបាន $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$

ដូចនេះ ចម្លើយទូទៅនៃ សមីការ (E) គឺ $y=(Ax+B)e^{-x}$

+ តាមលក្ខខណ្ឌដើម

$y(\ln 2)=\frac{1}{2}$ គេបាន $\frac{1}{2}=A\ln 2e^{-\ln 2}+Be^{-\ln 2}$

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}A\ln 2+\frac{1}{2}B$$

$$A\ln 2+B=1 \quad (i)$$

ដោយ $y=(Ax+B)e^{-x}$ នាំឱ្យ $y'=Ae^{-x}-Axe^{-x}-Be^{-x}$

គេមាន $y'(\ln 2)=-\frac{1}{2}$ គេបាន $-\frac{1}{2}=Ae^{-\ln 2}-A\ln 2e^{-\ln 2}-Be^{-\ln 2}$

$$-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}A-\frac{1}{2}A\ln 2-\frac{1}{2}B$$

$$(1-\ln 2)A-B=-1 \quad (ii)$$

គេបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} A\ln 2+B=1 & (i) \\ (1-\ln 2)A-B=-1 & (ii) \end{cases}$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ១មាន ២ អញ្ញាត [MODE] [5] [1]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [ln] [2] [=] [1] [=] [1] [=] [1] [−] [ln] [2] [=] [−] [1] [=] [−] [1] [=] [=]

គេបាន $A=0$ និង [▼] $B=1$

ដូចនេះ $y'=e^{-x}$ ជាចម្លើយពិសេស នៃសមីការ (E) តាមលក្ខខណ្ឌដើម ។

ប្រតិបត្តិ : ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលតាមលក្ខខណ្ឌដើម

$$4y''-4y'+y=0\ ,\ \ y(0)=-3\ ,\ y'(1)=2$$

លំហាត់គំរូទី ៥ : ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''+2y'+2y=0$

ចម្លើយ

+ សមីការ$(E): y''+2y'+2y=0$ មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2+2\lambda+2=0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES Plus ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ [MODE] [5] [3]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [1] [=] [2] [=] [2] [=] [=]

គេបាន $\lambda_1=-1-i$ និង [▼] $\lambda_2=-1+i$

ដូចនេះ ចម្លើយទូទៅនៃ សមីការ (E) $y=e^{-x}(C\cos x+D\sin x)$

លំហាត់គំរូទី ៦ : ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''+4y'+8y=0$

តាមលក្ខខណ្ឌដើម $y(0)=-3\ ,\ y'(0)=2$

ចម្លើយ

+ សមីការ$(E): y''+4y'+8y=0$ មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2+4\lambda+8=0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES Plus ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ [MODE] [5] [3]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [1] [=] [4] [=] [8] [=] [=]

គេបាន $\lambda_1 = -2-2i$ និង [▼] $\lambda_2 = -2+2i$

នោះចម្លើយទូទៅនៃ សមីការ (E) $y = e^{-2x}\left(C\cos 2x + D\sin 2x\right)$

+ តាមលក្ខខណ្ឌដើម

$y(0)=1$ គេបាន $C=1$

ដោយ $y = e^{-2x}\left(C\cos 2x + D\sin 2x\right)$ នាំឱ្យ

$$y' = -2Ce^{-2x}\cos 2x - 2De^{-2x}\sin 2x - 2Ce^{-2x}\sin 2x + 2De^{-2x}\cos 2x$$

$$= (2D-2C)e^{-2x}\cos 2x - (2D+2C)e^{-2x}\sin 2x$$

គេមាន $y'(0)=2$ គេបាន $2D-2C=2$, $C=1$

នាំឱ្យ $D=2$

ដូចនេះ $y = e^{-2x}\left(\cos 2x + 2\sin 2x\right)$ ជាចម្លើយពិសេស នៃសមីការ (E) តាមលក្ខខណ្ឌដើម

លំហាត់គំរូទី ៧ : គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 2y' - 3y = 6x^2 - x \quad (E)$

ក . កំណត់ចំនួនពិត a,b និង c ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $y_p = ax^2 + bx + c$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ(E) ។

ខ . រកចម្លើយទូទៅ y_c នៃសមីការ $y'' - 2y' - 3y = 0$ ។

គ . ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $y = y_p + y_c$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ(E)រួចទាញរក ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ(E) ។

ចម្លើយ

ក . កំណត់ចំនួនពិត a,b និង c

ដោយ $y_p = ax^2 + bx + c$ គេបាន $y'_p = 2ax + b$, $y''_p = 2a$

នោះ $y'' - 2y' - 3y = 2a - 2(2ax+b) - 3(ax^2 + bx + c)$

គេបាន $2a - 4ax - 2b - 3ax^2 - 3bx - 3c = 6x^2 - x$

$$-3ax^2 - (4a+3b)x + 2a - 2b - 3c = 6x^2 - x$$

នាំឱ្យ $\begin{cases} -3a = 6 \\ 4a + 3b = 1 \\ 2a - 2b - 3c = 0 \end{cases}$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី ១មាន ៣អញ្ញាត [MODE] [5] [2]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [−] [3] [=] [0] [=] [0] [=] [6] [=]

[4] [=] [3] [=] [0] [=] [1] [=]

បន្ត [2] [=] [−] [2] [=] [−] [3] [=] [0] [=] [=]

គេបាន $a=-2$ [▼] $b=3$ [▼] $c = -\dfrac{10}{3}$

នោះចម្លើយពិសេសនៃ សមីការ (E) គឺ $y_p=-2x^2+3x-\dfrac{10}{3}$

ខ . រកចម្លើយទូទៅ y_c នៃសមីការ $y''-2y'-3y=0$

សមីការ $y''-2y'-3y=0$ មានសមីការសម្គាល់ $\lambda^2-2\lambda-3=0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx*- 991 ES Plus ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ MODE 5 3

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ 1 = − 2 = − 3 = =

គេបាន $\lambda_1=-1$ និង ▼ $\lambda_2=-3$

នោះចម្លើយទូទៅនៃ សមីការ (E) គឺ $y=Ae^{-x}+Be^{3x}$

គ . ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $y=y_p+y_c$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ(E)

ដោយ $y=Ae^{-x}+Be^{3x}-2x^2+3x-\dfrac{10}{3}$ នោះគេបាន

$$y'=-Ae^{-x}+3Be^{3x}-4x+3$$

$$y''=Ae^{-x}+9Be^{3x}-4$$

$$y''-2y'-3y=Ae^{-x}+9Be^{3x}-4+2Ae^{-x}-6Be^{3x}+8x-6-3Ae^{-x}-3Be^{3x}+6x^2-9x+10$$

$y''-2y'-3y=6x^2-x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

ដូចនេះ ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ(E) គឺ $y=Ae^{-x}+Be^{3x}-2x^2+3x-\dfrac{10}{3}$

ប្រតិបត្តិ :គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+4y'+4y=-4x \qquad (E)$

ក . រកចម្លើយពិសេសនៃសមីការ(E) ។

ខ . ដោះស្រាយសមីការ (E) តាមលក្ខខណ្ឌដើម $y(0)=2$, $y'(0)=-2$ ។

លំហាត់គំរូទី ៨ : បើគេព្យួរវត្ថុមានម៉ាស $m=1kg$ នៅចុងនៃរ៉ឺសរមួយ រ៉ឺសរលូតបានប្រវែង $0.20m$ ។ក្នុងខណៈ $t=0$ គេឱ្យវត្ថុបិតនៅខាងក្រោមទីតាំងលំនឹងចម្ងាយ $0.40m$ ។ បន្ទាប់មកគេលែងវត្ថុឱ្យរត់ឡើងលើដោយល្បឿន $0.70m/s$ ។

រកសមីការនៃចលនាសេរីនេះ ។

ចម្លើយ

ដោយ ម៉ាស $m=1kg$ ធ្វើឱ្យរ៉ឺសរលូតបាន ប្រវែង $0.20m$

នោះតាមច្បាប់ហ៊ុក គេបាន

$$mg=kS\Rightarrow k=\frac{mg}{S}=\frac{1\times 9.8}{0.20}=49N/m$$

ដោយចលនានេះគ្មានកម្លាំងកកិត នោះគេបានសមីការ

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{49}{1}x=0$$

ឬ $\quad x''+49=0$

គេដឹងថាក្នុងខណៈ $t=0$, $x=0.40m$ នោះគេបាន $x(0)=0.4$ ហើយល្បឿននៅខណៈពេល $t=0$ គឺ $0.70m/s$ នោះគេបាន $x'(0)=-0.7$

ដោះស្រាយសមីការ $x''+49=0$ តាមលក្ខខណ្ឌដើម $x(0)=0.4$ និង $x'(0)=-0.7$

សមីការសម្គាល់នៃ $x''+49=0$ គឺ $\lambda^2+49=0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 Plus ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ [MODE] [5] [3]

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ [1] [=] [0] [=] [4] [9] [=] [=]

គេបាន $\lambda_1=-7i$ និង [▼] $\lambda_2=7i$

នោះចម្លើយទូទៅនៃ សមីការ $x''+49=0$ គឺ $x(t)=A\cos 7t+\sin 7t$

$$x'(t)=-7A\sin 7t+7\cos 7t$$

តាមលក្ខខណ្ឌដើម $x(0)=0.4$ គេបាន $0.4=A$ ឬ $A=\frac{2}{5}$

$x'(0)=-0.7$ គេបាន $-0.7=7B$ ឬ $B=-\frac{1}{10}$

ដូចនេះសមីការនៃចលនាសេរី គឺ $x(t)=\frac{2}{5}\cos 7t-\frac{1}{10}\sin 7t$

ប្រតិបត្តិ : វត្ថុមួយមានម៉ាស $m=0.75kg$ ត្រូវបានគេព្យួរនៅចុងនៃរ៉ឺសរមួយ ក្នុងមជ្ឈដ្ឋានមួយដែលមានសំទុះទំនាញផែនដី $9.6m/s^2$ ពេលនោះរ៉ឺសរលូតបាន ប្រវែង $0.1m$ ។ សរសេរសមីការនៃចលនារបស់វត្ថុ បើវត្ថុនោះត្រូវគេលែងចេញពីទីតាំងមួយនៅខាងលើទីតាំងលំនឹងចម្ងាយ $0.25m$ ។

លំហាត់គំរូទី ៩ : បើគេព្យួរវត្ថុមានម៉ាស $m=0.25kg$ នៅចុងនៃរ៉ឺសរមួយ គេឃើញ រ៉ឺសរលូតបាន ប្រវែង $61cm$ ។ក្នុងតាំងលំនឹងគេប្រើកម្លាំងឱ្យម៉ាសរត់ទៅលើដោយល្បឿនដើម $0.9m/s$ ចម្ងាយ $0.40m$ ។គេសន្មតថាប្រព័ន្ធចលនាមានកម្លាំងកកិតពីរដងនៃល្បឿនដែលកំពុងមានក្នុងចលនា និង $g=9.76m/s^2$ ។

រកសមីការនៃបម្លាស់ទី $x(t)$ ។

ចម្លើយ

រកសមីការនៃបម្លាស់ទី $x(t)$

តាមច្បាប់ហ៊ុក គេបាន

$$mg=kS\Rightarrow k=\frac{mg}{S}=\frac{0.25\times 9.76}{0.61}$$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES ដើម្បីដោះស្រាយ

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [0] [.] [2] [5] [×] [9] [.] [7] [6] [▶] [0] [.] [6] [1] [=] $k=4N/m$

សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលនៃចលនានេះគឺ

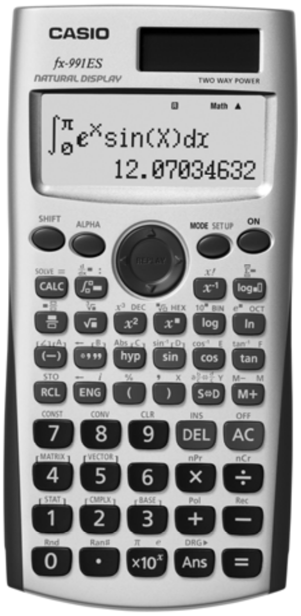
$$0.25\frac{d^2x}{dt^2} = -4x - 2\frac{dx}{dt}$$

$$x'' + 8x' + 16x = 0$$

ដែលមានលក្ខខណ្ឌដើម $x(0) = 0$; $x'(0) = -0.9$

គេបានសមីការសម្គាល់នៃសមីការ $x'' + 8x' + 16x = 0$ គឺ $\lambda^2 + 8\lambda + 16 = 0$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 991 ES ដើម្បីដោះស្រាយ



ចូលការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី ២ MODE 5 3

បញ្ចូលតម្លៃមេគុណ 1 = 8 = 1 6 = =

គេបាន $\lambda_1 = \lambda_2 = -4$

នោះចម្លើយទូទៅនៃ សមីការ $x'' + 8x' + 16x = 0$ គឺ

$$x(t) = Ae^{-4t} + Bte^{-4t}$$

$$x'(t) = -4Ae^{-4t} + Be^{-4t} - 4Bte^{-4t}$$

តាមលក្ខខណ្ឌដើម $x(0) = 0$; $x'(0) = -0.9$

គេបាន $A = 0$ និង $-4A + B = -0.9 \Rightarrow B = -0.9$

ដូចនេះ $x(t) = -0.9te^{-4t}$

ប្រតិបត្តិ : គេព្យួរម៉ាស $m = 0.5kg$ នៅចុងនៃរ៉ឺសរមួយមានប្រវែង $0.82m$ ។ គេរុញម៉ាសទៅលើឃ្លាតពីទីតាំងលំនឹង $0.2m$ រួចគេលែងឱ្យម៉ាស់មានចលនា។ ប្រព័ន្ធចលនានេះឋិតក្នុងមជ្ឈដ្ឋានមានកម្លាំងកកិតស្មើនឹងល្បឿនដែលកំពុងចលនាក្នុង (ក្នុងទឹក) ។ រកសមីការនៃបម្លាស់ទី $x'(t)$ ។

លំហាត់

១ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល :

ក . $2y''-3y'+y=0$ ខ . $-4y''+7y'+2y=0$

គ . $y''-2y'=0$ ឃ . $2y''+3y'-2y=0$

ង . $y''-3y'+3y=0$ ច . $y''-3y'+y=0$

២ . ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលមានលក្ខខណ្ឌដើម

ក . $y''-y=0$; $y(0)=1$, $y'(0)=-2$

ខ . $y''-2y'+3y=0$; $y(0)=2$, $y'(0)=1$

គ . $y''+y=0$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2$

ឃ . $y''-3y'+3y=0$; $y(1)=1$, $y'(1)=3$

៣ . គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''-4y'+2y=4 \quad (E)$

ក . រកអនុគមន៍ថេរ k ដែលជាចម្លើយពិសេសនៃ (E) ។

ខ . ដោះស្រាយសមីការ $y''-4y'+2y=4$

គ . រកចម្លើយពិសេសនៃ (E) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដើម $y(0)=2\sqrt{2}$, $y'(0)=0$

៤ . គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+3y'=5 \quad (E)$

ក . រកឫសនៃសមីការសម្គាល់នៃសមីការ (E)

ខ . រកអនុគមន៍ $g(x)=Ax$ ដែលជាចម្លើយពិសេសនៃ (E) ។

គ . ដោះស្រាយសមីការ $y''+3y'=5$

ឃ . រកចម្លើយដោយឡែកនៃ (E) កាលណា $y(0)=e^3$, $y'(1)=\frac{2}{3}$

ជំពូក ៥ បំណែងចែកប្រូបាប

មេរៀនទី ១ បំណែងចែកប្រូបាប

មេរៀនសង្ខេប

-បើ x ជាអនុគមន៍ថេរចៃដន្យដាច់និង $p_1+p_2+.....+p_n=1$ នោះគេអាចសរសេរ

$\sum_{i=1}^{n} p_i=1$ ឬ $\sum_{i=1}^{n} P(X=x)=1$ ។

-អនុគមន៍ដែលអាចគណនាតម្លៃ $P(X=x)$ ចំពោះគ្រប់ x ទាំងអស់ហៅថាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់ x ។

-សង្ឃឹមគណិតនៃអថេរ X ដែលតាងដោយ $E(X)$ ឱ្យដោយរូបមន្ត

$E(X)=\sum_{i=1}^{n} x\times P(X=x)$ ឬសរសេរ $E(X)\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ ។

-បើ $f(x)$ ជាអនុគមន៍នៃអថេរចៃដន្យដាច់ X នោះ $E\left[f(X)\right]=\sum_{i=1}^{n}\left[f(x)\times P(X=x)\right]$

-លក្ខណៈនៃសង្ឃឹមគណិត

បើ X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ ហើយ a និង b ជាចំនួនថេរ នោះគេបាន :

១. $E(a)=a$

២. $E(aX)=aE(X)$

៣. $E(aX+b)=aE(x)+b$.

- វ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យដាច់ X តាងដោយ $Var(X)$ កំណត់ដោយ $Var(X)=E(X-\mu)^2$

ដែល $\mu=E(X)$ ។

$\delta=\sqrt{Var(x)}$ ហៅថាគំលាតស្តង់ដា

- លក្ខណៈនៃវ៉ារ្យង់

បើ X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ហើយ a និង b ជាចំនួនថេរ នោះគេបាន :

១ . $Var(a)=0$

២ . $Var(X)=a^2Var(X)$

៣. $Var(aX+b)=a^2Var(X)$

លំហាត់គំរូទី ១: គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បីគ្រាប់ព្រមគ្នា។ X ជាអថេរចៃដន្យដែល ជា (ចំនួនលេខ 3 ដែលមាននៅក្នុងលទ្ធផលនីមួយៗ) គណនាប្រូបាប $P(X=x)$ រួចធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ។

ចម្លើយ

តាង a ជាលេខផ្សេងពីលេខ 3 ។

នោះលទ្ធផលនៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មាន : aaa , $3aa$, $a3a$, $33a$, $3a3$, $a33$, 333

ដោយព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា គេបាន :

$$P(X=0)=P(aaa)=P(a)\times P(a)\times P(a)=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{125}{216}$$

$$P(X=1)=P(3aa)+P(a3a)\times P(aa3)=3\left(\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\right)=\frac{75}{216}$$

$$P(X=2)=P(33a)\times P(3a3)\times P(a33)=3\left(\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\right)=\frac{75}{216}$$

$$P(X=3)=P(333)=P(3)\times P(3)\times P(3)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$$

ដូចនេះ តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X គឺ

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

លំហាត់គំរូទី ២ :គេមានបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យ X ដូចបង្ហាញក្នុងតារាងខាងក្រោម:

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.1	0.3	c	0.2	0.1

ក . គណនាតម្លៃ c ខ . គណនា $P(2\le X\le 4)$ គ. គណនា $P(X<3)$

ចម្លើយ

ក . គណនាតម្លៃ c

តាមតារាង គេបាន $P(0)+P(1)+P(2)+P(3)+P(4)=1$

$$0.1+0.3+c+0.2+0.1=1$$

$$c=1-0.7=0.3$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [1] [−] [0] [.] [1] [−] [0] [.] [3] [−] [0] [.] [2] [−] [0] [.] [1] [=] $c=0.3$

ខ . គណនា $P(2\le X\le 4)$

$$P(2\le X\le 4)=P(2)+P(3)+P(4)$$
$$=0.3+0.2+0.1$$
$$=0.6$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [0] [·] [3] [+] [0] [·] [2] [+] [0] [·] [1] [=] $P(2\le X\le 4)=0.6$

គ. គណនា $P(X<3)$

$$P(X<3)=P(0)+P(1)+P(2)$$
$$=0.1+0.3+0.3$$
$$=0.7$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [0] [·] [1] [+] [0] [·] [3] [+] [0] [·] [3] [=] $P(X<3)=0.7$

លំហាត់គំរូទី ៣: អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរដាច់ Y កំណត់ដោយ $P(Y=y)=cy^2$ ចំពោះគ្រប់ $y=0,1,2,3,4$ ហើយ c ជាចំនួនថេរ ។

ក . គណនា $P(Y=y)$ ចំពោះតម្លៃនីមួយៗនៃ y រួចធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ Y ។

ខ . គណនា តម្លៃ c ។

ចម្លើយ

ក . គណនា $P(Y=y)$

បើ $y=0$ នោះ $P(Y=0)=0$

បើ $y=1$ នោះ $P(Y=1)=c$

បើ $y=2$ នោះ $P(Y=2)=4c$

បើ $y=3$ នោះ $P(Y=3)=9c$

បើ $y=4$ នោះ $P(Y=4)=16c$

ដូចនេះ តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ Y គឺ

y	0	1	2	3	4
$P(Y=y)$	0	c	4c	9c	16c

ខ . គណនា តម្លៃ c

ដោយ Y ជាអថេរចៃដន្យនោះគ្រប់តម្លៃ y គេបាន

$$\sum_{i=0}^{4}P(Y=y)=1$$
$$c+4c+9c+16c=1$$
$$c=\frac{1}{30}$$

ប្រតិបត្តិ : អថេរចៃដន្យដាច់ R មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបកំណត់ដោយ

$$P(R=r)=c(3-r) \quad \text{ចំពោះគ្រប់ } r=0\,,1\,,2\,,3 \quad ។$$

ក . គណនា $P(R=r)$ រួចធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រូបាប ។

ខ . គណនា តម្លៃ c ។

គ . គូសក្រាបអង្កត់ឈរតាងបំណែងចែកប្រូបាប ។

លំហាត់គំរូទី ៤ : នៅក្នុងឆ្នាំនេះប្រូបាបដែលតម្លៃផ្ទះនឹងឡើងថ្លៃ 20% ស្មើនឹង 0.3 ប្រូបាបដែលតម្លៃផ្ទះនឹងឡើងថ្លៃ 10% ស្មើនឹង 0.5 ហើយ ប្រូបាបដែលតម្លៃផ្ទះនឹងចុះថ្លៃ10% ស្មើនឹង 0.1 ។ តើអ្នកសង្ឃឹមថាផ្ទះនឹងឡើងថ្លៃប៉ុន្មានភាគរយ ?

ចម្លើយ

តាង X ជាអថេរ “ តម្លៃផ្ទះនឹងឡើងថ្លៃគិតភាគរយ “

គេបានតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X គឺ

x	20%	10%	-10%
$P(X=x)$	0.3	0.5	0.1

តាមរូបមន្ត $E(X)=\sum\left[x\times P(X=x)\right]$

$$=20\%\times 0.3+10\%\times 0.5-10\%\times 0.1$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx*- 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [2] [0] [SHIFT] [(] [×] [0] [·] [3] [+] [1] [0] [SHIFT] [(] [×] [0] [·] [5]

[−] [1] [0] [SHIFT] [(] [×] [0] [·] [1] [=] $E(X)=0.1=10\%$

ដូចនេះ យើងសង្ឃឹមទុកថា តម្លៃផ្ទះនឹងឡើងថ្លៃ 10%

ប្រតិបត្តិ : តារាងបំណែងចែកប្រូបាបខាងក្រោមបង្ហាញពីរង្វាន់លើកទឹកប្រាក់នៃឆ្នោតកោសនៅកន្លែងមួយ ។ បើអ្នកទិញឆ្នោតមួយសន្លឹក គណនាប្រូបាបដែលនឹងឈ្នះឆ្នោត :

រង្វាន់ (ពាន់រៀល)	0	10	100	500
ប្រូបាប	0.45	0.30	0.20	0.05

ក . 100 ពាន់រៀល

ខ . យ៉ាងតិច 10 ពាន់រៀល

គ . មិនលើសពី 100 ពាន់រៀល

ឃ . តើអ្នកសង្ឃឹមឈ្នះឆ្នោតប៉ុន្មានពាន់រៀល ?

លំហាត់គំរូទី ៥ : X ជាអថេរចៃដន្យ ដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)$ ចំពោះ $x=1\,,2\,,3$ ។

x	1	2	3
$P(X=x)$	0.1	0.6	0.3

គណនា ក . $E(5X)$ ខ . $E(X^2)$ គ. $E(5X+3)$

ចម្លើយ

គណនា ក . $E(5X)$

តាមរូបមន្ត $E(5X)=\sum\left[5x\times P(X=x)\right]$

$$=5\times1\times0.1+5\times2\times0.6+5\times3\times0.3$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [5] [×] [1] [×] [0] [•] [1] [+] [5] [×] [2] [×] [0] [•] [6] [+] [5] [×] [3] [×] [0] [•] [3] [=] $E(5X)=11$

ខ . $E(X^2)$

តាមរូបមន្ត $E(X^2)=\sum\left[x^2\times P(X=x)\right]$

$$=1^2\times0.1+2^2\times0.6+3^2\times0.3$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [1] [x^2] [×] [0] [•] [1] [+] [2] [x^2] [×] [0] [•] [6] [+] [3] [x^2] [×] [0] [•] [3] [=] [S⇔D] $E(X^2)=\frac{26}{5}=5.2$

គ. $E(5X+3)$

តាមរូបមន្ត $E(5X+3)=\sum\left[(5x+3)\times P(X=x)\right]$

$$=(5\times1+3)\times0.1+(5\times2+3)\times0.6+(5\times3+3)\times0.3$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [(] [5] [×] [1] [+] [3] [)] [×] [0] [•] [1] [+] [(] [5] [×] [2] [+] [3] [)] [×] [0] [•] [6] [+] [(] [5] [×] [3] [+] [3] [)] [×] [0] [•] [3] [)] [=] $E(5X+3)=14$

លំហាត់គំរូទី ៦ : X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ ដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)$ ចំពោះ $x=1,2,3$ ។

x	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.5

គណនា ក . $5E(X)+2$ ខ . $E(X^2+4)$

ចម្លើយ

គណនា ក . $5E(X)+2$

តាមរូបមន្ត $5E(X)+2=5\sum\left[x\times P(X=x)\right]+2$

$=5(1\times 0.2+2\times 0.3+3\times 0.5)+2$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [5] [×] [(] [1] [×] [0] [.] [2] [+] [2] [×] [0] [.] [3]

[+] [3] [×] [0] [.] [5] [)] [+] [2] [=] [S⇔D] $5E(X)+2=\frac{26}{2}=13.5$

ខ . $E(X^2+4)$

តាមរូបមន្ត
$E(X^2+4)=E(X^2)+E(4)$

$=\sum\left[x^2\times P(X=x)\right]+4$

$=(1^2\times 0.2+2^2\times 0.3+3^2\times 0.5)+4$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

ចុច [MODE] [1]

គណនា [(] [1] [x²] [×] [0] [.] [2] [+] [2] [x²] [×] [0]

[.] [3] [+] [3] [x²] [×] [0] [.] [5] [)] [+] [4] [=] [S⇔D] $E(X^2+4)=\frac{99}{10}=9.9$

ប្រតិបត្តិ : X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ ដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=0)=0.05$ $P(X=1)=0.45$, $P(X=2)=0.5$ ។ គណនា

ក . $\mu=E(X)$ ខ . $E(X^2)$ គ . $E(5X^2+2X-3)$

លំហាត់គំរូទី ៧:អថេរចៃដន្យដាច់ X ដែលមានបំណែងចែកប្រូបាបដូចតារាងខាងក្រោម

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.1	0.3	0.2	0.3	0.1

គណនា ក . $Var(X)$ ដោយប្រើរូបមន្ត $Var(X)=E(X-\mu)^2$

ខ . $Var(X)$ ដោយប្រើរូបមន្ត $Var(X)=E(X^2)-E^2(X)$

ចម្លើយ

ក . គណនា $Var(X)$ ដោយប្រើរូបមន្ត $Var(X)=E(X-\mu)^2$

ដំបូងត្រូវរក μ

គេបាន $\mu=E(X)=\sum[x\times P(X=x)]$

$=1(0.1)+2(0.3)+3(0.2)+4(0.3)+5(0.1)$

$=3$

គេបាន $Var(X)=E(X-3)^2$

$=\sum\left[(x-3)^2\times P(X=x)\right]$

$=4(0.1)+1(0.3)+0(0.2)+1(0.3)+4(0.1)$

$=1.4$

ដូចនេះ $Var(X)=1.4$

ខ . គណនា $Var(X)$ ដោយប្រើរូបមន្ត $Var(X)=E(X^2)-E^2(X)$

$E(X^2)=\sum[x^2\times P(X=x)]$

$=1(0.1)+4(0.3)+9(0.2)+16(0.3)+25(0.1)$

$=10.4$

គេបាន $Var(X)=E(X^2)-\mu^2=10.4-3^2=1.4$

ដូចនេះ $Var(X)=1.4$

លំហាត់គំរូទី ៨ : X ជាអថេរចៃដន្យដែលមានបំណែងចែកប្រូបាបដូចតារាងខាងក្រោម

x	10	20	30
$P(X=x)$	0.1	0.6	0.3

គណនា $Var(2X+3)$

ចម្លើយ

គណនា $Var(2X+3)$

គេបាន $Var(2X+3)=2^2Var(X)=4Var(X)$ (1)

$Var(X)=E(X^2)-E^2(X)$

$E(X)=\sum[x\times P(X=x)]=10(0.1)+20(0.6)+30(0.3)=22$

$E(X^2)=\sum[x^2\times P(X=x)]=100(0.1)+400(0.6)+900(0.3)=520$

នាំឱ្យ $Var(X)=520-22^2=36$

តាម គេបាន $Var(2X+3)=4\times 36=144$

ដូចនេះ $Var(2X+3)=144$

លំហាត់

១ . អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប ដូចបង្ហាញតាមតារាងខាងក្រោម :

x	-3	-2	-1	0	1
$P(X=x)$	0.1	0.25	0.3	0.15	d

គណនា ក . តម្លៃ d ខ . $P(-3\le X<0)$ គ. $P(X>-1)$

ឃ . $P(-1<X<1)$ ង . ម៉ូត ។

២ . អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)$ ចំពោះ $x=5,6,7,8,9$ ដែល កំណត់ដូចតារាងខាងក្រោម :

x	5	6	7	8	9
$P(X=x)$	$\frac{3}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{11}$

គណនា μ ។

៣ . អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)$ ចំពោះ $x=1$, 2 , 3 ដែល កំណត់ដូចតារាងខាងក្រោម :

x	1	2	3
$P(X=x)$	0.1	0.4	0.5

គណនា ក . $E(X)$ ខ . $E(X^2)$ គ . $E(2X^2+2X-5)$ ឃ . $Var(X)$

៤ . បើ X ជាអថេរចៃដន្យដាច់(ពិន្ទុដែលចេញពេលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់)ហើយអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបឱ្យដោយតារាងខាងក្រោម :

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	y	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$

គណនា ក . y ខ . $E(X)$ គ . $E(X^2)$ ឃ . $Var(X)$ ង . $Var(4X)$

៥ . តារាងបំណែងចែកប្រូបាបខាងក្រោមបង្ហាញពីចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ប្រចាំថ្ងៃ :

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,20	0,40	0,20	0,15	0,05

គណនា ក . ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុងមួយថ្ងៃ ។

ខ . វ៉ារ្យង់ ។

៦ . គណនាចំនួនដងដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងផ្ងារឡើងបានខាងរូបក្បាល កាលណាគេបោះកាក់ពីរព្រមគ្នា ។

៧ . តារាងបំណែងចែកប្រូបាបខាងក្រោមបង្ហាញពីចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ប្រចាំខែ :

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.20	0.40	0.20	0.15	0.05

ក . គណនាចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុង ១ ថ្ងៃ ។

ខ . គណនា វ៉ារ្យង់ ។

មេរៀនទី

២

បំណែងចែកទ្វេធា

មេរៀនសង្ខេប

-ក្នុងការពិសោធមួយដែលមាន n វិញ្ញាសា បើប្រូបាបដែលទទួលបានជោគជ័យស្មើនឹង p ប្រូបាបដែលបរាជ័យស្មើនឹង $q=1-p$ និង X ជាអថេរចៃដន្យទ្វេធា នោះអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរ X កំណត់ដោយ $P(X=x)=C(n,x)\times p^{x}(1-p)^{n-x}$ ដែល $x=0,1,2,3,\ldots,n$ ។

-បើ X ជាអថេរចៃដន្យទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា គេកំណត់សរសេរ $X\sim Bin(n,p)$ ដែល n ជាចំនួនដងនៃការពិសោធមិនទាក់ទងគ្នា ហើយ p ជាប្រូបាបដែលទទួលបានជោគជ័យក្នុងការពិសោធម្តង ។

-បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(n,p)$ នោះ $E(X)=np$ ហើយ $Var(x)=np(1-p)$ ។

-ដើម្បីរកតម្លៃនៃ X ដែលធ្វើឱ្យមានតម្លៃប្រូបាបធំជាងគេ គេត្រូវរកតម្លៃនៃ X ដែលនៅជុំវិញតម្លៃមធ្យម ឬ $E(X)$ ។

លំហាត់គំរូទី ១: គេដឹងថាប្រូបាបដែលសិស្សម្នាក់ប្រលងជាប់តែសគណិតវិទ្យាស្មើនឹង 0.75 ។គណនាប្រូបាបដែលសិស្សមួយក្រុមមានគ្នា 10 នាក់ប្រលងជាប់តែសគណិត-វិទ្យាលើសពី 5 នាក់ ។

ចម្លើយ

តាង S ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សប្រលងជាប់តែសគណិតវិទ្យា

F ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សប្រលងមិនជាប់តែសគណិតវិទ្យា

គេបាន P(S) =0.75 នាំឱ្យ P(F) = 1- 0.75 = 0.25

បើ X ជាអថេរចៃដន្យ ដែលជា " ចំនួនសិស្សប្រលងជាប់តែសគណិតវិទ្យា "

គេបានប្រូបាបដែលសិស្សប្រលងជាប់តែសគណិតវិទ្យាលើសពី 5 កំណត់ដោយ P(X>5)

$$P(X>5)=P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)+P(X=9)+P(X=9)$$

តាមរូបមន្ត អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរ X :

$P(X=x)=C(n,x)\times p^x q^{n-x}$ ដែល $x=0,1,2,3,...10$

$P(X=6)=C(10;6)\times(0.75)^6(0.25)^4$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 6) × (0 . 7 5)

បន្ត $x^{\blacksquare}$ 6 ▶ × (0 . 2 5) $x^{\blacksquare}$ 4 ▶ =

គេបាន $P(X=6)=0.1460$

$P(X=7)=C(10;7)\times(0.75)^7(0.25)^3$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 7) × (0 . 7 5)

បន្ត $x^{\blacksquare}$ 7 ▶ × (0 . 2 5) $x^{\blacksquare}$ 3 ▶ =

គេបាន $P(X=7)=0.2503$

$P(X=8)=C(10;8)\times(0.75)^8(0.25)^2$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 8) × (0 . 7 5)

បន្ត $x^{\blacksquare}$ 8 ▶ × (0 . 2 5) $x^{\blacksquare}$ 2 ▶ =

គេបាន $P(X=8)=0.2816$

$P(X=9)=C(10;9)\times(0.75)^9(0.25)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 9) × (0 . 7 5)

បន្ត $x^{\blacksquare}$ 9 ▶ × (0 . 2 5) =

គេបាន $P(X=9)=0.1877$

$P(X=10)=C(10;10)\times(0.75)^{10}(0.25)^0$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 1 0) × (0 . 7 5)

បន្ត $x^{\blacksquare}$ 1 0 ▶ × (0 . 2 5) $x^{\blacksquare}$ 0 ▶ =

គេបាន $P(X=10)=0.0563$

នោះ $P(X>5)=0.1460+0.2503+0.2816+0.1877+0.0563$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

0 . 1 4 6 0 + 0 . 2 5 0 3 + 0 . 2

បន្ត 8 1 6 + 0 . 1 8 7 7 + 0 . 0 5 6 3 =

$P(X>5)=0.9219$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលសិស្សមួយក្រុមមានគ្នា 10 នាក់ប្រលងជាប់តែសគណិតវិទ្យាលើសពី 5 នាក់ស្មើនឹង 0.9119

លំហាត់គំរូទី ២: បើ X ជាអថេរនៃ $C(n;0.6)$ ហើយ $P(X<1)=0.0256$ ។

គណនាតម្លៃ n ។

ចម្លើយ

តាមសម្មតិកម្ម $C(n;0.6)$ ហើយ $P(X<1)=P(X=0)=0.0256$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត $P(X=x)=C(n\,,x)\,p^x(1-p)^{n-x}$

នាំឱ្យ $P(X=0)=C(n\,,0)(0.6)^0(0.4)^{n-0}=(0.4)^n$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន $(0.4)^n=0.0256$

នាំឱ្យ $n=\log_{0.4}0.0256$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

log▫□ 0 . 4 ▶ 0 . 0 2 5 6 =

គេបាន $n=4$

ប្រតិបត្តិ

ប្រូបាបដែលកីឡាករបាញ់ព្រួញម្នាក់បាញ់ចំគោលដៅស្មើនឹង p ហើយ ប្រូបាបដែលគាត់បាញ់ខុសគោលដៅស្មើនឹង q ។ សរសេរ ប្រូបាបដែលកីឡាករបាញ់ចំនួន 10 ដងដោយចំគោលដៅ 6 ដង ។

លំហាត់គំរូទី ៣ : នៅក្នុងថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម 6 បាល់ ពណ៌លឿង 8 និងបាល់ពណ៌ខៀវ 6 ។ គេចាប់យកបាល់មួយដោយចៃដន្យចេញពីថង់នោះ ហើយកត់ទុកនូវពណ៌របស់បាល់ រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ ។ គេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន 10 ដង ។

ក . រកចំនួនបាល់ពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកនឹងចាប់បានទាំងអស់ ។

ខ . រកប្រូបាបដែលបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់មិនលើសពី 4 ។

ចម្លើយ

ក . តាង X ជាអថេរចៃដន្យ " ចំនួនបាល់ពណ៌ក្រហម "

$X \sim Bin(n\ ,\ p)$ ដែល $n=10\ ,\ p=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

គេបាន $E(X)=np=10\times\frac{3}{10}=3$

ដូចនេះ គេសង្ឃឹមទុកថា គេនឹងចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហមទាំងអស់ចំនួន 3 បាល់ ។

ខ . តាង Y ជាអថេរចៃដន្យ " ចំនួនបាល់ពណ៌លឿង "

$X \sim Bin(n\ ,\ p)$ ដែល $n=10\ ,\ p=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$ និង $p=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌លឿងមិនលើសពី 4 គឺ $P(X\le 4)$ គេបាន

$$P(X\le 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$$

$$P(X=0)=C(10\ ,\ 0)\times\left(\frac{2}{5}\right)^{0}\left(\frac{3}{5}\right)^{10}$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 0) × (▭ 2 ▶ 5 ▶)

បន្ត x■ 0 ▶ × (▭ 3 ▶ 5 ▶) x■ 1 0 ▶ =

គេបាន $P(X=0)=0.0060$

$$P(X=1)=C(10\ ,\ 1)\times\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)^{9}$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 1) × (▭ 2 ▶ 5)

បន្ត ▶ × (▭ 3 ▶ 5) x■ 9 ▶ =

គេបាន $P(X=1)=0.0403$

$$P(X=2)=C(10\ ,\ 2)\times\left(\frac{2}{5}\right)^{2}\left(\frac{3}{5}\right)^{8}$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 2) × (▭ 2 ▶ 5 ▶)

បន្ត x■ 2 ▶ × (▭ 3 ▶ 5 ▶) x■ 8 ▶ =

គេបាន $P(X=2)=0.1209$

$$P(X=3)=C(10\ ,\ 3)\times\left(\frac{2}{5}\right)^{3}\left(\frac{3}{5}\right)^{7}$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 3) × (▭ 2 ▶ 5 ▶)

បន្ត x■ 3 ▶ × (▭ 3 ▶ 5 ▶) x■ 7 ▶ =

គេបាន $P(X=3)=0.2150$

$$P(X=4)=C(10\ ,\ 4)\times\left(\frac{2}{5}\right)^{4}\left(\frac{3}{5}\right)^{6}$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 4) × (▭ 2 ▶ 5 ▶)

បន្ត $x^{■}$ 4 ▶ × (▭ 3 ▶ 5 ▶) $x^{■}$ 6 =

គេបាន $P(X=4)=0.2508$

គេបាន $P(X\le 4)=0.0060+0.0403+0.1209+0.2508+0.2150$

0 . 0 0 6 0 + 0 . 0 4 0 3 +

បន្ត 0 . 1 2 0 9 + 0 . 2 5 0 8 + 0 . 2 1 5 0 =

$P(X\le 4)=0.6330$

ដូចនេះប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់មិនលើសពី 4 ស្មើ 0.6330

ប្រតិបត្តិ : បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $B(10\,,\,p)$ ហើយ $p<\frac{1}{2}$, $Var(X)=\frac{15}{8}$ ។

គណនា ក . p ខ . $E(X)$ គ . $P(X=2)$

លំហាត់គំរូទី ៨ : បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $B(10\,,\,0.45)$ ។

គណនាតម្លៃ X ដែលកើតញឹកញាប់ជាងគេ ។

ចម្លើយ

គេមាន $X \sim Bin(n\,,\,p)$ គេបាន $P(X=x)=C(n\,,\,x)\times p^{x}(1-p)^{n-x}$, $x=0,1,...,10$

$P(X=0)=C(10\,,\,0)\times(0.45)^{0}(0.55)^{10}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 0) × (0 . 4 5)

បន្ត $x^{■}$ 0 ▶ × (0 . 5 5) $x^{■}$ 1 0 ▶ =

គេបាន $P(X=0)=0.0025$

$P(X=1)=C(10\,,\,1)\times(0.45)(0.55)^{9}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 1) × (0 . 4 5)

បន្ត × (0 . 5 5) $x^{■}$ 9 ▶ =

គេបាន $P(X=1)=0.0207$

$P(X=2)=C(10\,,\,2)\times(0.45)^{2}(0.55)^{8}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 2) × (0 . 4 5)

បន្ត $x^{■}$ 2 ▶ × (0 . 5 5) $x^{■}$ 8 ▶ =

គេបាន $P(X=2)=0.0763$

$P(X=3)=C(10\,,\,3)\times(0.45)^{3}(0.55)^{7}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

(1 0 SHIFT ÷ 3) × (0 . 4 5)

បន្ត $x^{■}$ 3 ▶ × (0 . 5 5) $x^{■}$ 7 ▶ =

គេបាន $P(X=3)=0.1665$

$P(X=4)=C(10\,,4)\times(0.45)^4(0.55)^6$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [4] [)] [×] [(] [0] [.] [4] [5] [)]

បន្ត [$x^■$] [4] [▶] [×] [(] [0] [.] [5] [5] [)] [$x^■$] [6] [=]

គេបាន $P(X=4)=0.2384$

$P(X=5)=C(10\,,5)\times(0.45)^5(0.55)^5$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [5] [)] [×] [(] [0] [.] [4] [5] [)]

បន្ត [$x^■$] [5] [▶] [×] [(] [0] [.] [5] [5] [)] [$x^■$] [5] [=]

គេបាន $P(X=5)=0.2340$

$P(X=6)=C(10\,,6)\times(0.45)^6(0.55)^4$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [6] [)] [×] [(] [0] [.] [4] [5] [)]

បន្ត [$x^■$] [6] [▶] [×] [(] [0] [.] [5] [5] [)] [$x^■$] [4] [=]

គេបាន $P(X=6)=0.1595$

គេឃើញថាតម្លៃ $x=4$ នៃ X ត្រូវនឹងប្រូបាបធំជាងគេ ។

ដូចនេះ តម្លៃ X ដែលកើតញឹកញាប់ជាងគេ ឬ ម៉ូតស្មើនឹង 4 ។

លំហាត់គំរូទី ៥ : បើ X ជាអថេរចៃដន្យទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធាដែលមានមធ្យមស្មើនឹង 2 និង វ៉ារ្យង់ស្មើនឹង 1.6 ។

ក . គណនាតម្លៃ X ដែលកើតញឹកញាប់ជាងគេ ។

ខ . គណនា $P(X<6)$

ចម្លើយ

ក . គណនាតម្លៃ X ដែលកើតញឹកញាប់ជាងគេ

បើ X ជាអថេរនៃ $Bin(n\,,p)$ គេបាន $E(X)=np$ និង $Var(X)=npq$

តាង $1-p=q$ តែ $E(X)=2$ និង $Var(X)=1.6$

គេបាន $np=2$ និង $npq=1.6$ នាំឱ្យ $q=0.8$

ដោយ $p=1-q=1-0.8=0.2$ ហើយ $np=2$ នាំឱ្យ $n=\dfrac{2}{p}=\dfrac{2}{0.2}=10$

គេត្រូវយកតម្លៃ x នៃ X នៅក្បែរៗតម្លៃមធ្យម ដូចនេះ $x=1\,,2\,,3$ ។

X ជាអថេរចៃដន្យទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា គេបាន អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប

$P(X=x)=C(n\,,x)\times p^x(1-p)^{n-x}$

$P(X=1)=C(10\,,1)\times(0.2)(0.8)^9$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [1] [)] [×] [(] [0] [.] [2] [)]

បន្ត [×] [(] [0] [.] [8] [)] [$x^■$] [9] [▶] [=]

គេបាន $P(X=1)=0.2684$

$P(X=2)=C(10\,,\,2)\times(0.2)^{2}(0.8)^{8}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [2] [)] [×] [(] [0] [•] [2] [)]

បន្ត [$x^{■}$] [2] [▶] [×] [(] [0] [•] [8] [)] [$x^{■}$] [8] [▶] [=]

គេបាន $P(X=2)=0.3020$

$P(X=3)=C(10\,,\,3)\times(0.2)^{3}(0.8)^{7}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [3] [)] [×] [(] [0] [•] [2] [)]

បន្ត [$x^{■}$] [3] [▶] [×] [(] [0] [•] [8] [)] [$x^{■}$] [7] [▶] [=]

គេបាន $P(X=3)=0.2013$

គេឃើញថាតម្លៃ $x=2$ នៃ X ត្រូវនឹងប្រូបាបធំជាងគេ

ខ . គណនា $P(X<6)$

$P(X<6)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$

តែ $P(X=0)=C(10\,,\,0)\times(0.2)^{0}(0.8)^{10}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [0] [)] [×] [(] [0] [•] [2] [)]

បន្ត [$x^{■}$] [0] [▶] [×] [(] [0] [•] [8] [)] [$x^{■}$] [1] [0] [▶] [=]

គេបាន $P(X=0)=0.1074$

តែ $P(X=1)=C(10\,,\,1)\times(0.2)(0.8)^{9}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [1] [)] [×] [(] [0] [•] [2] [)]

បន្ត [▶] [×] [(] [0] [•] [8] [)] [$x^{■}$] [9] [▶] [=]

គេបាន $P(X=1)=0.2684$

តែ $P(X=2)=C(10\,,\,2)\times(0.2)^{2}(0.8)^{8}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [2] [)] [×] [(] [0] [•] [2] [)]

បន្ត [$x^{■}$] [2] [▶] [×] [(] [0] [•] [8] [)] [$x^{■}$] [8] [▶] [=]

គេបាន $P(X=3)=0.3020$

តែ $P(X=3)=C(10\,,\,3)\times(0.2)^{3}(0.8)^{7}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[(] [1] [0] [SHIFT] [÷] [3] [)] [×] [(] [0] [•] [2] [)]

បន្ត [$x^{■}$] [3] [▶] [×] [(] [0] [•] [8] [)] [$x^{■}$] [7] [▶] [=]

គេបាន $P(X=3)=0.2013$

$P(X=4)=C(10\,,\,4)\times(0.2)^{4}(0.8)^{6}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[( ] [1] [0] [SHIFT] [÷] [4] [ )] [×] [( ] [0] [•] [2] [ )]

បន្ត [$x^{■}$] [4] [▶] [×] [( ] [0] [•] [8] [ )] [$x^{■}$] [6] [▶] [=]

គេបាន $P(X=4)=0.0881$

$P(X=5)=C(10\,,5)\times(0.2)^5(0.8)^5$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

[( ] [1] [0] [SHIFT] [÷] [5] [ )] [×] [( ] [0] [•] [2] [ )]

បន្ត [$x^{■}$] [5] [▶] [×] [( ] [0] [•] [8] [ )] [$x^{■}$] [5] [▶] [=]

គេបាន $P(X=5)=0.0264$

$P(X<6)=0.1074+0.2684+0.3020+0.2013+0.0881+0.0264$

[0] [•] [1] [0] [7] [4] [+] [0] [•] [2] [6] [8] [4] [+] [0]
[•] [3] [0] [2] [0] [+] [0] [•] [2] [0] [1] [3] [+] [0] [•]
[0] [8] [8] [1] [+] [0] [•] [0] [2] [6] [4] [=]

គេបាន $P(X<6)=0.9936$

លំហាត់គំរូទី ៦ : នៅក្នុងភូមិមួយ គេដឹងថា 80% នៃប្រជាជនមានជម្ងឺភ្នែក ។ បើគេជ្រើសរើសយកមនុស្ស 12 នាក់ មកពិនិត្យ ។ រកចំនួនអ្នកមានជម្ងឺភ្នែក ។

ចម្លើយ

តាង X ជាអថេរចៃដន្យ “ចំនួនអ្នកមានជម្ងឺភ្នែក “

នោះ X ជាអថេរនៃ $X \sim Bin(n\,,p)$ ដែល $n=12$, $p=80\%=0.8$

អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)=C(12,x)\times(0.8)^x(0.2)^{12-x}$, $x=0,1,2,\dots,12$

ដោយ $E(X)=np=12\times0.8=9.6$ នោះគេត្រូវយកតម្លៃ $x=9\,,10\,,11$

$P(X=9)=C(12\,,9)\times(0.8)^9(0.2)^3$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

[( ] [1] [2] [SHIFT] [÷] [9] [ )] [×] [( ] [0] [•] [8] [ )]

បន្ត [$x^{■}$] [9] [▶] [×] [( ] [0] [•] [2] [ )] [$x^{■}$] [3] [▶] [=]

គេបាន $P(X=9)=0.2362$

$P(X=10)=C(12\,,10)\times(0.8)^{10}(0.2)^2$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

[( ] [1] [2] [SHIFT] [÷] [1] [0] [ )] [×] [( ] [0] [•] [8] [ )]

បន្ត [$x^{■}$] [1] [0] [▶] [×] [( ] [0] [•] [2] [ )] [$x^{■}$] [2] [▶] [=]

គេបាន $P(X=10)=0.2834$ (ធំជាងគេ)

$P(X=11)=C(12\,,11)\times(0.8)^{11}(0.2)$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

[( ] [1] [2] [SHIFT] [÷] [1] [1] [ )] [×] [( ] [0] [•] [8] [ )]

បន្ត [$x^{■}$] [1] [1] [▶] [×] [( ] [0] [•] [2] [ )] [▶] [=]

គេបាន $P(X=11)=0.2061$

ដូចនេះ ចំនួនអ្នកមានជម្ងឺភ្នែកស្មើនឹង 10 នាក់

ប្រតិបត្តិ : នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 5 គ្រាប់ ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 8 និង ឃ្លីពណ៌ក្រហម 7 ។ គេចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យពីថង់នោះ គេកត់ត្រាពណ៌របស់ឃ្លីហើយដាក់ចូលវិញ គេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន 8 ដង ។

ក . រកចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុក ។

ខ . រកចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ។

លំហាត់

១ . គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួន 7 ដង ។ រកប្រូបាបដែលបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ 2 ចំនួន 3 ដង ។

២ . ថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម 3 និងបាល់ពណ៌ស 2 ។ គេចាប់យកបាល់មួយចេញពីថង់ ហើយកត់ត្រាពណ៌នៃបាល់ រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ ។ បើគេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន5 ដង ។ គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានបាល់ពណ៌ ក្រហមចំនួន 2 ដង ។

៣ . បើ X ជាអថេរនៃ $Bin\left(6\,;\,\frac{1}{3}\right)$ គណនា ក . $P(X=4)$ ខ . $P(X\le 2)$

៤ . ប្រូបាបដែលមនុស្សម្នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A ស្មើ 0.6 ។ គេធ្វើការស្ទង់មតិលើសំណាកមួយដែលមានមនុស្ស 8 នាក់ ។ រកប្រូបាបដែល :

ក . 3នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A ។ ខ . ច្រើនជាង5 នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A ។

៥ . ក្នុងល្បែងបោះកាក់មួយ គេនឹងទទួលបានប្រាក់ 200 រៀល បើកាក់ផ្ងារឡើងខាងរូបក្បាល ហើយទទួលបានប្រាក់ 100 រៀល បើកាក់ផ្ងារឡើងគ្មានខាងរូបក្បាល ។ គេបោះកាក់នោះចំនួន 8 ដង។ គណនាប្រូបាបដែលគេទទួលបាបប្រាក់ទាំងអស់ 1500 រៀល ។

៦ . នៅលើបន្ទាត់ចំនួន គេចេញដំណើរពីគល់ 0 ទៅទិសខាងស្តាំមួយប្រឡោះ បើគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចេញបានលេខ 1 ឬលេខ 2 ។ គេនឹងទៅទិសខាងឆ្វេងមួយប្រឡោះ បើគេបោះបានលេខផ្សេងទៀត ។ គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 6 ដង ។

គណនាប្រូបាបដែលធ្វើឱ្យគេត្រឡប់មកដល់គល់ 0 វិញនៅពេលគេបោះលើកទី 6 ។

៧ . X ជាអថេរនៃ $Bin(10\,;\,0.3)$ គណនា

ក . $E(X)$ ខ . គំលាតស្តង់ដា គ . ម៉ូត

៨ . X ជាអថេរនៃ $Bin(8\,;\,0.4)$ គណនា

ក . តម្លៃ ដែលកើតញឹកញាប់ជាងគេ ខ . $P(X\le 4)$ គ . $P(X\ge 4)$

ជំពូក ៦ ស្ថិតិពីរអថេរ

មេរៀនទី ១ ស្ថិតិមានពីរអថេរ

មេរៀនសង្ខេប

- ស្ថិតិនៃពីរអថេរជាទំនាក់ទំនងរវាងតម្លៃ និង តម្លៃនៃទិន្នន័យមួយ ហើយតម្លៃទិន្នន័យនោះហៅថាអថេរ ។
- ដើម្បីរកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែគេត្រូវរកចំណុចមធ្យម ពីរ :
  + តម្រៀបចំណុចទិន្នន័យពីអាប់ស៊ីសតូចទៅអាប់ស៊ីសធំ
  + ចែកចំណុចទិន្នន័យជាពីរក្រុមស្មើគ្នា បើចំនួននៃចំណុចទិន្នន័យជាចំនួនគូ តែបើចំណុចទិន្នន័យជាចំនួនសេស គេចែកចំណុចទាំងនោះជាពីរក្រុមមិនស្មើគ្នា ។
  + រកចំណុចមធ្យមនៃក្រុមនីមួយៗ
  + សរសេរសមីការបន្ទាត់ ដែលកាត់តាមចំណុចមធ្យមទាំងពីរ ។

លំហាត់គំរូទី ១ : តារាងខាងក្រោមជាតារាងស្ថិតិពីរអថេរ :

x_i	2	4	6	8	9	10
y_i	7	10	13	15	20	28

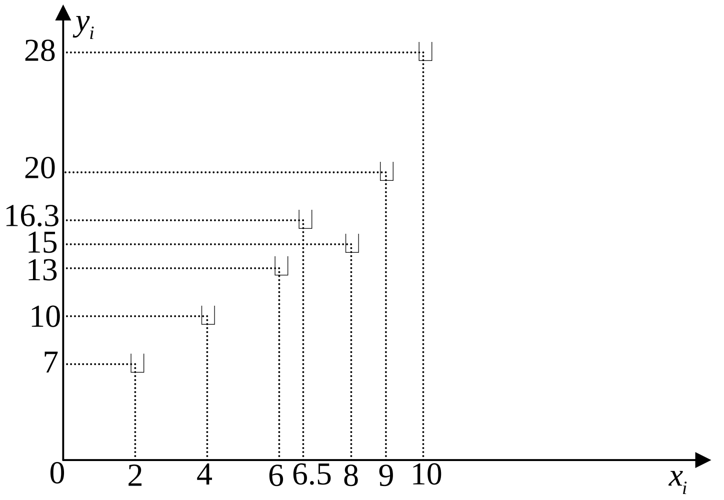
ក . បកស្រាយស្ថិតិពីរអថេរខាងលើជាចំណុច

ខ . រកចំណុចមធ្យម

គ . រកសមីការដែលកាត់តាមចំណុច M និង ចំណុច (6 , 13) ។

ចម្លើយ

ក . ដៅចំណុច $(2,7);(4,10);(6,13);(8,15);(9,20);(10,28)$ ក្នុងតំរុយកែង



ខ . ចំណុចមធ្យមកំណត់ដោយ $M(\bar{x}, \bar{y})$

$$\bar{x} = \frac{2+4+6+8+9+10}{6}$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចុច MODE 1

▤ 2 + 4 + 6 + 8 + 9 + 1 0 ▶ 6 S⇔D = $\bar{x} = 6.5$

$$\bar{y} = \frac{7+10+13+15+20+28}{6}$$

ចុច MODE 1

▤ 7 + 1 0 + 1 3 + 1 5 + 2 0 + 2 8 ▶ 6 S⇔D = $\bar{y} = 16.33$

ដូចនេះ $M(6.5\,;16.33)$

គ . រកសមីការដែលកាត់តាមចំណុច $M(6.5\,;16.33)$ និង ចំណុច (6 , 13)

មានរាង $y-13 = \frac{13-16.33}{6-6.5}(x-6)$

$$y = \frac{-3.33}{-0.5}(x-6)+13$$

$$y = 6.6(x-6)+13$$

$$y = 6.6x-26.6$$

ដូចនេះ សមីការដែលកាត់តាមចំណុច $M(6.5\,;16.33)$ និង (6 , 13) គឺ $y = 6.6x-26.6$

ប្រតិបត្តិ :ការប្រមូលប្រាក់ពន្ធតាមកន្លែងលក់ចំនួន 8 កន្លែងក្នុងផ្សារមួយ គេទទួលបាន ប្រាក់ចំណូលដូចតារាងខាងក្រោម :

សប្តាហ៍ទី	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i ប្រាក់ចំណូលថ្ងៃចន្ទ	43	65	56	63	56	56	56	51
y_i ប្រាក់ចំណូលថ្ងៃសៅរ៍	72	83	79	84	80	76	74	79

ក . បកស្រាយស្ថិតិពីរអថេរខាងលើជាចំណុច

ខ . រកចំណុចមធ្យម

គ . រកសមីការដែលកាត់តាមចំណុច M និង ចំណុច (63 , 84) ។

លំហាត់គំរូទី ២ : ទិន្នន័យក្នុងតារាងខាងក្រោមជាស្ថិតិពីរអថេរ

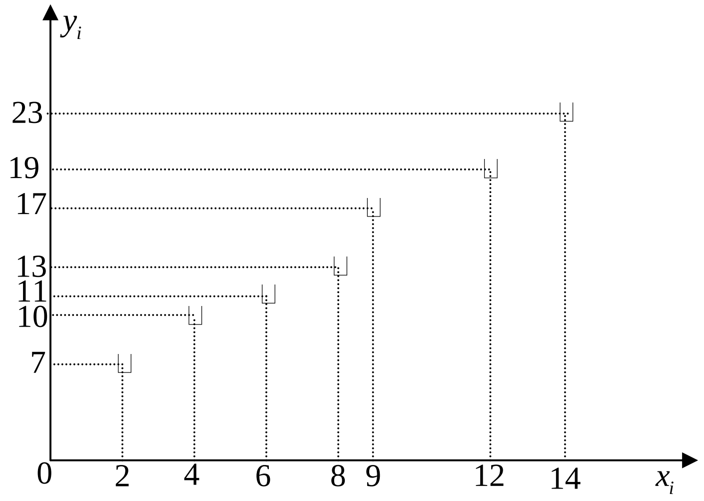
x_i	2	4	6	8	9	12	14
y_i	7	10	11	13	17	19	23

ក . ដៅចំណុចទិន្នន័យក្នុងតំរុយកែង

ខ . ចែកចំណុចទិន្នន័យជាពីរក្រុម រួចរកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមធ្យមនៃ ក្រុមទាំងពីរ ។

ចម្លើយ

ក . ដៅចំណុចទិន្នន័យក្នុងតំរុយកែង



ខ . ចែកចំណុចទិន្នន័យជាពីរក្រុម

ក្រុម 1: (2 , 7) , (4 , 10) , (6 , 11) , (8 , 13)

ក្រុម 2: (9 , 17) , (12 , 19) , (14 , 23)

តាង $M_1\left(\overline{x_1}, \overline{y_1}\right)$ ជាមធ្យមចំណុចនៃក្រុមទី១

$$\overline{x_1} = \frac{2+4+6+8}{4}$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចុច MODE 1

[▭] [2] [+] [4] [+] [6] [+] [8] [▶] [4] [S⇔D] [=] $\overline{x}_1 = 5$

$\overline{y}_1 = \frac{7+10+11+13}{4}$

ចុច [MODE] [1]

[▭] [7] [+] [1] [0] [+] [1] [1] [+] [1] [3] [▶] [4] [S⇔D] [=] $\overline{y}_1 = 10.25$

ដូចនេះ $M_1(5\,;10.25)$

តាង $M_2(\overline{x_2}\,,\overline{y_2})$ ជាមធ្យមចំណុចនៃក្រុមទី២

$\overline{x}_2 = \frac{9+12+14}{3}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចុច [MODE] [1]

[▭] [9] [+] [1] [2] [+] [1] [4] [▶] [3] [S⇔D] [=] $\overline{x_2} = 11.67$

$\overline{y}_2 = \frac{17+19+23}{3}$

ចុច [MODE] [1]

[▭] [1] [7] [+] [1] [9] [+] [2] [3] [▶] [3] [S⇔D] [=] $\overline{y} = 19.67$

ដូចនេះ $M_2(11.67\,,19.67)$

ខ . រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមធ្យមនៃក្រុមទាំងពីរ

មានរាង $y - 10.25 = \frac{10.25-19.67}{5-11.67}(x-5)$

$y = 1.41(x-5) + 10.25$

$y = 1.41x + 3.2$

ដូចនេះ សមីការដែលកាត់តាមចំណុច M_1 និង M_2 គឺ $y = 1.41x - 3.2$

ប្រតិបត្តិ: តារាងខាងក្រោមបង្ហាញអត្រាប្រាក់ម៉ោងកម្មករនៅរោងចក្រមួយតាមឆ្នាំនីមួយៗ

x_i ឆ្នាំ	1950	1952	1954	1956	1958	1960	1962	1964
y_i អត្រា	1.5	1.8	1.9	2.5	2.8	3.2	3.7	4.3

ក . ដៅចំណុចទិន្នន័យក្នុងតំរុយកែង

ខ . សរសេរសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមធ្យមទាំងពីរ

គ . ប៉ាន់ស្មានអត្រាប្រាក់ម៉ោងកម្មករនៅឆ្នាំ 1966។

លំហាត់

១ . គេឱ្យតារាងស្ថិតិពីរអថេរខាងក្រោម :

x_i	2	3.5	2.5	4	4.5	5	6	6.5	7	8
y_i	10	15	20	18	30	35	40	38	32	45

ក . បកស្រាយស្ថិតិនៃពីរអថេរជាចំណុច ។

ខ . ផ្តុំចំណុចខាងលើជាពីរក្រុម ។

គ . រកចំណុចមធ្យម M_1 និង M_2 រួចរកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច M_1 និង M_2 ។

២ . នៅលើបន្ទាត់ឈរ សំពាធបរិយាកាសថយចុះ កាលណាកម្ពស់កើនឡើង ដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម :តាង x_i ជាកម្ពស់គិតជា km ហើយ y_i ជាសំពាធគិតជា cm នៃបារត ។

x_i	0	1	2	4	6	10
y_i	10	15	20	18	30	35

ក . បកស្រាយទិន្នន័យខាងលើជាចំណុច ។

ខ . រកសមីការបន្ទាត់តម្រែតម្រង់ដែលកាត់តាមចំណុចមធ្យមទាំងពីរ ។

គ . រកកម្ពស់នៃកន្លែងមួយដែលមានសំពាធបរិយាកាសស្មើនឹង $40cm$ នៃបារត ។

៣ . តារាងទិន្នន័យខាងក្រោមបង្ហាញពីចំនួនប្រាក់ដែលចំណាយលើការសាងសង់របស់ប្រទេសមួយនៅអំឡុងពេល ៦ ខែ :

x_i ខែ	មេសា	ឧសភា	មិថុនា	កក្កដា	សីហា	កញ្ញា
y_i ចំនួនប្រាក់គិតជាពាន់លានរៀល	24	19	30	49	68	67

បើ $x = 0$ តាងខែមេសា ។

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់ ។

ខ . ចូរធ្វើការប៉ាន់ស្មានចំនួនប្រាក់ដែលចំណាយក្នុងខែ តុលា ។

៤ . គេឱ្យតារាងស្ថិតិនៃពីរអថេរខាងក្រោម :

x_i	3	2	3.5	4	5	6	6.5	7	8	9
y_i	11	13	20	25	19	30	35	38	32	40

ក . បកស្រាយស្ថិតិនៃពីរអថេរជាចំណុច ។

ខ . ផ្តុំចំណុចខាងលើជាពីរក្រុម ។

គ . រកចំណុចមធ្យម M_1 និង M_2 រួចរកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច M_1 និង M_2 ។

មេរៀនទី ២ សមីការបន្ទាត់តម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ

មេរៀនសង្ខេប

- បើគេមានចំណុចទិន្នន័យ (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) ,..., (x_n, y_n)
  នោះបន្ទាត់តម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែមានរាង $y = ax + b$
  ដែល $a = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$ និង $b = \dfrac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$ ឬ $b = \overline{y} - a\overline{x}$

- មេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែតាងដោយ $r = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \times \sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}}$

លំហាត់គំរូទី ១ : រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែរនៃទិន្នន័យក្នុងតារាងខាងក្រោម

x_i	1	1	2	4
y_i	1	2	2	6

ចម្លើយ

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខជួយ

សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែរមានរាង $y=ax+b$ ដែល a និង b ជាចំនួនត្រូវកំណត់

ដោយ $a=\dfrac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}$ និង $b=\dfrac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}y_i-a\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$

គេមាន 4 ចំណុចដូចនេះគេបាន $n=4$

គណនាផលបូកតាមតារាងខាងក្រោម

x_i	y_i	$x_i\ y_i$	x_i^2
1 1 2 4	1 2 2 6	1 2 4 24	1 1 4 16
$\sum_{i=1}^{4}x_i=8$	$\sum_{i=1}^{4}y_i=11$	$\sum_{i=1}^{4}x_iy_i=31$	$\sum_{i=1}^{4}x_i^2=22$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES ដើម្បីជួយគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែរ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [1] [=] [1] [=] [2] [=] [4] [=] [▼] [▶]
[1] [=] [2] [=] [2] [=] [2] [4] [=] [AC]

គណនា $\sum_{i=1}^{4}x_i$ [SHIFT] [1] [4] [2] [=] $\sum_{i=1}^{4}x_i=8$

$\sum_{i=1}^{4}y_i$ [SHIFT] [1] [4] [4] [=] $\sum_{i=1}^{4}y_i=11$

$\sum_{i=1}^{4}x_iy_i$ [SHIFT] [1] [4] [5] [=] $\sum_{i=1}^{4}x_iy_i=31$

$\sum_{i=1}^{4}x_i^2$ [SHIFT] [1] [4] [1] [=] $\sum_{i=1}^{4}x_i^2=22$

គេបាន $a=\dfrac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}=\dfrac{4\times31-8\times11}{4\times22-8^2}$

បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [4] [×] [3] [1] [−] [8] [×] [1] [1] [▶]
[4] [×] [2] [2] [−] [8] [x^2] [=] [S⇔D] $a=1.5$

និង $b=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i\right)=\frac{1}{4}(11-1.5\times 8)$

បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [1] [▶] [4] [▶] [(] [1] [1] [−] [1] [•] [5] [×] [8] [)] [=] [S⇔D] $b=-0.25$

ដូចនេះ សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យគឺ $y=1.5x-0.25$

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខសុទ្ធ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [1] [=] [1] [=] [2] [=] [4] [=] [▼] [▶]
[1] [=] [2] [=] [4] [=] [6] [=] [AC]

អនុគមន៍លីនេអ៊ែ មានរាង $y=A+Bx$ ដែល A និង B ជាចំនួនត្រូវកំណត់

កំណត់ A [SHIFT] [1] [7] [1] [=] $A=-0.25$

កំណត់ B [SHIFT] [1] [7] [2] [=] $B=1.5$

ដូចនេះ សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យគឺ $y=1.5x-0.25$

លំហាត់គំរូទី ២ : ក្នុងសាលាបឋមសិក្សាមួយ គេជ្រើសរើសសិស្សចំនួន ១០នាក់មកធ្វើការសិក្សារកទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់ និងអាយុ ។ គេទទួលបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម :

x_i អាយុ (ឆ្នាំ)	6	7	7	7	9	10	11	9	6	11
y_i កម្ពស់ (cm)	95	90	100	98	120	125	132	116	95	145

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យខាងលើ ។

ខ . រកកម្ពស់របស់សិស្សដែលមានអាយុ 7 ឆ្នាំ ។

ចម្លើយ

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខជួយ

សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែមានរាង $y=ax+b$ ដែល a និង b ជាចំនួនត្រូវកំណត់

ដោយ $$a=\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i-\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

និង $$b=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$$

គេមាន 10 ចំណុចដូចនេះគេបាន $n=10$

គណនាផលបូកតាមតារាងខាងក្រោម

x_i	y_i	$x_i\ y_i$	x_i^2
6	95	570	36
7	90	630	49
7	100	700	49
7	98	686	49
9	120	1080	81
10	125	1250	100
11	132	1452	121
9	116	1044	81
6	95	504	36
11	145	1595	121
$\sum_{i=1}^{10} x_i = 83$	$\sum_{i=1}^{10} y_i = 1105$	$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 9511$	$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 723$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីជួយគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [6] [=] [7] [=] [7] [=] [7] [=] [9] [=] [1] [0] [=] [1] [1] [=]
[9] [=] [6] [=] [1] [1] [=] [▼] [▶] [9] [5] [=] [9] [0] [=] [1]

បន្ត [0] [0] [=] [9] [8] [=] [1] [2] [0] [=] [1] [2] [5] [=] [1] [3]
[2] [=] [1] [1] [6] [=] [9] [5] [=] [1] [4] [5] [=] [AC]

គណនា $\sum_{i=1}^{10} x_i$ [SHIFT] [1] [4] [2] [=] $\sum_{i=1}^{10} x_i = 83$

$\sum_{i=1}^{10} y_i$ [SHIFT] [1] [4] [4] [=] $\sum_{i=1}^{10} y_i = 1105$

$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i$ [SHIFT] [1] [4] [5] [=] $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 9511$

$\sum_{i=1}^{10} x_i^2$ [SHIFT] [1] [4] [1] [=] $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 723$

គេបាន $$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} = \frac{10\times 9511 - 83\times 1105}{10\times 723 - 83^2}$$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [1] [0] [×] [9] [5] [1] [1] [−] [8] [3] [×] [1] [1]
[0] [5] [▶] [1] [0] [×] [7] [2] [3] [−] [8] [3] [x^2] [=] [S⇔D] $a = 9.96$

និង $b = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \frac{1}{10}(1105 - 9.96\times 83)$

បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [1] [▶] [1] [0] [▶] [(] [1] [1] [0] [5] [−] [9] [.] [9] [6] [×]
[8] [3] [)] [=] [S⇔D] $b = 27.83$

ដូចនេះ សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យគឺ $y = 9.96x + 27.83$

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខសុទ្ធ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES ដើម្បីគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [6] [=] [7] [=] [7] [=] [7] [=] [9] [=] [1] [0] [=] [1] [1] [=]
[9] [=] [6] [=] [1] [1] [=] [▼] [▶] [9] [5] [=] [9] [0] [=] [1]

បន្ត [0] [0] [=] [9] [8] [=] [1] [2] [0] [=] [1] [2] [5] [=] [1] [3]
[2] [=] [1] [1] [6] [=] [9] [5] [=] [1] [4] [5] [=] [AC]

អនុគមន៍លីនេអ៊ែ មានរាង $y = A + Bx$ ដែល A និង B ជាចំនួនត្រូវកំណត់

កំណត់ A [SHIFT] [1] [7] [1] [=] $A = 27.83$

កំណត់ B [SHIFT] [1] [7] [2] [=] $B = 9.96$

ដូចនេះ សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យគឺ $y = 9.96x + 27.83$

ខ . រកកម្ពស់របស់សិស្សដែលមានអាយុ 7 ឆ្នាំ

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខជួយ

រក y ដោយជំនួស $x = 7$ ក្នុងសមីការ $y = 9.96x + 27.83$

គេបាន $y = 9.96 \times 7 + 27.83$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ [9] [•] [9] [6] [×] [7] [+] [2] [7] [•] [8] [3] [=] $y = 97.55cm$

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខសុទ្ធ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES ដើម្បីគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [6] [=] [7] [=] [7] [=] [7] [=] [9] [=] [1] [0] [=] [1] [1] [=]
[9] [=] [6] [=] [1] [1] [=] [▼] [▶] [9] [5] [=] [9] [0] [=] [1]

បន្ត [0] [0] [=] [9] [8] [=] [1] [2] [0] [=] [1] [2] [5] [=] [1] [3]
[2] [=] [1] [1] [6] [=] [9] [5] [=] [1] [4] [5] [=] [AC]

គណនា y ចំពោះ $x = 7$ [7] [SHIFT] [1] [7] [5] [=] $y = 97.55cm$

លំហាត់គំរូទី ៣ :

តាមរបាយការណ៍ពីមន្ត្រីម្នាក់មកពីក្រសួងទេសចរណ៍របស់ប្រទេសមួយបានឱ្យដឹងថា ចំនួនទេសចរណ៍ដែលមកកំសាន្តនៅប្រទេសនោះឱ្យដោយតារាងខាងក្រោម :

x_i (ឆ្នាំ)	2005	2006	2007	2008	2009
y_i ម៉ឺននាក់	25.7	26.3	29.7	34.2	38.3

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

ខ . ចូរធ្វើការប៉ាន់ស្មានចំនួនអ្នកទេសចរណ៍ ដែលនឹងមកកំសាន្តនៅក្នុងឆ្នាំ 2010។

ចម្លើយ

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ

បើ $x=0$ តាង ឆ្នាំ2005 នោះគេបានចំណុចទិន្នន័យ $(0;25.7)$; $(1;26.3)$;$(2;29.7)$
;$(3;34.2)$;$(4;38.3)$

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខជួយ

សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែមានរាង $y=ax+b$ ដែល a និង b ជាចំនួនត្រូវកំណត់

ដោយ $$a=\frac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}$$

និង $$b=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}y_i-a\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$$

គេមាន 5 ចំណុចដូចនេះគេបាន $n=5$

គណនាផលបូកតាមតារាងខាងក្រោម

x_i	y_i	$x_i\ y_i$	x_i^2
0 1 2 3 4	25.7 26.3 29.7 34.2 38.3	0 26.3 59.4 102.6 153.2	0 1 4 9 16
$\sum_{i=1}^{5}x_i=10$	$\sum_{i=1}^{5}y_i=154.2$	$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=341.5$	$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=30$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីជួយគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [0] [=] [1] [=] [2] [=] [3] [=] [4] [=] [▼] [▶] [2] [5] [·] [7]
[=] [2] [6] [·] [3] [=] [2] [9] [·] [7] [=] [3] [4] [·]

បន្ត [2] [=] [3] [8] [·] [3] [=] [AC]

គណនា $\sum_{i=1}^{5}x_i$ [SHIFT] [1] [4] [2] [=] $\sum_{i=1}^{5}x_i=10$

$\sum_{i=1}^{5}y_i$ [SHIFT] [1] [4] [4] [=] $\sum_{i=1}^{5}y_i=154.2$

$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i$ [SHIFT] [1] [4] [5] [=] $\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=341.5$

$\sum_{i=1}^{5}x_i^2$ [SHIFT] [1] [4] [1] [=] $\sum_{i=1}^{5}x_i^2=30$

គេបាន $a=\dfrac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}=\dfrac{5\times 341.5-10\times 154.2}{5\times 30-10^2}$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ [▭] [5] [×] [3] [4] [1] [·] [5] [−] [1] [0] [×] [1] [5] [4] [·] [2]

[▶] [5] [×] [3] [0] [−] [1] [0] [x^2] [=] [S⇔D] $a=3.31$

និង $b=\dfrac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}y_i-a\sum_{i=1}^{n}x_i\right)=\dfrac{1}{5}(154.2-3.31\times 10)$

បញ្ចូលតម្លៃ [▭] [1] [▶] [5] [▶] [(] [1] [5] [4] [·] [2] [−] [3] [·] [3] [1] [×]

[1] [0] [)] [=] [S⇔D] $b=24.22$

ដូចនេះ សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យគឺ $y=3.31x+24.22$

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខសុទ្ធ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [0] [=] [1] [=] [2] [=] [3] [=] [4] [=] [▼] [▶] [2] [5] [·] [7] [=] [2] [6]

បន្ត [·] [3] [=] [2] [9] [·] [7] [=] [3] [4] [·] [2] [=] [3] [8] [·] [3] [=] [AC]

អនុគមន៍លីនេអ៊ែ មានរាង $y=A+Bx$ ដែល A និង B ជាចំនួនត្រូវកំណត់

កំណត់ A [SHIFT] [1] [7] [1] [=] $A=24.22$

កំណត់ B [SHIFT] [1] [7] [2] [=] $B=3.31$

ដូចនេះ សមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យគឺ $y=3.31x+24.22$

ខ . ចូរធ្វើការប៉ាន់ស្មានចំនួនអ្នកទេសចរណ៍ ដែលនឹងមកកំសាន្តនៅក្នុងឆ្នាំ 2010។

ត្រូវនឹង $x=5$

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខជួយ

រក y ដោយជំនួស $x=5$ ក្នុងសមីការ $y=3.31x+24.22$

គេបាន $y=3.31\times 5+24.22$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ [3] [·] [3] [1] [×] [5] [+] [2] [4] [·] [2] [2] [=] $y=40.77\approx 41$

ដូចនេះ ចំនួនអ្នកទេសចរណ៍ ដែលនឹងមកកំសាន្តនៅក្នុងឆ្នាំ 2010 ប្រហែល 41 ម៉ឺននាក់

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខសុទ្ធ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [0] [=] [1] [=] [2] [=] [3] [=] [4] [=] [▼] [▶] [2] [5] [.] [7] [=] [2] [6]

បន្ត [.] [3] [=] [2] [9] [.] [7] [=] [3] [4] [.] [2] [=] [3] [8] [.] [3] [=] [AC]

គណនា y ចំពោះ $x=5$ [5] [SHIFT] [1] [7] [5] [=] $y=40.77\approx 41$

ប្រតិបត្តិ : ក្រុមហ៊ុនមួយលក់រថយន្តដែលបានប្រើប្រាស់រួច ។ តម្លៃលក់បញ្ចុះទៅតាមចំនួនឆ្នាំដែលបានប្រើប្រាស់ ។ តាង x_i ជាចំនួនឆ្នាំដែលបានប្រើប្រាស់ និង y_i តាងតម្លៃលក់ (ឯកតា ជាលានរៀល)។គេបានតារាងទិន្នន័យដែលបានលក់កន្លងមក

x_i	2	4	5	5	5	5	6	6	6	7	7
y_i	169	103	85	82	89	98	66	95	169	70	49

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យខាងលើ ។

ខ . រកតម្លៃរថយន្តដែលមានចំណាស់ ៣ ឆ្នាំ និង ៥ ឆ្នាំ ។

លំហាត់គំរូទី ៤: រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យខាងក្រោម :

x_i	1	2	3	4
y_i	2	4	4	6

ចម្លើយ

រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខជួយ

តាមរូបមន្ត $r=\dfrac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}\times\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2}}$ ដែល $n=4$

គណនាផលបូកតាមតារាងខាងក្រោម:

x_i	y_i	$x_i\ y_i$	x_i^2	y_i^2
1	2	2	1	4
2	4	8	4	16
3	4	12	9	16
4	6	24	16	36
$\sum_{i=1}^{4}x_i=10$	$\sum_{i=1}^{4}y_i=16$	$\sum_{i=1}^{4}x_iy_i=46$	$\sum_{i=1}^{4}x_i^2=30$	$\sum_{i=1}^{4}y_i^2=72$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES ដើម្បីជួយគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [1] [=] [2] [=] [3] [=] [4] [=] [▼] [▶] [2] [=] [4] [=] [4] [=] [6] [=] [AC]

គណនា $\sum_{i=1}^{4}x_i$ [SHIFT] [1] [4] [2] [=] $\sum_{i=1}^{4}x_i=10$

$\sum_{i=1}^{4} y_i$ SHIFT 1 4 4 = $\sum_{i=1}^{4} y_i = 16$

$\sum_{i=1}^{4} x_i y_i$ SHIFT 1 4 5 = $\sum_{i=1}^{4} x_i y_i = 46$

$\sum_{i=1}^{4} x_i^2$ SHIFT 1 4 1 = $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 = 30$

$\sum_{i=1}^{4} y_i^2$ SHIFT 1 1 4 1 = $\sum_{i=1}^{4} y_i^2 = 72$

គេបាន $r = \frac{4\times 46 - 10\times 16}{\sqrt{4\times 30 - 10^2}\times\sqrt{4\times 72 - 16^2}}$

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

បញ្ចូលទិន្នន័យ ▭ 4 × 4 6 − 1 0 × 1 6 ▼ ▶ √▭ 4 × 3 0 − 1 0 x^2 ▶ × √▭ 4 × 7 2 − 1 6 x^2 = $r = 0.95$

គេបាន $r = 0.95$ គេនិយាយថា x និង y មានទំនាក់ទំនងនិងគ្នាខ្លាំង

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខសុទ្ធ

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ MODE 2 AC

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ SHIFT 1 1 2

បញ្ចូលទិន្នន័យ 1 = 2 = 3 = 4 = ▼ ▶ 2 = 4 = 4 = 6 = AC

រក r SHIFT 1 7 3 (r) = $r = 0.9486 \approx 0.95$

លំហាត់គំរូទី ៥: តារាងខាងក្រោមជាតារាងទិន្នន័យទំនាក់ទំនងរវាងប្រាក់ចំណូលសរុបប្រចាំសប្តាហ៍ គិតជាពាន់ដុល្លានិងពិន្ទុតែសរបស់បុគ្គលិក :

អ្នកលក់	x_i ពិន្ទុតែស	y_i ប្រាក់ចំណូលប្រចាំសប្តាហ៍
លោក A	4	5
លោក B	7	12
លោក C	3	4
លោក D	6	8
លោក E	10	11

គណនាមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ

ចម្លើយ

រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខជួយ

តាមរូបមន្ត $r=\dfrac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}\times\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2}}$ ដែល $n=5$

គណនផលបូកតាមតារាងខាងក្រោម:

អ្នកលក់	x_i	y_i	$x_i\ y_i$	x_i^2	y_i^2
លោក A	4	5	20	16	25
លោក B	7	12	84	49	144
លោក C	3	4	12	9	16
លោក D	6	8	48	36	64
លោក E	10	11	110	100	121
	$\sum_{i=1}^{5}x_i=30$	$\sum_{i=1}^{5}y_i=40$	$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=274$	$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=210$	$\sum_{i=1}^{5}y_i^2=370$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីជួយគណនា

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ [MODE] [2] [AC]

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ [SHIFT] [1] [1] [2]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [4] [=] [7] [=] [3] [=] [6] [=] [1] [0] [=]

[▼] [▶] [5] [=] [1] [2] [=] [4] [=] [8] [=] [1] [1] [=] [AC]

គណនា $\sum_{i=1}^{5}x_i$ [SHIFT] [1] [4] [2] [=] $\sum_{i=1}^{5}x_i=30$

$\sum_{i=1}^{5}y_i$ [SHIFT] [1] [4] [4] [=] $\sum_{i=1}^{5}y_i=40$

$\sum_{i=1}^{5}x_iy_i$ [SHIFT] [1] [4] [5] [=] $\sum_{i=1}^{5}x_iy_i=274$

$\sum_{i=1}^{5}x_i^2$ [SHIFT] [1] [4] [1] [=] $\sum_{i=1}^{5}x_i^2=210$

$\sum_{i=1}^{5}y_i^2$ [SHIFT] [1] [1] [4] [1] [=] $\sum_{i=1}^{5}y_i^2=370$

គេបាន $r=\dfrac{5\times274-30\times40}{\sqrt{5\times210-30^2}\times\sqrt{5\times370-40^2}}$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [▭/▭] [5] [×] [2] [7] [4] [−] [3] [0] [×] [4] [0] [▶] [√■] [5] [×] [2] [1] [0] [−]
[3] [0] [x²] [▶] [×] [√■] [5] [×] [3] [7] [0] [−] [4] [0] [x²] [=] $r=0.88$

គេបាន $r = 0.88$ គេនិយាយថា x និង y មានទំនាក់ទំនងនឹងគ្នាខ្លាំង

ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខសុទ្ធ

ចូលការគណនាលើស្ថិតិ MODE 2 AC

ជ្រើសរើសអនុគមន៍លីនេអ៊ែ SHIFT 1 1 2

បញ្ចូលទិន្នន័យ 4 = 7 = 3 = 6 = 1 0 = ▼ ▶

5 = 1 2 = 4 = 8 = 1 1 = AC

រក r SHIFT 1 7 3 (r) = $r = 0.877876 \approx 0.88$

គេបាន មេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ $r = 0.88$

ប្រតិបត្តិ : 1 . រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យខាងក្រោម :

x_i	5	4	6	5	5	5	6	6	2	7	7
y_i	85	103	70	82	89	98	66	95	169	70	48

2 . រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យខាងក្រោម :

x_i	23	25	27	29	30	32	33	35	36	37	40
y_i	78	100	70	82	99	95	65	95	155	144	121
ប្រេកង់	3	5	4	7	5	6	10	23	18	15	9

លំហាត់

១ . គេមានតារាងទិន្នន័យស្ថិតិពីរអថេរ :

x_i	100	100	500	500
y_i	123	340	235	204

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យខាងលើ ។

ខ . គណនាតម្លៃ y ចំពោះ $x=407$ និង $x=312$

២ . គេមានតារាងទិន្នន័យស្ថិតិពីរអថេរ :

x_i	100	100	500	500
y_i	123	340	235	204

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យខាងលើ ។

ខ . គណនាតម្លៃ y ចំពោះ $x=1$, $x=3$ និង $x=5$ ។

គ . រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ រួចបកស្រាយទំនាក់ទំនងរវាង x_i និង y_i ។

៣ . ក្នុងរោងចក្រកាត់ដេរមួយគេជ្រើសរើសយកកម្មករចំនួន ១១ នាក់ដែលមានអាយុពី ១៨ ឆ្នាំ ទៅ២៨ ឆ្នាំដើម្បីធ្វើការសិក្សាទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់ និងម៉ាស ។ តាង x_i ជាកម្ពស់គិតជា cm ហើយ y_i ជាម៉ាសគិតជា kg គេបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម :

x_i	150	152	152	155	155	157	158	158	160	160	165
y_i	50	58	48	50	52	60	53	63	54	62	56

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែនៃទិន្នន័យខាងលើ ។

ខ . រកម៉ាសកម្មការិនីដែលត្រូវនឹងកម្ពស់ $152cm$; $155cm$ និង $160cm$ ។

គ . រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ រួចបកស្រាយទំនាក់ទំនងរវាង x_i និង y_i ។

៤ . តារាងទិន្នន័យខាងក្រោមបានមកពីការិយាល័យសាងសង់ ដែលបង្ហាញពីចំនួនប្រាក់ចំណាយលើការសាងសង់នៅក្នុងទីក្រុងមួយ រយៈពេល ៦ ខែចុងក្រោយ :

ខែ	មករា	កុម្ភៈ	មីនា	មេសា	ឧសភា	មិថុនា
ចំនួនប្រាក់គិតជាពាន់លានរៀល	42	19	30	49	68	69

បើ $x=0$ តាងខែមករា ។

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

ខ . ចូរធ្វើការប៉ាន់ស្មានចំនួនប្រាក់ដែលចំណាយក្នុងខែ កក្កដា ។

គ . រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

៥ . ប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំរបស់សាជីវកម្មមួយឱ្យដោយតារាងទិន្នន័យខាងក្រោម :

ខែ	2005	2006	2007	2008	2009	2010
ចំនួនប្រាក់ចំណូលរយលានរៀល	66	82	127	201	310	392

បើ $x=0$ តាងឆ្នាំ 2005 ។

ក . រកសមីការតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

ខ . ចូរធ្វើការប៉ាន់ស្មានចំនួនប្រាក់ចំណូលនៅឆ្នាំ 2011 ។

គ . រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

៦ . ក្រុមហ៊ុនលក់រថយន្តដែលបានប្រើប្រាស់រួច ។ តម្លៃលក់បញ្ចុះទៅតាមចំនួនឆ្នាំដែលបានប្រើប្រាស់ គេបានតារាងទិន្នន័យដែលបានលក់កន្លងមក ។

ចំនួនឆ្នាំដែលបានប្រើប្រាស់	3	4	5	6	7
តម្លៃលក់ (គិតជាលានរៀល)	66	82	127	201	310
ប្រេកង់	1	1	3	1	2

ក . រកសមីការបន្ទាត់តម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

ខ . រកតម្លៃរថយន្តដែលមានចំណាស់ 5 ឆ្នាំនិង 2 ឆ្នាំ ។

គ . រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

៧ . នៅរយៈពេល 5 ឆ្នាំចុងក្រោយនេះ អ្នកគ្រប់គ្រងផ្នែកឃោសនាពាណិជ្ជកម្មម្នាក់បានប្រមូលទិន្នន័យដែលបង្ហាញពីទំនាក់ទំនងរវាងថវិកាឃោសនាទំនិញ (គិតជា ១០០០ លានរៀល) និងបរិមាណផលិតដែលលក់បាន (គិតជាពាន់ឯកតាផលិតផល)។ គេបានតារាងទិន្នន័យដូចខាងក្រោម :

x_i ចំនួនថវិកាឃោសនា	4.5	6.5	3.5	3.2	2.6
y_i បរិមាណផលិតផលលក់បាន	37	46	42	32	29

ក . រកសមីការបន្ទាត់តម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

ខ . ចូរធ្វើការប៉ាន់ស្មានបរិមាណឯកតាផលិតផលដែលបានលក់ បើគេចំណាយថវិកាអស់4 ពាន់លានរៀល។

គ . រកមេគុណតម្រែតម្រង់លីនេអ៊ែ ។

ជំពូក ៧ វ៉ិចទ័រក្នុងលំហ

មេរៀនទី ១ ផលគុណនៃពីរវ៉ិចទ័រក្នុងលំហ

សង្ខេបមេរៀន

-បើ $\vec{u}=u_1\vec{i}+u_2\vec{j}+u_3\vec{k}$ និង $\vec{v}=v_1\vec{i}+v_2\vec{j}+v_3\vec{k}$ ជាវ៉ិចទ័រក្នុងលំហ។ផលគុណនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ គឺជាវ៉ិចទ័រកំណត់ដោយ $\vec{u}\times\vec{v}=(u_2v_3-u_3v_2)\vec{i}-(u_1v_3-u_3v_1)\vec{j}+(u_1v_2-u_2v_1)\vec{k}$ ។

-បើ $\vec{u}$,$\vec{v}$ និង $\vec{w}$ ជាវ៉ិចទ័រក្នុងលំហ និង c ជាចំនួនពិត នោះគេបាន :

ក. $\vec{u}\times\vec{v}=-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)$ ខ. $\vec{u}\times\left(\vec{v}+\vec{w}\right)=\left(\vec{u}\times\vec{v}\right)+\left(\vec{u}\times\vec{w}\right)$

គ. $c\left(\vec{u}\times\vec{v}\right)=\left(c\vec{u}\right)\times\vec{v}=\vec{u}\times\left(c\vec{v}\right)$ ឃ. $\vec{u}\times\vec{0}=\vec{0}\times\vec{u}=\vec{0}$

ង. $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{0}$ ច. $\vec{u}.\left(\vec{v}\times\vec{w}\right)=\left(\vec{u}\times\vec{v}\right).\vec{w}$

-បើ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ជាវ៉ិចទ័រមិនសូន្យនៅក្នុងលំហ និងតាង θ ជាមុំរវាង $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ នោះគេបាន

ក. $\vec{u}\times\vec{v}$ អរត្តូកូណាល់ទៅនឹង $\vec{u}$ ផង និង $\vec{v}$ ផង ។

ខ. $\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|=\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|\sin\theta$

គ. បើ $\vec{u}\times\vec{v}=0$ នោះ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ជាវ៉ិចទ័រកូលីនេអ៊ែនឹងគ្នា។

ឃ. $\left|\vec{u}.\vec{v}\right|=$ ផ្ទៃក្រឡារបស់ប្រលេឡូក្រាមដែលសង់លើវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ។

ង. $\frac{1}{2}\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|=$ ផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណដែលសង់លើវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ។

-គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$,$\vec{v}$ និង $\vec{w}$ នៅក្នុងលំហ។ ផលគុណចម្រុះនៃ $\vec{u}$,$\vec{v}$ និង $\vec{w}$ តាមលំដាប់ គឺជាចំនួនពិតដែលកំណត់ដោយ $\vec{u}.\left(\vec{v}\times\vec{w}\right)$ ។

-បើគេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u}=u_1\vec{i}+u_2\vec{j}+u_3\vec{k}$, $\vec{v}=v_1\vec{i}+v_2\vec{j}+v_3\vec{k}$ និង $\vec{w}=w_1\vec{i}+w_2\vec{j}+w_3\vec{k}$

នោះ $\vec{u}.\left(\vec{v}\times\vec{w}\right)=\begin{vmatrix}u_1 & u_2 & u_3\\ v_1 & v_2 & v_3\\ w_1 & w_2 & w_3\end{vmatrix}$ ។

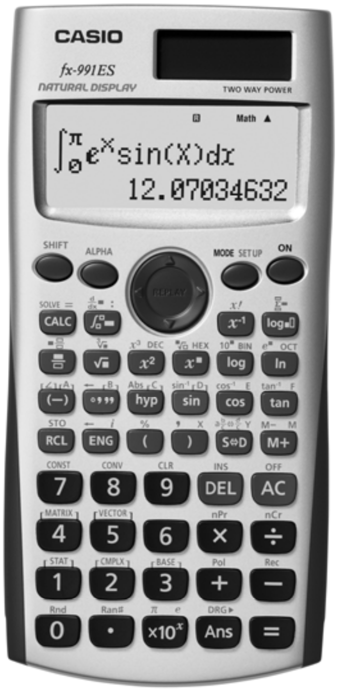
-មាឌ V របស់ប្រលេពីប៉ែតដែលសង់លើវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$,$\vec{v}$ និង $\vec{w}$ គឺ :

$V=\left|\vec{u}.\left(\vec{v}\times\vec{w}\right)\right|$ និង មាឌ $\overline{W}$ របស់តេត្រាអែតគឺ :

$\overline{W}=\frac{\left|\vec{u}.\left(\vec{v}\times\vec{w}\right)\right|}{6}$ បានន័យថា យកមាឌរបស់ប្រលេពីប៉ែតចែកនឹង 6 ។

លំហាត់គំរូទី ១ : គេឱ្យ $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ និង $\vec{v}=3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ រកវ៉ិចទ័រ :

ក . $\vec{u}\times\vec{v}$ ខ . $\vec{v}\times\vec{u}$ គ . $\vec{v}\times\vec{v}$



ចម្លើយ

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\vec{u}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [1] [=] [−] [2] [=] [1] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\vec{v}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [3] [=] [1] [=] [−] [2] [=] [AC]

ក . $\vec{u}\times\vec{v}$

[SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [=] $\vec{u}\times\vec{v}=3\vec{i}+5\vec{j}+7\vec{k}$

ខ . $\vec{v}\times\vec{u}$

[SHIFT] [5] [4] [×] [SHIFT] [5] [3] [=] $\vec{v}\times\vec{u}=-3\vec{i}-5\vec{j}-7\vec{k}$

គ . $\vec{v}\times\vec{v}$

[SHIFT] [5] [4] [×] [SHIFT] [5] [4] [=] $\vec{v}\times\vec{v}=0\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}=\vec{0}$

លំហាត់គំរូទី ២: គេឱ្យ $\vec{u}=\sqrt{2}\vec{i}-\sqrt{3}\vec{j}+2\vec{k}$ និង $\vec{v}=-\vec{i}+\vec{j}$ ។

ប្រៀបធៀប $\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|$ និង $\left|\vec{v}\times\vec{u}\right|$

ចម្លើយ

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\vec{u}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [√■] [2] [=] [−] [√■] [3] [=] [2] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\vec{v}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [−] [1] [=] [1] [=] [0] [=] [AC]

គណនា $\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|$ [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [=]

$4,230718554$

គណនា $\left|\vec{v}\times\vec{u}\right|$ [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [4] [×] [SHIFT] [5] [3] [)] [=]

$4,230718554$

លំហាត់គំរូទី៣: រកវ៉ិចទ័រឯកតាដែលអរត្តូកូណាល់ទៅនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{u}=\vec{i}-4\vec{j}+\vec{k}$ និង $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$ ។

ចម្លើយ

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\vec{u}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [1] [=] [−] [4] [=] [1] [=] [AC]

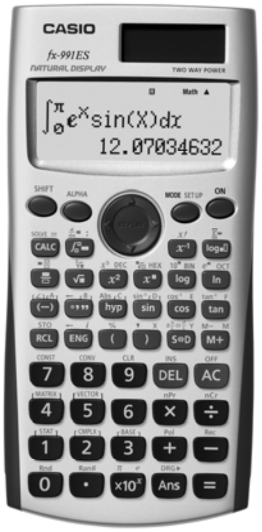
កំណត់ $VectorB=\vec{v}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [2] [=] [3] [=] [0] [=] [AC]

ផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{u}\times\vec{v}$ អរតូកូណាល់ទៅនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ គឺ

[SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [=] $\vec{u}\times\vec{v}=-3\vec{i}+2\vec{j}+11\vec{k}$

នោះវ៉ិចទ័រឯកតាដែល អរតូកូណាល់ទៅនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ គឺ $\frac{\vec{u}\times\vec{v}}{\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|}$



[(] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [÷]

[SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [=]

$$\frac{\vec{u}\times\vec{v}}{\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|}=-\frac{3}{\sqrt{134}}\vec{i}+\frac{2}{\sqrt{134}}\vec{j}+\frac{11}{\sqrt{134}}\vec{k}$$

ដោយ $-\frac{3}{\sqrt{134}}=-0,2591\,;\frac{2}{\sqrt{134}}=0,1727;\frac{11}{\sqrt{134}}=0,9502$

ព្រោះ $\left|\frac{\vec{u}\times\vec{v}}{\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|}\right|=1$

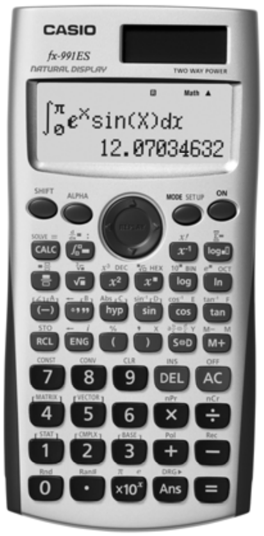
[SHIFT] [hyp] [(] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [÷]

[SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [)] [=] 1

លំហាត់គំរូទី ៤ បង្ហាញថាចតុកោណដែលមានកំពូល $A(5\,,2\,,0)\,;B(2\,,6\,,1)$ $;C(2\,,4\,,7)$ និង $D(5\,,\,0\,,6)$ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាវា ។

ចម្លើយ

ដោយ $\overrightarrow{AB}=-3\vec{i}+4\vec{j}+\vec{k}$ និង $\overrightarrow{DC}=-3\vec{i}+4\vec{j}+\vec{k}$ នោះ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$



គេបាន $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

គណនាផ្ទៃក្រឡា

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\overrightarrow{AB}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [−] [3] [=] [4] [=] [1] [=] [AC]

$\overrightarrow{AD}=-2\vec{j}+6\vec{k}$

កំណត់ $VectorB=\overrightarrow{AD}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

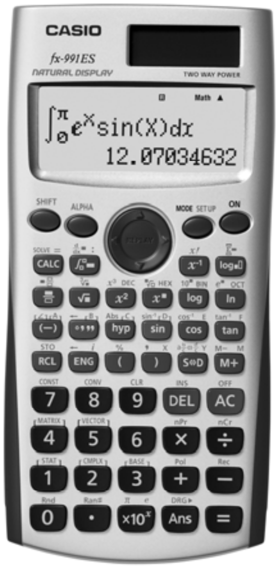
រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [0] [=] [−] [2] [=] [6] [=] [AC]

នោះ $S_{ABCD}=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}\right|$

[SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [=] $\sqrt{1036}=32.19$

លំហាត់គំរូទី ៥ គេឱ្យបីចំណុច $A(1\,,1\,,1);B(2\,,0\,,3)$ និង $C(-1\,,\,2\,,0)$ នៅក្នុងលំហ។ រកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។

ចម្លើយ



រកក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC

មាន $\overrightarrow{AB}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ និង $\overrightarrow{AC}=-2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\overrightarrow{AB}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [1] [=] [−] [1] [=] [2] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\overrightarrow{AC}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

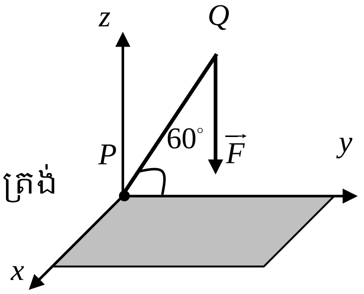
រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [−] [2] [=] [1] [=] [−] [1] [=] [AC]

នោះ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|$

[(] [1] [÷] [2] [)] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [=]

$$S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{11}}{2}=1.6583$$

អនុវត្តន៍ផលគុណនៃពីរវ៉ិចទ័រក្នុងរូបវិទ្យា

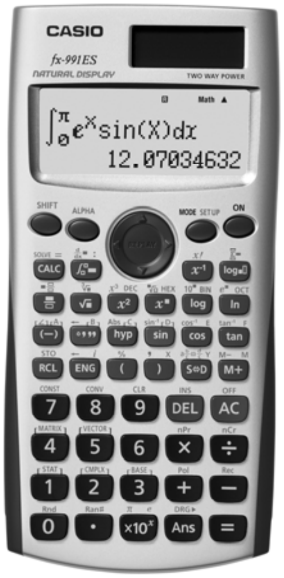


> បើ Q ជាចំណុចចាប់នៃកម្លាំង $\vec{F}$ នោះម៉ូម៉ង់នៃ កម្លាំង $\vec{F}$ ចំពោះចំណុច P គឺ $\left|\vec{M}\right|=\left|\overrightarrow{PQ}\times\vec{F}\right|$

លំហាត់គំរូទី ៦: កម្លាំងបញ្ឈរ $50N$ (ញូតុន) បានអនុវត្តត្រង់ចុងនៃដងថ្លឹងមួយដែលជើងនៃដងថ្លឹងនេះភ្ជាប់ត្រង់ចំណុច P ដូចបង្ហាញក្នុងរូប ។

រកម៉ូម៉ង់នៃកម្លាំងនេះចំពោះចំណុច P កាលណាមុំ $\theta=60^\circ$

ចម្លើយ



យើងតាង កម្លាំង $50N$ ដោយ $\vec{F}=-50\vec{k}$

ដងថ្លឹងដោយ $PQ=\cos\left(60^\circ\right)\vec{j}+\sin\left(60^\circ\right)\vec{k}=\frac{1}{2}\vec{j}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{k}$

ដោយ $\left|\vec{M}\right|=\left|\overrightarrow{PQ}\times\vec{F}\right|$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ គេបាន

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\overrightarrow{PQ}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [0] [=] [1] [÷] [2] [=] [√] [3] [▶] [÷] [2] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\vec{F}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [0] [=] [0] [=] [−] [5] [0] [=] [AC]

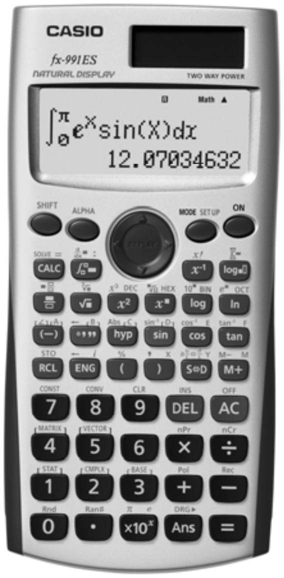
រកម៉ូម៉ង់នៃកម្លាំងនេះចំពោះចំណុច P

[SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)] [=] $\left|\vec{M}\right|=25$

លំហាត់គំរូទី៧: រកមាឌរបស់ប្រលេពីប៉ែតដែលមាន $\vec{u}=3\vec{i}-5\vec{j}+\vec{k}$; $\vec{v}=2\vec{j}-2\vec{k}$ និង $\vec{w}=3\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ ជាជ្រុងជាប់ ។

ចម្លើយ

តាមទ្រឹស្តីបទ យើងបានមាឌ V របស់ ប្រលេពីប៉ែតគឺ $V=\left|\vec{u}\cdot\left(\vec{v}\times\vec{w}\right)\right|$



តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ គេបាន:

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\vec{u}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [3] [=] [−] [5] [=] [1] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\vec{v}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [0] [=] [2] [=] [−] [2] [=] [AC]

កំណត់ $VectorC=\vec{w}$ [SHIFT] [5] [1] [3] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [3] [=] [1] [=] [1] [=] [AC]

គេបាន [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [7] [(]
[SHIFT] [5] [4] [×] [SHIFT] [5] [5] [)] [)] [=] $V=36$

សម្គាល់

> បើ $\left|\vec{u}\cdot\left(\vec{v}\times\vec{w}\right)\right|=0$ នោះគេថា $\vec{u}$; $\vec{v}$ និង $\vec{w}$ ជាវ៉ិចទ័រស្ថិតក្នុងប្លង់តែមួយ ។

ប្រតិបត្តិ: រកមាឌរបស់ប្រលេពីប៉ែតដែលមានជ្រុងជាប់ $\vec{u}$; $\vec{v}$ និង $\vec{w}$ ដូចខាងក្រោម :

ក . $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$; $\vec{v}=\vec{j}+\vec{k}$ និង $\vec{w}=\vec{i}+\vec{k}$ ។

ខ . $\vec{u}=(1\,,3\,,1)$; $\vec{v}=(0\,,5\,,5)$ និង $\vec{w}=(4\,,0\,,4)$ ។

លំហាត់

១ . គណនាផលគុណនៃពីរវ៉ិចទ័រឯកតាខាងក្រោម :

ក . $\vec{i}\times\vec{j}$ ខ . $\vec{i}\times\vec{k}$ គ . $\vec{j}\times\vec{k}$ ឃ. $\vec{j}\times\vec{i}$ ង . $\vec{k}\times\vec{j}$

២ . រក $\vec{u}\times\vec{v}$ ហើយបង្ហាញថា $\vec{u}\times\vec{v}$ អរត្តូកូណាល់ទៅនឹង $\vec{u}$ ផងនិង $\vec{v}$ ផងក្នុងករណី :

ក . $\vec{u}=(2\,;-3\,;1)$; $\vec{v}=(1\,;-2\,,1)$ ខ . $\vec{u}=(-1\,;1\,;2)$; $\vec{v}=(0\,;1\,,0)$

គ . $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$; $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ ឃ . $\vec{u}=\vec{j}+6\vec{k}$; $\vec{v}=\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$

ង . $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}-5\vec{k}$; $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{i}-\frac{3}{4}\vec{j}+\frac{1}{10}\vec{k}$ ច . $\vec{u}=\frac{2}{3}\vec{k}$; $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{i}+6\vec{j}$

៣ . រកផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាមដែលមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ជាជ្រុងជាប់ក្នុងករណីខាងក្រោម :

ក . $\vec{u}=(3\,;2\,;-1)$; $\vec{v}=(1\,;2\,,3)$ ខ . $\vec{u}=(2\,;-1\,;0)$; $\vec{v}=(-1\,;2\,,0)$

គ . $\vec{u}=\vec{j}$; $\vec{v}=\vec{j}+\vec{k}$ ឃ . $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$; $\vec{v}=\vec{j}+\vec{k}$

៤ . រកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ដែលមានកំពូលដូចខាងក្រោម :

ក . $(0\,,0\,,0)$,$(1\,,2\,,3)$, $(-3\,,0\,,0)$ ខ . $(2\,,-3\,,4)$,$(0\,,1\,,2)$, $(-1\,,2\,,0)$

គ . $(1\,,3\,,5)$,$(3\,,3\,,0)$, $(-2\,,0\,,5)$ ឃ . $(1\,,2\,,0)$,$(-2\,,1\,,0)$, $(0\,,0\,,0)$

៥ . គណនា $\vec{u}\cdot(\vec{v}\times\vec{w})$ ក្នុងករណីខាងក្រោម :

ក . $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}-5\vec{k}$; $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{i}-\frac{3}{4}\vec{j}+\frac{1}{10}\vec{k}$; $\vec{w}=\frac{3}{5}\vec{i}-\frac{7}{4}\vec{j}+\frac{7}{10}\vec{k}$

ខ . $\vec{u}=-3\sqrt{5}\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}-2\sqrt{5}\vec{k}$; $\vec{v}=\frac{\sqrt{5}}{2}\vec{i}-\frac{\sqrt{8}}{4}\vec{j}+\frac{\sqrt{5}}{10}\vec{k}$; $\vec{w}=\frac{\sqrt{5}}{5}\vec{i}-\frac{\sqrt{2}}{3}\vec{j}-\frac{5\sqrt{5}}{10}\vec{k}$

គ . $\vec{u}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\,,\frac{3\sqrt{2}}{2}\,,-\frac{4\sqrt{2}}{5}\right)$,$\vec{v}=\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\,,-\frac{3\sqrt{2}}{5}\,,0\right)$, $\vec{w}=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\,,0\,,\frac{5\sqrt{8}}{8}\right)$

៦ . រកមាឌប្រលេពីប៉ែតដែលមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$, $\vec{v}$ និង $\vec{w}$ ជាជ្រុងជាប់ក្នុងករណីខាងក្រោម :

ក . $\vec{u}=\sqrt{2}\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}+\sqrt{5}\vec{k}$; $\vec{v}=-3\sqrt{2}\vec{i}-4\sqrt{3}\vec{j}-2\sqrt{5}\vec{k}$; $\vec{w}=-7\sqrt{2}\vec{i}+4\sqrt{3}\vec{j}-6\sqrt{5}\vec{k}$

ខ . $\vec{u}=(\ln 2\,,\ \ln 3\,,\ \ln 5)$;$\vec{v}=(-2\ln 2\,,3\ln 3\,,-\ln 5)$;$\vec{w}=\left(\frac{1}{2}\ln 2\,,\frac{2}{3}\ln 3\,,\frac{3}{2}\ln 5\right)$

៧ . រកមាឌប្រលេពីប៉ែតដែលមានកំពូលដូចខាងក្រោម :

ក . $(0,0,0);(3,0,0);(0,5,1);(3,5,1);(2,0,5);(5,0,5);(2,5,6);(5,5,6)$

ខ . $(0,0,0);(1,1,0);(1,0,2);(0,1,1);(2,1,2);(1,1,3);(1,2,1);(2,2,3)$

មេរៀនទី ២ អនុវត្តន៍នៃផលគុណវិចទ័រ

មេរៀនសង្ខេប

- សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) កាត់តាមចំណុច $P(x_0, y_0, z_0)$ ស្របនឹងវិចទ័រ

$\vec{v}=(a,b,c)$ គឺ $x=x_0+at\ ;\ y=y_0+bt\ ; z=z_0+ct$ ឬ $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}\ ;\ t\in\mathbb{R}$

- សមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ (L) គឺ $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$
- សមីការស្តង់ដានៃប្លង់កាត់តាមចំណុច $P(x_0, y_0, z_0)$ និងមានវិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=(a,b,c)$ គឺ $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$ ។
- សមីការទូទៅនៃប្លង់គឺ $ax+by+cz+d=0$ ដែល $d=-(ax_0+by_0+cz_0)$ ។
- មុំរវាងប្លង់ពីរគឺ $\cos\theta=\dfrac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}$ ដែល $\vec{n_1}$ និង $\vec{n_2}$ ជាវិចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់ ។
- ចម្ងាយរវាងចំណុច $P(x_1, y_1, z_1)$ និង $Q(x_2, y_2, z_2)$ គឺ

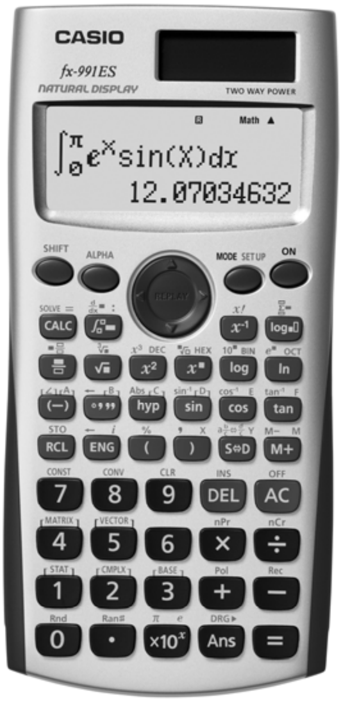
$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$

- សមីការស្តង់ដានៃស្វ៊ែផ្ចិត $C(x_0, y_0, z_0)$ កាំ r គឺ $(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2=r^2$
- សមីការទូទៅនៃស្វ៊ែ $x^2+y^2+z^2-2x_0x-2y_0y-2z_0z+k=0\ ; k=x_0^2+y_0^2+z_0^2-r^2$ ។
- ចម្ងាយពីចំណុច Q ទៅប្លង់ (α) ដែលចំណុច មិននៅក្នុងប្លង់ (α) កំណត់ដោយ

$D=\dfrac{|\overrightarrow{PQ}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}$ ឬ $D=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ ដែល P ជាចំណុចនៅក្នុងប្លង់និង $\vec{n}$ ជាវិចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់។

- ចម្ងាយពីចំណុច Q ទៅបន្ទាត់ (L) កំណត់ដោយ $D=\dfrac{|\overrightarrow{PQ}\times\vec{u}|}{|\vec{u}|}$ ដែល $\vec{u}$ ជាវិចទ័រប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (L) និង P ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ (L) ។

លំហាត់គំរូទី ១ : រកមុំរវាងប្លង់ $(\alpha_1): x-2y+z=0$ និង ប្លង់ $(\alpha_2): 2x+3y-2z=0$ ។



ចម្លើយ

ប្លង់ (α_1) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\overrightarrow{n_1}=(1\ ,-2\ ,\ 1)$

ប្លង់ (α_2) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\overrightarrow{n_2}=(2\ ,\ 3\ ,-2)$

តាមរូបមន្ត $\cos\theta=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}$

$$\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}\right)$$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់លទ្ធផលជាដឺក្រេ [SHIFT] [MODE] [3]

កំណត់ $VectorA=\overrightarrow{n_1}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [1] [=] [−] [2] [=] [1] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\overrightarrow{n_2}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [2] [=] [3] [=] [−] [2] [=] [AC]

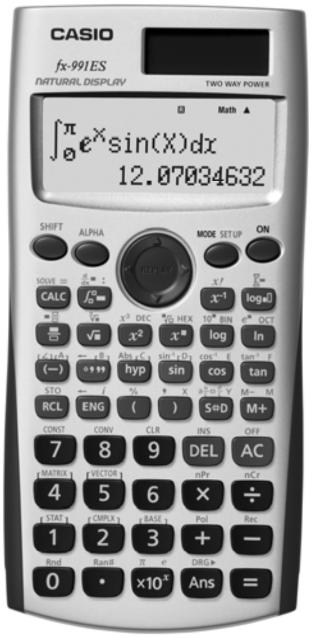
គណនាមុំ θ [SHIFT] [cos] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [7] [SHIFT] [5] [4] [)]
[÷] [(] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [)] [×] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [4]

បន្ត [)] [)] [=]

$\theta=53,5523$ [°’’’] $\theta=53^\circ 33'8,34''$

ប្រតិបត្តិ : កំណត់មុំផ្គុំរវាងប្លង់ $(\alpha_1): 2x-y+3z=4$ និង ប្លង់ $(\alpha_2): 2x+y-4z=0$ ។

លំហាត់គំរូទី ២: រកសមីការប្លង់ដែលកំណត់ដោយចំណុច $A(3,2,4);B(-3,-7,-8)$ និង $C(0\ ,1\ ,3)$ ។



ចម្លើយ

រកសមីការប្លង់(ABC)

គេបាន $\overrightarrow{AB}=(-6\ ,-9\ ,-12)$; $\overrightarrow{AC}=(-3\ ,-1\ ,-1)$

នោះ វ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃ(ABC) គឺ $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\overrightarrow{AB}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [−] [6] [=] [−] [9] [=] [−] [1] [2] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\overrightarrow{AC}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [−] [3] [=] [−] [1] [=] [−] [1] [=] [AC]

គេបាន [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [=] $\vec{n}=(-3\ ,30\ ,-21)$

នោះសមីការប្លង់គឺ $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(y-y_0)=0$

$$-3(x-3)+30(y-2)-21(z-4)=0$$

$$(ABC): -3x+30y-21z+29=0$$

លំហាត់គំរូទី ៣ : រកចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $P(2\,,-1\,,3)$ និង $Q(1\,,\,0\,,-2)$

ចម្លើយ

តាមរូបមន្តចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$

គេបាន $d=\sqrt{(1-2)^2+(0+1)^2+(-2-3)^2}$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [√■] [(] [1] [−] [2] [)] [x²] [+] [(] [0]
[+] [1] [)] [x²] [+] [(] [−] [2] [−] [3]
[)] [x²] [=] $3\sqrt{3}$

ប្រតិបត្តិ : រកចម្ងាយរវាងពីរចំណុចខាងក្រោម :

ក . $A(2\,,-1\,,3)$ និង $B(-4\,,\,7\,,5)$

ខ . $M(1\,,-2\,,3)$ និង $N(2\,,\,1\,,0)$

គ . $R(-2\,,3\,,1)$ និង $S(0\,,\,-4\,,4)$

លំហាត់គំរូទី ៤ រកចម្ងាយពីចំណុច $Q(1\,,5\,,-4)$ ទៅប្លង់ $(\alpha):3x-y+2z=6$ ។

ចម្លើយ

គេមាន ប្លង់ $(\alpha):3x-y+2z=6$ នោះមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=(3\,,-1\,,2)$

យើងឱ្យ $y=0\,,z=0$ នោះ $x=2$

យើងកំណត់ចំណុច $P(2\,,0\,,0)$

នោះ $\overrightarrow{PQ}=(1-2,5-0,-4-0)=(-1\,,5\,,-4)$

តាមរូបមន្ត ចម្ងាយពីចំណុចទៅប្លង់ $D=\dfrac{\left|\overrightarrow{PQ}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{n}\right|}$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\overrightarrow{PQ}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [−] [1] [=] [5] [=] [−] [4] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\vec{n}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

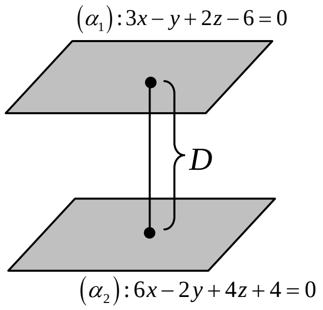
រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [3] [=] [−] [1] [=] [2] [=] [AC]

គេបាន [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [7] [SHIFT] [5] [4] [)]
[÷] [(] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [4] [)] [=]

$$D=\frac{16}{\sqrt{14}}=4.2761$$

លំហាត់គំរូទី ៥ រកចម្ងាយរវាងប្លង់ពីរស្របគ្នា ដែលប្លង់ $(\alpha_1): 3x - y + 2z - 6 = 0$ និង $(\alpha_2): 6x - 2y + 4z + 4 = 0$ ។

ចម្លើយ



ដើម្បីរកចម្ងាយរវាងប្លង់ពីរគេត្រូវ

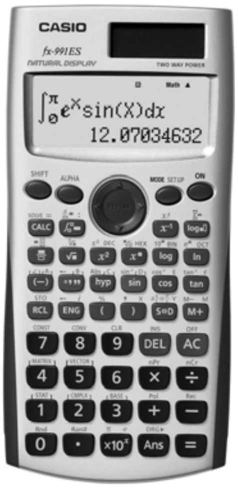
ជ្រើសរើសចំណុច (x_0, y_0, z_0) នៅក្នុងប្លង់ទី១ដោយឱ្យ

$y = 0$, $z = 0$ នោះ $x = 2$

គេបាន $(x_0, y_0, z_0) = (2,0,0)$ បន្ទាប់មកយើងកំណត់

មេគុណ $a = 6$, $b = -2$, $c = 4$, $d = 4$ នៅក្នុងប្លង់ទី២

គេបាន $D = \dfrac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$



តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

បញ្ចូលទិន្នន័យ [▭] [SHIFT] [hyp] [6] [×] [2] [−] [2] [×] [0] [+] [4] [×] [0] [+] [4] [▶] [▼] [√▭] [6] [x²] [+] [(] [−] [2] [)] [x²] [+] [4] [x²] [=] $D = \dfrac{4\sqrt{14}}{7}$

ប្រតិបត្តិ

ក . រកចម្ងាយពីចំណុច $A(0 , 0 ,0)$ ទៅប្លង់ $(\alpha): 2x + 3y + z = 12$ ។

ខ . រកចម្ងាយពីចំណុច $M(1 , 2 ,3)$ ទៅប្លង់ $(\alpha): 2x - y + z = 4$ ។

គ . រកចម្ងាយរវាងប្លង់ពីរស្របគ្នា ដែលប្លង់ $(\alpha_1): 3x - y + 2z - 6 = 0$ និង $(\alpha_2): 6x - 2y + 4z + 4 = 0$ ។

លំហាត់គំរូទី ៦: រកចម្ងាយពីចំណុច $Q(1 , 2 ,3)$ ទៅបន្ទាត់ (L) ដែលមានសមីការ

$x = -2 + 3t$, $y = -2t$, $z = 1 + 4t$ ។

ចម្លើយ

ដោយ បន្ទាត់ (L) មានសមីការ $x = -2 + 3t$, $y = -2t$, $z = 1 + 4t$

នោះ (L) មានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u} = (3 ,-2 , 4)$

យើងរកចំណុចនៅលើបន្ទាត់ (L) ដោយឱ្យ $t = 0$ គេបាន $P(-2 , 0 , 1)$

នាំឱ្យ $\overrightarrow{PQ} = (3 , 2 , 2)$

តាមរូបមន្ត ចម្ងាយពីចំណុចទៅបន្ទាត់(L)

$$D = \frac{|\overrightarrow{PQ} \times \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

តាម ម៉ាស៊ីនគិតលេខ $fx\,991\text{ ES}$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ វ៉ិចទ័រ [MODE] [8] [AC]

កំណត់ $VectorA=\overrightarrow{PQ}$ [SHIFT] [5] [1] [1] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [3] [=] [2] [=] [2] [=] [AC]

កំណត់ $VectorB=\vec{u}$ [SHIFT] [5] [1] [2] [1]

រួចបញ្ចូលទិន្នន័យ [3] [=] [−] [2] [=] [4] [=] [AC]

គេបាន [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [)]
[÷] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [4] [)] [=]

$D=3.3425$

ប្រតិបត្តិ

ក . រកចម្ងាយពីចំណុច $A(10\,,3\,,-2)$ ទៅបន្ទាត់ (L) ដែលមានសមីការ

$$x=-2+4t\ ,\ y=3\ ,\ z=1-t$$ ។

ខ . រកចម្ងាយរវាងបន្ទាត់ $L_1: x=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ និងបន្ទាត់ $L_2:\frac{x-1}{-1}=y-4=z+1$ ។

គ . រកចម្ងាយរវាងបន្ទាត់ : $L_1\ :\ x=3t\ ,\ y=-t+2\ ,\ z=t-1$

$$L_2\ :\ x=4s+1\ ,\ y=s-2\ ,\ z=-3s-3$$

លំហាត់

១ . ក្នុងតំរុយអរតូនមេគេឱ្យបីចំណុច $A(2,1,0)$, $B(0,2,1)$, $C(0,-1,4)$ ។

ក . គណនា $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$

ខ . រកមុំ θ ដែលផ្គុំរវាង $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{AC}$ ។

២ . រកសមីការស្វ៊ែខាងក្រោម :

ក . មានផ្ចិត $(2,0-3)$ និងកាំ 6 ។

ខ . មានផ្ចិត $(4,-3,5)$ ហើយប៉ះទៅនឹងប្លង់ (yz) ។

៣ . ក. រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច$(2,-3,7)$និងមានវ៉ិចទ័រទិសដៅ$(1,1,-4)$។

ខ . រកវ៉ិចទ័រទិសដៅនៃបន្ទាត់ $2x-6=4-y=z-5$ ។

គ . រកមុំផ្គុំរវាងបន្ទាត់នៅសំណួរ ក . និង បន្ទាត់នៅសំណួរ ខ . ។

៤ . យក (L) ជាបន្ទាត់ $\frac{x-1}{2}=\frac{2-y}{3}=z+2$ និង (α) ជាប្លង់មានសមីការ$3x-y-2z=12$ ។

ក . រកកូអរដោនេចំណុច M ប្រសព្វរវាង (L) និងប្លង់ (α) ។

ខ . រកមុំដែលកើតឡើងដោយ (L) និងវ៉ិចទ័រន័រម៉ាល់នៃប្លង់ (α) ។

៥ . ចូររកសមីការនៃប្លង់ខាងក្រោម :

ក . ប្លង់កាត់តាមចំណុច $(5,3,4)$ ស្របទៅនឹងប្លង់ (yz) ។

ខ . ប្លង់កាត់តាមចំណុច $(3,-2,5)$ កែងទៅនឹងវ៉ិចទ័រ$(-4,2,-3)$ ។

គ. ប្លង់កាត់តាមចំណុច $(4,-2,3)$ ស្របទៅនឹងប្លង់ $3x+6y-4z=t$ ។

ឃ. ប្លង់កាត់តាមចំណុច $(3,0,0)$; $(0,4,0)$ និង $(0,0,5)$ ។

៦ . គេឱ្យប្លង់ $3x+z-1=0$ និង $x-y\sqrt{5}+2z=0$ ។ រកវ៉ិចទ័រន័រម៉ាល់នៃប្លង់នីមួយៗ ហើយរករង្វាស់មុំដែលផ្គុំដោយប្លង់ទាំងពីរ ។

៧ . ក្នុងតំរុយអរតូន័រម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេឱ្យបីចំណុច $A(1,1,3)$; $B(1+\sqrt{2},0,2)$ និង $C(1+\sqrt{2},2,2)$ ។

ក . គណនា AB ; AC និងរង្វាស់មុំ $\widehat{CAB}$ ។ បញ្ជាក់ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។

ខ . គណនា $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$ ។ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

គ . សរសេរសមីការប្លង់ (ABC) ដែលកាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រន័រម៉ាល់ $\overrightarrow{N}$ ។

ឃ . គណនាមាឌតេត្រាអែត $OABC$ ។

ជំពូក ៨ ភាពចែកដាច់និងវិធីចែកអឺក្លីត

មេរៀនទី ១ ភាពចែកដាច់ និងវិធីចែកអឺក្លីត

មេរៀនសង្ខេប

-ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប a ជាពហុគុណនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប b លុះត្រាតែមានចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប q មួយដែល $a = bq$ ។ក្នុងករណីនេះ b ហៅថាតួចែកនៃ a ។

-a , b , c និង x ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ដែល $x \neq o$ បើ $x|a$ និង $x|c$ នោះ $x|(a)$

-គ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប a ចែកដាច់ខ្លួនឯងជានិច្ច ។

-បើ a ចែកដាច់ b និង b ចែកដាច់ c នោះគេបាន a ចែកដាច់ c ។

-ធ្វើវិធីចែកបែបអឺក្លីតនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប a និងចំនួនគត់ធម្មជាតិ b គឺកំណត់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប q និងចំនួនគត់ធម្មជាតិ r ដែល $a = bq + r$ ដោយ $0 \leq r < b$ ។

a ហៅថាតំណាងចែក b ហៅថាតួចែក q ហៅថាផលចែកនិង r ហៅថាសំណល់។

បើ a ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប និង b ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ នោះមានចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប q តែមួយគត់និងចំនួនគត់ធម្មជាតិ r តែមួយគត់ដែល $a = bq + r$ ដោយ $0 \leq r < b$ ។

លំហាត់គំរូទី ១:បង្ហាញថា $12^{2009}-1$ និង $10^{2011}+1$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

ចម្លើយ

$$12^{2009}-1=(12-1)\left(12^{2008}+12^{2007}+12^{2006}+12^{2005}+\cdots+1\right)$$
$$=11\left(12^{2008}+12^{2007}+12^{2006}+12^{2005}+\cdots+1\right)$$

ដូនេះ $12^{2009}-1$ ចែកដាច់នឹង 11

$$10^{2011}+1=(10+1)\left(10^{2010}-12^{2009}+12^{2008}-12^{2007}+\cdots-1\right)$$
$$=11\left(10^{2010}-12^{2009}+12^{2008}-12^{2007}+\cdots-1\right)$$

ដូនេះ $10^{2011}+1$ ចែកដាច់នឹង 11

លំហាត់គំរូទី ២:ដោយមិនបាច់គណនាផលបូក និងផលដកបង្ហាញថា

$1\ 097\ 894+17\ 633$ និង $1\ 097\ 894-17\ 633$ ចែកដាច់នឹង 7

ចម្លើយ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ESដោយយកចំនួននីមួយៗចែកនឹង7

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

$1\ 097\ 894\div 7$ [1] [0] [9] [7] [8] [9] [4] [÷] [7] [=] 156 842

$17\ 633\div 7$ [1] [0] [9] [7] [8] [9] [4] [÷] [7] [=] 2 519

គេបាន $1\ 097\ 894+17\ 633=156\ 842\times 7+2\ 519\times 7=7(156\ 842+2\ 519)$

ដូនេះ $1\ 097\ 894+17\ 633$ ចែកដាច់នឹង 7

និង $1\ 097\ 894-17\ 633=156\ 842\times 7-2\ 519\times 7=7(156\ 842-2\ 519)$

ដូនេះ $1\ 097\ 894-17\ 633$ ចែកដាច់នឹង 7

ប្រតិបត្តិ :ក . ដោយមិនបាច់គណនាផលបូក និងផលដកបង្ហាញថា

$777\ 777+4\ 136$ និង $777\ 777-4\ 136$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

ខ . $9^{2008}-1$ និង $7^{2009}+1$ ចែកដាច់នឹង 8

លំហាត់គំរូទី៣: រកផលចែក q និង សំណល់ r ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃ a និង b ខាងក្រោម

ក . $a=194$; $b=7$ ខ . $a=-1\ 317$; $b=21$

ចម្លើយ ក . $a=194$; $b=7$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

$194\div 7$ [1] [9] [4] [÷] [7] [=] [SHIFT] [S⇔D] $27\frac{5}{7}$

គេបាន $194=7\times 27+5$

ដូចនេះ $q=27$; $r=5$

$-1317\div 21$ [−] [1] [3] [1] [7] [÷] [2] [1] [=] [SHIFT] [S⇔D] $-62\frac{5}{7}=-186\frac{15}{21}$

គេបាន $-317=21\times(-15)-2$

ដូចនេះ $q=-15$; $r=-2$ ឬ $r=21-2=19$

ប្រតិបត្តិ : រកផលចែក q និង សំណល់ r ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃ a និង b ខាងក្រោម:

ក . $a=569$; $b=7$ ខ . $a=--671$; $b=6$

គ . $a=-734$; $b=5$ ឃ . $a=849$; $b=13$

លំហាត់គំរូទី៤:កំណត់សំណល់រៀងគ្នាក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃ $3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5$ នឹង 11 ។

រួចទាញរកសំណល់ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃ 3^{37} នឹង 11 ។

ចម្លើយ

គេបាន $3=11\times 0+3$ គេបាន $r=3$

$3^2=11\times 0+9$ គេបាន $r=9$

$3^3=11\times 2+5$ គេបាន $r=5$

[3] [$x^{\blacksquare}$] [4] [▶] [÷] [1] [1] [=] [SHIFT] [S⇔D] $7\frac{4}{11}$

$3^4=11\times 7+4$ គេបាន $r=4$

[3] [$x^{\blacksquare}$] [5] [▶] [÷] [1] [1] [=] [SHIFT] [S⇔D] $22\frac{1}{11}$

$3^5=11\times 22+1$ គេបាន $r=1$

រកសំណល់ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃ 3^{37} នឹង 11

យក 37 ចែកនឹង 5 [3] [7] [÷] [5] [=] [SHIFT] [S⇔D] $7\frac{2}{5}$

នោះ $3^{37}=3^{5\times 7+2}=3^{5\times 7}\times 3^2=\left(3^5\right)^7\times 3^2\equiv 1^7\times 9(\text{mod}11)=9(\text{mod}11)$

ដូចនេះសំណល់ក្នុងវិធីចែកនៃ 3^{37} នឹង 11 គឺ $r=9$

ប្រតិបត្តិ : ក . រកសំណល់ក្នុងវិធីចែកនៃ 23^{140} នឹង 9 ។

ខ . បង្ហាញថា $5\,555^{2\,222}+2\,222^{5\,555}$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

លំហាត់គំរូទី ៥ : រកគ្រប់គូចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,\,y)$ ដែល $7x+y=37$

ចម្លើយ

បើ $x=1\Rightarrow y=37-7=30$

បើ $x=2\Rightarrow y=37-7\times 2=37-14=23$

បើ $x=3\Rightarrow y=37-7\times 3=37-21=16$

បើ $x=4\Rightarrow y=37-7\times 4=37-28=9$

បើ $x=5\Rightarrow y=37-7\times 5=37-35=2$

បើ $x=6\Rightarrow y=37-7\times 6=37-42=-5$

ដូចនេះ គូចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,\,y)$ គឺ $(1,30);(2,23);(3,16);(4,9);(5,2)$

ប្រតិបត្តិ : រកគ្រប់គូចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,\,y)$ ដែល ក . $2x+3y=19$ ខ . $x+5y=23$

លំហាត់

១. រកសំណល់ក្នុងវិធីចែកនឹង 4 នៃ $437^{25}+214^{29}$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $34^{57}-1$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

៣. រកសំណល់ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃចំនួន :

ក . 3286^{374} នឹង 10   ខ . 371^{238} នឹង 5   គ . 76^{714} នឹង 12

៤. រកផលចែក q និង សំណល់ r ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃ a និង b ខាងក្រោម:

ក . $a=194$; $b=7$ ខ . $a=-371$; $b=21$ គ . $a=487$; $b=9$

ឃ . $a=-734$; $b=5$ ង . $a=973$; $b=17$ ច . $a=-849$; $b=13$

៥. រកគ្រប់គូចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបមាន $(x\,,\,y)$ ដែល :

ក . $2x+3y=19$ ខ . $x+5y=23$

មេរៀនទី

២ ចំនួនបឋម

មេរៀនសង្ខេប

-ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ជាចំនួនបឋមកាលណា n មានតួចែកតែពីរគត់គឺ1និង n ខ្លួនឯង។ ករណីផ្សេងពីនេះ គេហៅថា ចំនួនមិនបឋម ។

-គ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ធំជាង1 មានតួចែកជាចំនួនបឋមមួយដែលជាតួចែកតូចបំផុតក្រៅពី 1 ។

-បើ $n \in N$ ហើយ n មិនមែនជាចំនួនបឋម b ដែល b/n និង $b^2 \le n$ ។

- បើ $n \in N$, n ចែកមិនដាច់នឹងចំនួនបឋមដែលមានការេតូចជាងឬស្មើ n នោះ n ជាចំនួនបឋម ។

-ដើម្បីស្គាល់ចំនួន a ជាចំនួនបឋម គេចែក a នឹងចំនួនបឋមតៗគ្នា។បើគ្មានវិធីចែកណាមួយផ្តល់សំណល់ 0 និងផលចែកតូចជាងតួចែកដែលបានយកមកប្រើនោះ a ជាចំនួនបឋម ។

-ស្វ៊ីតនៃចំនួនបឋម ជាស្វ៊ីតអនន្តតួ ។

-គ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិមិនបឋម ហើយធំជាង 1អាចបំបែកជាផលគុណនៃកត្តាបឋមបាន ហើយ បានតែមួយបែបគត់ ។

លំហាត់គំរូទី ១ : ក . បង្ហាញថា 173 ជាចំនួនបឋម

ខ . បង្ហាញថា 997 ជាចំនួនបឋម

ចម្លើយ

ក . បង្ហាញថា 173 ជាចំនួនបឋម

173 ចែកមិនដាច់នឹងចំនួនបឋម 2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13 ទេ ។

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីគណនាផលចែក

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

1 7 3 ÷ 2 = S⇔D $\frac{173}{2}=86.5$

1 7 3 ÷ 3 = S⇔D $\frac{173}{3}=57.6666$

1 7 3 ÷ 5 = S⇔D $\frac{173}{5}=34.6$

1 7 3 ÷ 7 = S⇔D $\frac{173}{7}=24.7142$

1 7 3 ÷ 1 1 = S⇔D $\frac{173}{11}=15.7272$

1 7 3 ÷ 1 3 = S⇔D $\frac{173}{13}=13.3076$

13 ជាចំនួនបឋមធំបំផុត ដែល $13^2=169\leq 173$

ដូចនេះ 173 ជាចំនួនបឋម

ខ . បង្ហាញថា 997 ជាចំនួនបឋម

997 ចែកមិនដាច់នឹងចំនួនបឋម 2 ; 3 , 5 , 7 , 11 , 13 , 17 , 19 , 23 , 29 , 31 ទេ ។

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីគណនាផលចែក

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

9 9 7 ÷ 2 = S⇔D $\frac{997}{2}=498.5$

9 9 7 ÷ 3 = S⇔D $\frac{997}{3}=332.3333$

9 9 7 ÷ 5 = S⇔D $\frac{997}{5}=199.4$

9 9 7 ÷ 7 = S⇔D $\frac{997}{7}=142.42$

9 9 7 ÷ 1 1 = S⇔D $\frac{997}{11}=90.6363$

9 9 7 ÷ 1 3 = S⇔D $\frac{997}{13}=76.6923$

9 9 7 ÷ 1 7 = S⇔D $\frac{997}{17}=58.6470$

9 9 7 ÷ 1 9 = S⇔D $\frac{997}{19}=52.4736$

[9] [9] [7] [÷] [2] [3] [=] [S⇔D] $\frac{997}{23} = 43.3478$

[9] [9] [7] [÷] [2] [9] [=] [S⇔D] $\frac{997}{29} = 34.3793$

[9] [9] [7] [÷] [3] [1] [=] [S⇔D] $\frac{997}{31} = 32.1612$

31 ជាចំនួនបឋមធំបំផុត ដែល $31^2 = 961 \leq 997$

ដូចនេះ 997 ជាចំនួនបឋម

ប្រតិបត្តិ : បង្ហាញថា 1 999 និង 2 011 ជាចំនួនបឋម ។

លំហាត់គំរូទី ២ : បំបែកចំនួន 231 231 , 515 253 និង 567 ជាផលគុណកត្តា។

ចម្លើយ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីគណនាផលចែករវាងចំនួនដែលត្រូវដាក់ជាផលគុណកត្តា នឹងចំនួនបឋម 2 ; 3 , 5 , 7 , 11 , 13 , 17 , 19 , 23 , 29 , 31...

ក . បំបែកចំនួន 231231ជាផលគុណកត្តា

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[2] [3] [1] [2] [3] [1] [÷] [3] [=] 77 077
[7] [7] [0] [7] [7] [÷] [7] [=] 11 011
[1] [1] [0] [1] [1] [÷] [1] [1] [=] 7 007
[7] [0] [0] [7] [÷] [7] [=] 1 001
[1] [0] [0] [1] [÷] [1] [3] [=] 77
[7] [7] [÷] [7] [=] 11

ដូចនេះ $231\,231 = 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 11 \times 7 \times 7$

ខ . បំបែកចំនួន 515253ជាផលគុណកត្តា

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[5] [1] [5] [2] [5] [3] [÷] [3] [=] 171 751
[1] [7] [1] [7] [5] [1] [÷] [1] [7] [=] 10 103

ដូចនេះ $515\,253 = 3 \times 17 \times 10\,103$

គ . បំបែកចំនួន 567 ជាផលគុណកត្តា

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[5] [6] [7] [÷] [3] [=] 189
[1] [8] [9] [÷] [3] [=] 63
[6] [3] [÷] [3] [=] 21
[2] [1] [÷] [3] [=] 7

ដូចនេះ $567 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$

ប្រតិបត្តិ : បំបែកចំនួនខាងក្រោមជាផលគុណកត្តាបឋម :

ក . 925 925 ខ . 717 217 គ . 253 253

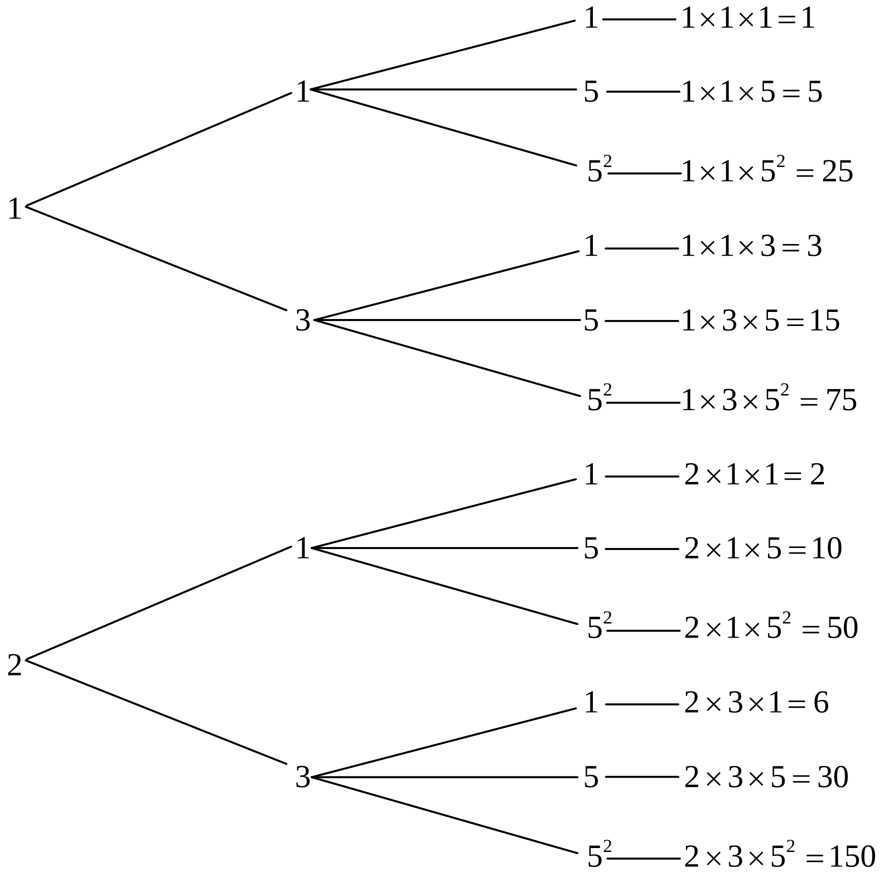
លំហាត់គំរូទី ៣ : រកសំណុំតួចែកនៃ 150 ។

ចម្លើយ

គេបាន $150 = 2\times 3\times 5^2$

គេអាចសរសេរកត្តាទាំងអស់របស់ 150 ជាបីក្រុមគឺ ក្រុមទី ១ មានធាតុ 1 , 2 ក្រុមទី២ មានធាតុ 1 , 3 ក្រុមទី ៣មានធាតុ 1 , 5 , 5^2 ។

គេផ្សំធាតុ ក្រុមទី ១ ជាមួយធាតុនៃក្រុមទី ២ រួចជាមួយគ្រប់ធាតុនៃ ក្រុមទី ៣



ដូចនេះ សំណុំតួចែកនៃ 150 គឺ $\{1,2,3,5,6,10,15,25,30,50,75,150\}$

លំហាត់គំរូទី ៤ : រកចំនួនតួចែកនៃ 472 500 ។

ចម្លើយ

គ . បំបែកចំនួន 472 500 ជាផលគុណកត្តា

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

4 7 2 5 0 0 ÷ 2 = 236 250
2 3 6 2 5 0 ÷ 2 = 118 125
1 1 8 1 2 5 ÷ 5 = 23 625
2 3 6 2 5 ÷ 5 = 4 725
4 7 2 5 ÷ 5 = 945
9 4 5 ÷ 5 = 189
1 8 9 ÷ 3 = 63
6 3 ÷ 3 = 21
2 1 ÷ 3 = 7

គេបាន $472\,500 = 2^2 \times 3^3 \times 5^4 \times 7$

តាមរូបមន្ត បើ $n = a^{\alpha} \times b^{\beta} \times c^{\gamma}$ នោះចំនួនតួចែកនៃ n គឺ $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$

នោះចំនួនតួចែកនៃ 472 500 គឺ $(2+1)(3+1)(4+1)(1+1) = 3 \times 4 \times 5 \times 2 = 120$

ប្រតិបត្តិ : ក . រកសំណុំតួចែកនៃ 4 258 និង 30 030 ។

ខ . រកចំនួនតួចែកនៃ 111 475 និង 694 586 ។

លំហាត់

១. បញ្ជាក់ថាចំនួន 937 និង 1 933 ជាចំនួនបឋម ។

២. តើចំនួន 3 411 ; 2 677 និង 191 ជាចំនួនបឋមឬទេ ?

៣. បំបែកចំនួនខាងក្រោមជាផលគុណកត្តាបឋម :

ក . 126 ខ . 525 គ . 720 ឃ . 5 042

ង . 6 045 ច . 925 925 ឆ . 253 253 ជ . 700 200

៤. បំបែកចំនួនខាងក្រោមជាផលគុណកត្តាបឋម រួចរកចំនួនតួចែកនៃចំនួនទាំងនោះ :

ក . 360 ខ . 1 350 គ . 1 500 ឃ . 2 700

៥. សំរួលប្រភាគខាងក្រោម :

ក . $\frac{474}{534}$ ខ . $\frac{1005}{885}$ គ . $\frac{1020}{1260}$ ឃ . $\frac{51300}{16650}$

មេរៀនទី

៣ តួចែករួមនិងពហុគុណរួម

មេរៀនសង្ខេប

-a និង b ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ។ចំនួនគត់ធម្មជាតិ d ជាតួចែករួមនៃ a និង b កាលណា d ជាតួចែកនៃ a ផង និងជាតួចែកនៃ b ផង ។

-តួចែករួមធំបំផុតនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិ a និង b ជាចំនួនគត់ធំជាងគេបណ្ដាតួចែករួមនៃ a និង b ។និមិត្តសញ្ញា $\delta = PGCD(a,b)$ ឬ $\delta = GCD(a,b)$ ។

-ចំនួនគត់ធម្មជាតិ a និង b ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា កាលណា $GCD(a,b)=1$ ។

-បើ $a, b \in N$ ដែល $a = bq + r \quad , 0 < r < b$ នោះ $GCD(a,b) = GCD(b,r)$ ។

-គ្រប់ $a \in N$, គ្រប់ $n \in N$ និងគ្រប់តួចែករួម d នៃ a និង b គេបាន :

1. $GCD(na,nb) = nGCD(a,b)$ 2. $GCD\left(\dfrac{a}{d},\dfrac{b}{d}\right) = \dfrac{GCD(a,b)}{d}$

-a និង b ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិបឋមរវាងគ្នា លុះត្រាតែមានចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប u និង v ដែល $au + bv = 1$ ។

-c/ab និង $GCD(a,c)=1$ នាំឱ្យ c/b ។

-a/n , b/n និង $GCD(a,b=1)$ នាំឱ្យ ab/n ។

-ពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃពីរចំនួនគត់ a និង b ដែលកំណត់ដោយ $\mu = PPCM(a,b)$ ឬ $\mu = LCM(a,b)$ ។

-គ្រប់ a, b និង n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិនិងគ្រប់តួចែករួម d នៃ a និង b គេបាន :

1. $LCM(na,nb) = nLCM(a,b)$ 2. $LCM\left(\dfrac{a}{d},\dfrac{b}{d}\right) = \dfrac{LCM(a,b)}{d}$

លំហាត់គំរូទី ១ : រកតួចែករួមធំបំផុតនៃ 60 និង 90 ។

ចម្លើយ

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីបំបែក 60 និង 90 ជាផលគុណកត្តាបឋម

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[6] [0] [÷] [2] [=] 30
[3] [0] [÷] [2] [=] 15
[1] [5] [÷] [3] [=] 5

គេបាន $60=2^2\times 3\times 5$

[9] [0] [÷] [2] [=] 45
[4] [5] [÷] [3] [=] 15
[1] [5] [÷] [3] [=] 5

គេបាន $90=2\times 3^2\times 5$

ដូចនេះ $GCD(60;90)=2\times 3\times 5=30$

ប្រតិបត្តិ : រកតួចែករួមធំបំផុតនៃចំនួនខាងក្រោម :

ក . 56 និង 84 ខ . 60 , 84 និង 96 គ . 96 , 144 និង 180

លំហាត់គំរូទី ២ : សម្រួលប្រភាគ $\frac{1581}{306}$ ។

ចម្លើយ

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បី សម្រួលប្រភាគ $\frac{1581}{306}$

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[1] [5] [8] [1] [÷] [3] [0] [6] [=] $\frac{31}{6}$

ដូចនេះ $\frac{1581}{306}=\frac{31}{6}$

ឬយើងអាចចុច [▭/▭] [1] [5] [8] [1] [►] [3] [0] [6] [=] $\frac{31}{6}$

ដូចនេះ $\frac{1581}{306}=\frac{31}{6}$

ប្រតិបត្តិ : សម្រួលប្រភាគខាងក្រោម :

ក . $\frac{912}{12312}$ ខ . $\frac{123456}{36}$ គ . $\frac{123412}{120}$ ឃ . $\frac{98745}{4515}$

លំហាត់គំរូទី ៣ : រក ក . $GCD(75\ ,\ 25)$ ខ . $GCD(213\ ,\ 63)$ ។

ចម្លើយ

រក ក . $GCD(75\ ,\ 25)$

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES ដើម្បីគណនាផលអ៊ីគ្លីត នៃ 75 , 25

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1]

[7] [5] [÷] [2] [5] [=] 3

គេបាន $75 = 3\times 25 + 0$

ដូចនេះ $GCD(75\ ,\ 25) = 25$

ខ . $GCD(213\ ,\ 63)$

ចូលការគណនាទូទៅ MODE 1

2 1 3 ÷ 6 3 = S⇔D $3\frac{8}{21} = 3\frac{24}{63}$

គេបាន $213 = 3\times 63 + 24$

នាំឱ្យ $GCD(213\ ,\ 63) = GCD(63\ ,\ 24)$

6 3 ÷ 2 4 = S⇔D $2\frac{5}{8} = 2\frac{15}{24}$

គេបាន $63 = 2\times 24 + 15$

នាំឱ្យ $GCD(213\ ,\ 63) = GCD(63\ ,\ 24) = GCD(24\ ,15)$

2 4 ÷ 1 5 = S⇔D $1\frac{9}{15}$

គេបាន $24 = 1\times 15 + 9$

នាំឱ្យ $GCD(213\ ,\ 63) = GCD(63\ ,\ 24) = GCD(24\ ,15) = GCD(15,9)$

1 5 ÷ 9 = S⇔D $1\frac{6}{9}$

គេបាន $15 = 1\times 9 + 6$

នាំឱ្យ $GCD(213\ ,\ 63) = GCD(9\ ,\ 6)$

គេបាន $9 = 1\times 6 + 3$ និង $6 = 2\times 3 + 0$ នាំឱ្យ $GCD(213\ ,\ 63) = GCD(6\ ,\ 3) = 3$

ប្រតិបត្តិ : រក ក . $GCD(90\ ,\ 45)$ ខ . $GCD(125\ ,95)$

លំហាត់គំរូទី ៤ : រក $GCD(315\ ,\ 225\ ,\ 525)$

ចម្លើយ

រក $GCD(315\ ,\ 225)$

បំបែក 315 និង 225 ជាផលគុណកត្តាបឋម ដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

3 1 5 ÷ 5 = 63

6 3 ÷ 3 = 21

2 1 ÷ 3 = 7

គេបាន $315 = 5\times 3^2 \times 7$

2 2 5 ÷ 5 = 45

4 5 ÷ 5 = 9

គេបាន $225 = 5^2 \times 3^2$

នោះ $GCD(315\ ,\ 225) = 3^2 \times 5 = 45$

5 2 5 ÷ 5 = 105

1 0 5 ÷ 5 = 21

2 1 ÷ 3 = 7

គេបាន $525 = 5^2 \times 3\times 7$

នាំឱ្យ $GCD(45\ ,\ 525)=3\times5=15$

ដូចនេះ $GCD(315\ ,\ 225\ ,\ 525)=15$

ប្រតិបត្តិ : រក GCD នៃ 210 , 115 និង 620 ។

លំហាត់គំរូទី ៥ :ដោះស្រាយសមីការ $75x+125y=5$ ដែល x និង y ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប។

ចម្លើយ

សមីការ $75x+125y=5$ អាចសរសេរ $15x+25y=1$

តាមវិធីចែកអ៊ឺក្លីត

$$25=15\times1+10$$
$$15=10\times1+5$$
$$10=5\times2$$

នាំឱ្យ $5=15-10\times1=15-(25-15\times1)1=2\times15-25=15\times2+25(-1)$

ឬ $1=3\times2+5(-1)$

ដូចនេះ ចម្លើយពិសេសនៃសមីការ គឺ $x=2\ ;\ y=-1$

ប្រតិបត្តិ : ដោះស្រាយសមីការ $40x+80y=4$ ដែល x និង y ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ។

លំហាត់គំរូទី ៦ : រក $LCM(168\ ,180)$

ចម្លើយ

បំបែក 168 និង 180 ជាផលគុណកត្តាបឋម ដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[1] [6] [8] [÷] [2] [=] 84
[8] [4] [÷] [2] [=] 42
[4] [2] [÷] [2] [=] 21
[2] [1] [÷] [3] [=] 7

គេបាន $315=2^3\times3\times7$

[1] [8] [0] [÷] [2] [=] 90
[9] [0] [÷] [2] [=] 45
[4] [5] [÷] [3] [=] 15
[1] [5] [÷] [3] [=] 5

គេបាន $180=2^2\times3^2\times5$

នោះ $LCM(315\ ,\ 225)=2^3\times3^2\times5\times7$

[2] [$x^\blacksquare$] [3] [▶] [×] [3] [x^2] [×] [5] [×] [7] [=] 2520

ដូចនេះ $LCM(315\ ,\ 225)=2520$

លំហាត់គំរូទី ៧ : គណនា $\frac{1581}{306}-\frac{912}{12312}$

ចម្លើយ

យើងគណនាដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ *fx* 350 ES

[$\frac{\blacksquare}{\square}$] [1] [5] [8] [1] [▶] [3] [0] [6] [▶] [−]

[$\frac{\blacksquare}{\square}$] [9] [1] [2] [▶] [1] [2] [3] [1] [2] [=] $\frac{275}{54}$

ដូចនេះ $\frac{1581}{306}-\frac{912}{12312}=\frac{275}{54}$

ប្រតិបត្តិ : ក . រក LCM នៃ 120 និង 164 ។

ខ . គណនា $\frac{315}{1176}-\frac{132}{2079}$

លំហាត់គំរូទី៨ : រក LCM នៃចំនួន 1176 និង 252 ។

ចម្លើយ

រក $GCD(1176\ ,\ 252)$ តាមអាល់កូរីតអឺគ្លីត

	252	252	252	ផលចែក
1176	252	168	84	
168	84	0		សំណល់

គេបាន $GCD(1176\ ,\ 252)=84$

នោះ $LCM\,(1176\ ,\ 252)=\frac{1176\times 252}{GCD(1176\ ,\ 252)}=\frac{1176\times 252}{84}$

[≡] [1] [1] [7] [6] [×] [2] [5] [2] [▶] [8] [4] [=]

ដូចនេះ $LCM\,(1176\ ,\ 252)=3528$

ប្រតិបត្តិ : ក . រក LCM នៃ 2468 និង 442 តាមរបៀបខាងលើ ។

ខ . រក LCM នៃ 45 , 65 និង 85 ។

លំហាត់

១ . កំណត់សំណុំតួចែកនៃ 375 និង 2 070 រួចទាញរកសំណុំតួចែករួមនៃចំនួនទាំងនោះ ។

២ . កំណត់សំណុំតួចែករួមនៃ 1 625 និង 825 ។

៣ . បំបែកចំនួនខាងក្រោមជាកត្តាបឋម រួចរកសំណុំតួចែករួម :

ក . 35 770 និង 5 455 ខ . 1 331 និង 4 913

៤ . កំណត់ GCD និង LCM នៃចំនួន a និង b ខាងក្រោម :

ក . $a=90\ ,\ b=105$ ខ . $a=3\ 960\ ;\ b=819$ គ . $a=7\ 020\ ;\ b=52\ 272$

៥ . កំណត់ GCD និង LCM នៃចំនួន a និង b ខាងក្រោមដោយប្រើអាល់កូរីតអឺគ្លីត :

ក . $a=2\ 600\ ,\ b=1\ 925$ ខ . $a=3\ 920\ ;\ b=2\ 025$ គ . $a=168\ ;\ b=819$

៦ . កំណត់គូចម្លើយចំនួនគត់ រ៉ឺឡាទីបនៃសមីការខាងក្រោម :

ក . $5x+16y=1$ ខ . $44x-40y=4$ គ . $44x-20y=4$

ជំពូក ៩ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ និង កូអរដោនេប៉ូលែ

មេរៀនទី ១ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ និង កូអរដោនេប៉ូលែ

មេរៀនសង្ខេប

១ .ខ្សែកោងរាប និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ:

និយមន័យ បើ f និង g ជាអនុគមន៍ពីរកំណត់លើចន្លោះ I ។

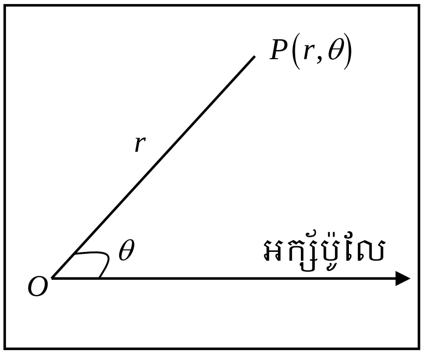
- ខ្សែកោងរាបគឺជាសំណុំ C នៃគូមានលំដាប់ $\left(f(t), g(t)\right)$ ។
- សមីការ $x = f(t)$, $y = g(t)$ ដែល t នៅក្នុងចន្លោះ I ជាសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ នៃខ្សែកោងរាប C ដែលមានប៉ារ៉ាម៉ែត្រ t ។

២ . កូអរដោនេប៉ូលែ និង ក្រាបប៉ូលែ

- កូអរដោនេប៉ូលែ

$P(r\ ,\ \theta)$

ចម្ងាយ OP មុំមានទិសដៅពីអ័ក្សប៉ូលែទៅអង្កត់ OP



- ទំនាក់ទំនងរវាងកូអរដោនេប៉ូលែនិងកូអរដោនេដេកាត

កូអរដោនេប៉ូលែ (r,θ) និង កូអរដោនេដេកាត (x, y) នៃចំណុច P ត្រូវមានទំនាក់ទំនងនឹងគ្នាដូចខាងក្រោម :

ក . $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$

ខ . $r^2 = x^2 + y^2$, $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$, $x \neq 0$

លំហាត់គំរូទី ១ : គូសខ្សែកោងដែលកំណត់ដោយសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ $x=t^2-4$ និង

$y=\frac{t}{2}$, $-2\le t\le 3$ ។

ចម្លើយ

ដើម្បីសង់ក្រាបតាងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រយើងសង់តារាងតម្លៃលេខ ដោយឱ្យ $-2\le t\le 3$

សរសេរអនុគមន៍ $x=t^2-4$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES ដោយកំណត់ $t=x$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ តារាង MODE 3 $(Table)$

ALPHA) x^2 − 4 = − 2 = 3 = 1 =

សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{t}{2}$

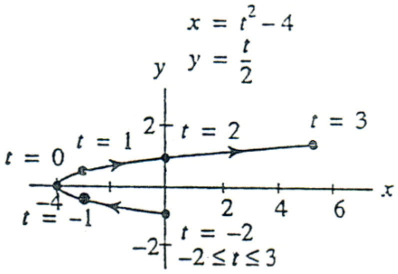
ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ តារាង MODE 3 $(Table)$

$\frac{\square}{\square}$ ALPHA) ▼ 2 = − 2 = 3 = 1 =

គេបានតារាងតម្លៃលេខខាងក្រោម

t	-2	-1	0	1	2	3
x	0	-3	-3	-3	0	5
y	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5

ដោយដៅចំណុចទាំងនោះគេអាចសង់ខ្សែកោង បាន



លំហាត់គំរូទី ២ : គូសខ្សែកោងដែលកំណត់ដោយសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ $x=\frac{1}{\sqrt{t+1}}$

និង $y=\frac{t}{t+1}$, $t>-1$ ។

ចម្លើយ

ដើម្បីសង់ក្រាបតាងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រយើងសង់តារាងតម្លៃលេខ ដោយឱ្យ $t>-1$

សរសេរអនុគមន៍ $x=\frac{1}{\sqrt{t+1}}$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES ដោយកំណត់ $t=x$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ តារាង MODE 3 $(Table)$

$\frac{\square}{\square}$ 1 ▼ $\sqrt{\square}$ ALPHA) + 1 = 0 = 5 = 1 =

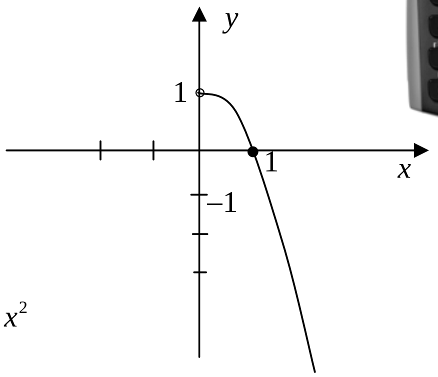
សរសេរអនុគមន៍ $y=\frac{t}{t+1}$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ តារាង [MODE] [3] $(Table)$

[▤] [ALPHA] [)] [▼] [ALPHA] [)] [+] [1] [=] [0] [=] [5] [=] [1] [=]

គេបានតារាងតម្លៃលេខខាងក្រោម

t	0	1	2	3	4	5
x	1	0.70	0.57	0.5	0.44	0.40
y	0	0.5	0.66	0.75	0.8	0.83



យើងបំលែងជាសមីការដេកាត

ដោយ $x=\frac{1}{\sqrt{t+1}}\Rightarrow x^2=\frac{1}{t+1}$

$$t=\frac{1-x^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow y=\frac{t}{t+1}=\frac{\frac{1-x^2}{x^2}}{\frac{1-x^2}{x^2}+1}=1-x^2$$

$$y=1-x^2$$

តាមសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ គេឃើញថា

ខ្សែកោងកំណត់ចំពោះ $t>-1$ នោះ

សមីការដេកាត $y=1-x^2$ កំណត់ចំពោះ $x>0$

សរសេរអនុគមន៍ $y=1-x^2$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ដើម្បីសង់តារាងតម្លៃលេខ ដោយឱ្យ $x>0$

ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ តារាង [MODE] [3] $(Table)$

[1] [−] [ALPHA] [)] [x^2] [=] [0] [=] [5] [=] [1]

x	0	1	2	3	4	5
y	1	0	-3	-8	-15	-24

ប្រតិបត្តិ: គូសខ្សែកោងដែលកំណត់ដោយសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនិងសរសេរសមីការដេកាត ដែលត្រូវគ្នា

ក . $x=3t-1$ និង $y=2t+1$, $t\in\mathbb{R}$

ខ . $x=4+2\cos\theta$ និង $y=-1+4\sin\theta$, $\theta\in\mathbb{R}$ ។

លំហាត់គំរូទី ៣ : រកកូអរដោនេប៉ូលែផ្សេងទៀតនៃចំណុច $\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$ ។

ចម្លើយ

កូអរដោនេប៉ូលែផ្សេងទៀតនៃចំណុច $\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$ កំណត់ដោយ :

$\left(2\,,\frac{\pi}{6}+n\pi\right)$ ដែល $n\in\mathbb{Z}$ នោះកូអរដោនេនៃចំណុច
មានច្រើនរាប់មិនអស់

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES កំណត់យក $n=x$
ដើម្បីសង់តារាងតម្លៃលេខ ដោយឱ្យ $x\in[-5,5]$
ចូលការគណនាលើអនុគមន៍ តារាង [MODE] [3] $(Table)$
[□/□] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [6] [▶] [+] [ALPHA] [)] [SHIFT] [×10ˣ]
[=] [−] [5] [=] [5] [=] [1] [=] គេបាន

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$\frac{\pi}{6}+n\pi$	-15.18	-12.04	-8.9	-5.7	-2.6	0.5	3.6	6.8	9.9	13.08	16.23

ប្រតិបត្តិ : រកកូអរដោនេប៉ូលែផ្សេងទៀតនៃចំណុច $\left(3\,,\frac{\pi}{2}\right)$ ។

លំហាត់គំរូទី ៤ : បំលែងកូអរដោនេប៉ូលែទៅកូអរដោនេដេកាត :

ក . ចំណុច $(r\,,\theta)=(2\,,\pi)$ ខ . ចំណុច $(r\,,\theta)=\left(\sqrt{3}\,,\frac{\pi}{6}\right)$

ចម្លើយ

ក . ចំណុច $(r\,,\theta)=(2\,,\pi)$
យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES
ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1] $(COMP)$
កំណត់ចេញលទ្ធផលជារ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] [4]
[SHIFT] [−] [2] [SHIFT] [)] [SHIFT] [×10ˣ] [)] [=]
គេបាន $x=-2\,,\ y=0$

ខ . ចំណុច $(r\,,\theta)=\left(\sqrt{3}\,,\frac{\pi}{6}\right)$
យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES
ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1] $(COMP)$
កំណត់ចេញលទ្ធផលជារ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] [4]
[SHIFT] [−] [√□] [3] [▶] [SHIFT] [)] [□/□] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [6] [▶] [)] [=]
គេបាន $x=1.5\,,\ y=08660$

លំហាត់គំរូទី ៥ : រកកូអរដោនេប៉ូលែនៃចំណុច $(-1\,,\,1)$ ដែលជាកូអរដោនេដេកាត ។

ចម្លើយ

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1] $(COMP)$

កំណត់ចេញលទ្ធផលជាដឺក្រេ [SHIFT] [MODE] [3]

[SHIFT] [+] [−] [1] [SHIFT] [)] [1] [)] [=]

គេបាន $r=\sqrt{2}=1.4142\ ,\ \theta=135^\circ$

លំហាត់គំរូទី ៦ : គូសក្រាបនៃសមីការប៉ូលែ $r=2+4\cos\theta$

ចម្លើយ

កូអរដោនេនៃចំណុចខ្លះៗត្រូវនឹង $0\le\theta\le\pi$

ចំពោះ θ ស្មើ $0\,,\frac{\pi}{6}\,,\frac{\pi}{4}\,,\frac{\pi}{3}\,,\frac{\pi}{2}\,,\frac{2\pi}{3}\,,\frac{3\pi}{4}\,,\frac{5\pi}{6}\,,\pi$

យើងប្រើ ម៉ាស៊ីនគិតលេខ fx 350 ES

ចូលការគណនាទូទៅ [MODE] [1] $(COMP)$

កំណត់ចេញលទ្ធផលជារ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] [4]

[2] [+] [4] [cos] [0] [=] 6

[2] [+] [4] [cos] [▭/▭] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [6] [▶] [)] [=] $2+2\sqrt{3}$ [S⇔D] 5.4

[2] [+] [4] [cos] [▭/▭] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [4] [▶] [)] [=] $2+2\sqrt{2}$ [S⇔D] 4.8

[2] [+] [4] [cos] [▭/▭] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [3] [▶] [)] [=] 4

[2] [+] [4] [cos] [▭/▭] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [2] [▶] [)] [=] 2

[2] [+] [4] [cos] [▭/▭] [2] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [3] [▶] [)] [=] 0

[2] [+] [4] [cos] [▭/▭] [3] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [4] [▶] [)] [=] $2-2\sqrt{2}$ [S⇔D] -0.8

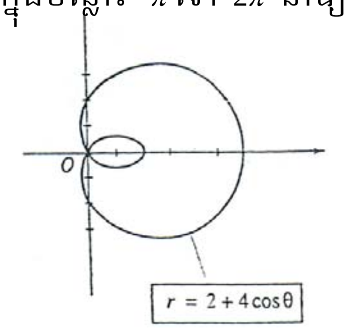
[2] [+] [4] [cos] [▭/▭] [5] [SHIFT] [×10ˣ] [▶] [6] [▶] [)] [=] $2-2\sqrt{3}$ [S⇔D] -1.4

[2] [+] [4] [cos] [SHIFT] [×10ˣ] [)] [=] -2

ដូចតារាងខាងក្រោម

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	6	$2+2\sqrt{3}$	$2+2\sqrt{2}$	4	2	0	$2-2\sqrt{2}$	$2-2\sqrt{3}$	-2
r តម្លៃប្រហែល	6	5.4	4.8	4	2	0	-0.8	-1.4	-2

ដោយយក θ នៅក្នុងចន្លោះ π ទៅ 2π នាំឱ្យគេបាន ពាក់កណ្ដាលផ្នែកខាងក្រោម ។



ប្រតិបត្តិ : គូសក្រាបនៃសមីការប៉ូលែ $r=2\cos3\theta$ ។

លំហាត់

១ . គេឱ្យសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ $x=\sqrt{t}$ និង $y=1-t$

ក . ចូរបំពេញតារាង

t	0	1	2	3	4
x					
y					

ខ . ដៅចំណុច ដែលបង្កើតនៅក្នុងតារាង ហើយគូសក្រាបនៃសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

គ . រកសមីការដេកាតដោយបំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

២ . ដៅចំណុចខាងក្រោម រួចរកកូអរដោនេប៉ូលែផ្សេងទៀតនៃចំណុចនីមួយៗ :

ក . $\left(3\,,\,\dfrac{\pi}{4}\right)$ ខ . $(2\ ,\ 0)$ គ . $\left(2\,,-\dfrac{\pi}{2}\right)$

៣ . រកកូអរដោនេដេកាតនៃចំណុចខាងក្រោម :

ក . $\left(\sqrt{2}\,,\,\dfrac{\pi}{4}\right)$ ខ . $\left(0\,,\,\dfrac{\pi}{2}\right)$ គ . $\left(3\,,\,\dfrac{5\pi}{6}\right)$

៤ . បំលែងសមីការដេកាតនីមួយៗខាងក្រោមទៅជាសមីការប៉ូលែ :

ក . $x-y=3$ ខ . $x^2+y^2=4$ គ . $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

៥ . បំលែងសមីការប៉ូលែនីមួយៗខាងក្រោមទៅជាសមីការដេកាត :

ក . $r\cos\theta=5$ ខ . $r-6\sin\theta$ គ . $r\left(\sin\theta+r\cos\theta\right)=1$

ឃ . $r=8\sin\theta-2\cos\theta$ ង . $r=\dfrac{6}{2-3\sin\theta}$ ច . $r=2\cos 2\theta\cdot\dfrac{1}{\cos\theta}$

៦ . គូសក្រាបតាងសមីការប៉ូលែនីមួយៗខាងក្រោម:

ក . $r=-\dfrac{\pi}{6}$ ខ . $r=3\cos\theta$ គ . $r=4-4\sin\theta$

ឃ . $r=2+3\sin\theta$ ង . $r=-6\left(1+\cos\theta\right)$ ង . $r=8\cos 3\theta$

CASIO®

9 789996 353925