ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

សម្រាប់អានបន្ថែម

ការគណនាលំហាត់ពិបាកដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ

១១

សហគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា
គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

សម្រាប់អានបន្ថែម

ការគណនាលំហាត់ពិបាកដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ

ថ្នាក់ទី ១១

Cambodian Mathematical Society

សមាគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា
គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
លេខ : ៣៤១៥ **អយក.**ប្រក

ប្រកាស
ស្តីពី
ការអនុញ្ញាត ឱ្យ បោះពុម្ពផ្សាយ
សៀវភៅ " គណិតវិទ្យា សម្រាប់អានបន្ថែម " ថ្នាក់ទី១១

រដ្ឋមន្ត្រីក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

- បានឃើញរដ្ឋធម្មនុញ្ញនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
- បានឃើញព្រះរាជក្រមលេខ នស/រកម/០៧០៤/០០១ ចុះថ្ងៃទី១៣ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០០៤ ដែលប្រកាសឱ្យប្រើច្បាប់ធម្មនុញ្ញបន្ថែមសំដៅធានានូវដំណើរការជាប្រក្រតីនៃស្ថាប័នជាតិ
- បានឃើញព្រះរាជក្រឹត្យលេខ នស/រកត/០៩០៨/១០៥៥ ចុះថ្ងៃទី២៥ ខែកញ្ញា ឆ្នាំ២០០៨ ស្តីពីការតែងតាំងរាជរដ្ឋាភិបាលនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
- បានឃើញព្រះរាជក្រមលេខ ០២/នស/៩៤ ចុះថ្ងៃទី២០ ខែកក្កដា ឆ្នាំ១៩៩៤ ដែលប្រកាសឱ្យប្រើច្បាប់ ស្តីពីការរៀបចំនិងការប្រព្រឹត្តទៅនៃគណៈរដ្ឋមន្ត្រី
- បានឃើញព្រះរាជក្រមលេខ នស/រកម/០១៩៦/០១ ចុះថ្ងៃទី២៤ ខែមករា ឆ្នាំ១៩៩៦ ដែលប្រកាសឱ្យប្រើច្បាប់ស្តីពីការបង្កើតក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា
- បានឃើញអនុក្រឹត្យលេខ ៨៤អនក្រ.បក ចុះថ្ងៃទី០៩ ខែមិថុនា ឆ្នាំ២០០៩ស្តីពីការរៀបចំ និងការប្រព្រឹត្តទៅរបស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា
- យោងគោលនយោបាយសម្រាប់អភិវឌ្ឍន៍កម្មវិធីសិក្សាចំណេះទូទៅ២០០៥-២០០៩
- យោងសេចក្តីណែនាំលេខ ៣៨៤២ អយក. សណន.ចុះថ្ងៃទី០៨ ខែធ្នូ ឆ្នាំ២០០០ របស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា ស្តីពីប្រព័ន្ធអនុម័តសៀវភៅសិក្សា និងសម្ភារឧបទេស
- យោងសំណើរបស់សហគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជាចុះថ្ងៃទី២៣ ខែមេសា ឆ្នាំ២០១០
- យោងកំណត់ហេតុប្រជុំរបស់លេខាធិការដ្ឋានក្រុមប្រឹក្សាអនុម័តសៀវភៅសិក្សា និងសម្ភារឧបទេសនាថ្ងៃទី១៤ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១០
- តាមសំណើរបស់ប្រធានក្រុមប្រឹក្សាអនុម័តសៀវភៅសិក្សា និងសម្ភារឧបទេស

សម្រេច

ប្រការ១.- អនុញ្ញាតឱ្យបោះពុម្ពផ្សាយសៀវភៅ " គណិតវិទ្យា សម្រាប់អានបន្ថែម " ថ្នាក់ទី១១ ដែលរៀបចំដោយសហគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា ដើម្បីប្រើប្រាស់ជាសៀវភៅអានបន្ថែមនៅតាមសាលាមធ្យមសិក្សា ។

ប្រការ២.- អគ្គនាយកដ្ឋានរដ្ឋបាល និងហិរញ្ញវត្ថុ អគ្គនាយកដ្ឋានអប់រំ នាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍកម្មវិធីសិក្សា នាយកដ្ឋានមធ្យមសិក្សាចំណេះទូទៅ និងសហគនម៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា មានភារកិច្ចអនុវត្តប្រកាសនេះ ។

រាជធានីភ្នំពេញ, ថ្ងៃទី ៣១ ខែ [illegible] ឆ្នាំ២០១០

អ៊ឹម-សិទ្ធី

<u>កន្លែងទទួល</u> :
- អគ្គលេខាធិការដ្ឋានព្រឹទ្ធសភា
- អគ្គលេខាធិការដ្ឋានរដ្ឋសភា
- ទីស្តីការគណៈរដ្ឋមន្ត្រី
  " ដើម្បីជូនជ្រាបជាព័ត៌មាន"
- ដូចប្រការ២
- កាលប្បវត្តិ- ឯកសារនា.អកស.

អាសយដ្ឋានលេខ៨០ មហាវិថីព្រះនរោត្តម ភ្នំពេញ កម្ពុជា ទូរស័ព្ទ: (៨៥៥-២៣) ២១៧ ២៥៣ ទូរសារ: (៨៥៥-២៣) ២១៧ ២៥០ / ៤២៧ ៣៩៦ / ៤២៦ ៩៥១ / ២១២ ៥១២
E-mail: crsmeys@camnet.com.kh / yangyano@camnet.com.kh Web Site: www.moeys.gov.kh

គណៈកម្មការនិពន្ធ

លោក **ង៉ែត យូដារិត** ប្រធានទទួលបន្ទុករួម

លោក **គេង សេងហុង** លោក **ថាប់ ឥលាន** លោក **ហួយ ចាន់វុទ្ធី**

លោក **កង ឡេគេ** លោក **ឈឹន សម្បត្ត** លោក **ឈិន ឈឿន**

លោក **អ៊ុំ សុផារិន** លោក **អ៊ុង ហាច** លោក **អ៊ឹម សុមេធា**

លោក **បេ ហុកលី**

វាយអត្ថបទ

កញ្ញា **លី ចន្ធីតា**

វិចិត្រករ

លោក **សុខ រឿន**

រៀបរៀង

លោក **កុយ កែវឡុង**

លោកស្រី **ទីប៉ូ លីវ៉ែត**

រចនាទំព័រ

លោក **ពី សុគន្ធី**

គណៈកម្មការពិនិត្យ

បណ្ឌិត **ច័ន្ទ រ័ត្ន**

បណ្ឌិត **ហាក់ ធីរោ**

បណ្ឌិត **ឈិត វណ្ណឫទ្ធ**

អនុបណ្ឌិត **ឡុង សុផេង**

បានទទួលការអនុញ្ញាតឱ្យបោះពុម្ពផ្សាយពីក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាតាមប្រកាស លេខ: ៣៩១៥ អយក.ប្រក ចុះថ្ងៃទី ៣១ ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ ២០១០ ដើម្បីប្រើប្រាស់នៅតាមសាលារៀន។

សហគមន៍អ្នកគណិតវិទ្យាកម្ពុជា
គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ
ISBN : 9789996353918
បោះពុម្ពឆ្នាំ ២០១០

ជំពូក ១

ស៊ីត

មេរៀនទី១ ស៊ីតចំនួនពិត

១.សញ្ញាណស៊ីត

ឧទាហរណ៍ ១ ស៊ីតនៃចំនួនពិត 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7, 8 , 9, 10 ជាស៊ីតរាប់អស់ ។

២ ស៊ីតនៃចំនួនពិត $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \ldots$ ជាស៊ីត អនន្តតួ ។

៣ គេមានអនុគមន៍ $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $n \mapsto f(n) = 2n+1 \leq$

យើងសង្កេត

បើ n=1 នោះ f(1) = 2× 1 + 1 = 3 បើ n=2 នោះ f(2) = 2× 2 + 1 = 5

បើ n=3 នោះ f(3) = 2× 3 + 1 = 7 បើ n=4 នោះ f(4) = 2× 4 + 1 = 9

…………………………………..

តាមលំនាំខាងលើ គេបានចំនួនរៀបតាមលំដាប់ 3 , 5 , 7 , 9 , . . .បង្កើតបានជាស៊ីតនៃចំនួនពិត ។

និយមន័យ : ស៊ីតនៃចំនួនពិតគឺ ជាអនុគមន៍លេខដែលកំណត់ពី $\mathbb{N}$ ទៅ $\mathbb{R}$ ។

២.តួទីnនៃស៊ីត

ឧទាហរណ៍ កំណត់តួទី n ចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ នៃស៊ីត

១) $-1, 2, 7, 14, 23, \ldots$ ។

យើងសង្កេត

$a_1 = -1 = 1^2 - 2$

$a_2 = 2 = 2^2 - 2$

$a_3 = 7 = 3^2 - 2$

$a_4 = 14 = 4^2 - 2$

$a_5 = 23 = 5^2 - 2$

………………...

គេបាន $a_n = n^2 - 2$

ដូចនេះ តួទី n នៃ ស៊ីតគឺ $a_n = n^2 - 2$ ។

២) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \ldots$

យើងសង្កេត បើ $a_1 = \frac{2}{3} = \frac{1+1}{1+2}$

$$a_2 = \frac{3}{4} = \frac{2+1}{2+2}$$

$$a_3 = \frac{4}{5} = \frac{3+1}{3+2}$$

$$a_4 = \frac{5}{6} = \frac{4+1}{4+2}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

បើគេបន្តធ្វើនោះនិង បាន $a_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

ដូចនេះតួទី n នៃស្វ៊ីត គឺ $a_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ ។

៣.អថេរភាពនៃស្វ៊ីត

១) ស្វ៊ីតកើន និង ស្វ៊ីតចុះ

- ស្វ៊ីត (a_n) ជាស្វ៊ីតកើន លុះត្រាតែគ្រប់ចំនួនគត់ $n \in \mathbb{N}, a_{n+1} \succ a_n$ ឬ $a_{n+1} - a_n \succ 0$ ។
- ស្វ៊ីត (a_n) ជាស្វ៊ីត ចុះ លុះត្រាតែគ្រប់ចំនួនគត់ $n \in \mathbb{N}, a_{n+1} \prec a_n$ ឬ $a_{n+1} - a_n \prec 0$ ។

ឧទាហរណ៍ ១) បង្ហាញថា ស្វ៊ីត (a_n) $n \geq 5$ ដែល $a_n = \dfrac{3n}{2}$ ជាស្វ៊ីតកើន ។

យើងមាន $a_n = \dfrac{3n}{2} \Rightarrow a_{n+1} = \dfrac{3(n+1)}{2}$

យើងបាន $a_{n+1} - a_n = \dfrac{3(n+1)}{2} - \dfrac{3n}{2}$

$$= \frac{3n+3-3n}{2} = \frac{3}{2} \succ 0$$

$\Rightarrow a_{n+1} \succ a_n$

ដូចនេះ ស្វ៊ីត (a_n) ដែល $a_n = \dfrac{3n}{2}$ ជាស្វ៊ីតកើន ។

ឧទាហរណ៍ ២) បង្ហាញថា ស្វ៊ីត (b_n), $n \geq 3$ ដែល $b_n = \dfrac{2}{n}$ ជាស្វ៊ីតចុះ ។

គេមាន $b_n = \dfrac{2}{n} \Rightarrow b_{n+1} = \dfrac{2}{n+1}$

$$b_{n+1} - b_n = \frac{2}{n+1} - \frac{2}{n}$$

គេបាន $= \dfrac{2n-2n-2}{n(n+1)}$

$$= -\frac{2}{n(n+1)} < 0$$

$\Rightarrow b_{n+1} < b_n$

ដូចនេះ ស្វ៊ីត (b_n) ដែល $b_n = \dfrac{2}{n}$ ជាស្វ៊ីតចុះ ។

២) ស៊ីតម៉ូណូតូន

និយមន័យ : ស៊ីត (a_n) ជាស៊ីតម៉ូណូតូន លុះត្រាតែ ជាស៊ីតកើន ឬ ស៊ីតចុះដាច់ខាត ដែល

$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \ldots < a_n < a_{n+1} < \ldots$ រឺ $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > \ldots > a_n > a_{n+1} > \ldots$ ។

៤.ស៊ីតទាល់

១) ស៊ីតទាល់លើ

និយមន័យ:ស៊ីត (a_n) ជាស៊ីតទាល់លើ លុះត្រាតែ មានចំនួនពិត M មួយ ចំពោះ $\forall n \in N$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $a_n \le M$ ។ M ជាចំនួនគោលលើនៃស៊ីត ។

ឧទាហរណ៍ រកគោលលើនៃស៊ីត (a_n) $n \in \mathbb{N}$ ដែល $a_n = \dfrac{2}{n}$ ។

បើ $n=1$ នោះ $a_1 = \dfrac{2}{1} = 2$ បើ $n=2$ នោះ $a_2 = \dfrac{2}{2} = 1$

បើ $n=3$ នោះ $a_1 = \dfrac{2}{3}$ បើ $n=4$ នោះ $a_4 = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

....

គេបាន ស៊ីតទាល់លើ $2, 1, \dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{2}, \ldots$ ហើយ 2 ជាចំនួនទាល់លើនៃស៊ីត ។

ដូចនេះ ចំនួនគោលលើនៃស៊ីត គឺ 2 ។

២) ស៊ីតទាល់ក្រោម

និយមន័យ: ស៊ីត (a_n) ជាស៊ីតទាល់ក្រោម លុះត្រាតែ មានចំនួនពិត □ មួយ ចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ ផ្ទៀង ផ្ទាត់ $a_n \le N$ ។ N ជាចំនួនចំនួនគោលក្រោមនៃស៊ីត ។

ឧទាហរណ៍ រកគោលក្រោមនៃស៊ីត (a_n) $n \in \mathbb{N}$ ដែល $a_n = 2n + 1$ ។

បើ $n=1$ នោះ $a_1 = 2\times 1 + 1 = 3$ បើ $n=2$ នោះ $a_2 = 2\times 2 + 1 = 5$

បើ $n=3$ នោះ $a_3 = 2\times 3 + 1 = 7$ បើ $n=4$ នោះ $a_4 = 2\times 4 + 1 = 9$

....

គេរៀបចំនួនខាងលើ 3 , 5 , 7 , 9, …បង្កើតបានជាស៊ីតទាល់ក្រោម ហើយ 3 ជាចំនួនទាល់ក្រោមនៃស៊ីត ។

ដូចនេះចំនួនទាល់ក្រោមនៃស៊ីតគឺ 3 ។

៣)ស៊ីតទាល់

និយមន័យ :ស៊ីត (a_n) ជាស៊ីតទាល់លុះត្រាតែស៊ីត (a_n) ជាស៊ីតទាល់លើផង ទាល់ក្រោមផង ។

ឧទាហរណ៍ រកគោលលើ និង គោលក្រោមនៃស៊ីត (a_n), $n \in \mathbb{N}$ ដែល $a_n = \dfrac{n}{2n+1}$ ។

គេបាន $a_1 = \dfrac{1}{3},\ a_2 = \dfrac{2}{5},\ a_3 = \dfrac{3}{7},\ a_4 = \dfrac{4}{9}, \ldots\ldots,\ a_n = \dfrac{n}{2n+1}, \ldots\ldots$

តាមលំដាប់តួនៃស៊ីត គេសង្កេតឃើញ $\dfrac{1}{3}$ ជាគោលក្រោមនៃស៊ីត និង $\dfrac{1}{2}$ ជាគោលលើនៃស៊ីត ព្រោះបើ $n \to \infty$ នោះ $\dfrac{n}{2n+1} \to \dfrac{1}{2}$ ។

ដូចនេះ $\dfrac{1}{2}$ ជាគោលលើនៃស៊ីត និង $\dfrac{1}{3}$ ជាគោលក្រោមនៃស៊ីត ។

មេរៀនទី២ ស្វ៊ីតនព្វន្ត

១.និយមន័យនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត

ស្វ៊ីតនព្វន្តជាស្វ៊ីតនៃចំនួនពិតដែលមានតួនីមួយៗ(ក្រៅពីតួទីមួយ) ស្មើនឹងតួមុនបន្ទាប់បូកចំនួនថេរ d មួយ ហៅថាផលសងរួម ។

ឧទាហរណ៍:គេមានស្វ៊ីត $2,5,8,11....$ ជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានតួទី1: $u_1=2,\ d=3$

$u_1=2$

$u_2=5=u_1+3\Rightarrow 3=u_2-u_1$

យើងបាន: $u_3=8=u_2+3\Rightarrow 3=u_3-u_2$

$u_4=8=u_3+3\Rightarrow 3=u_4-u_3$

....

ជាទូទៅ

ផលសងរួមនៃស្វ៊ីតនព្វន្តតាងដោយ d កំណត់ដោយ $d=u_2-u_1=u_3-u_2=u_4-u_3=...=u_n-u_{n-1}$ ។

២.តួទី n នៃស្វ៊ីតនព្វន្ត

ឧទាហរណ៍: គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត $2,\ 5,\ 8,\ 11,...$ ដែលមានតួទី1: $u_1=2, d=3$ ។

យើងបាន

$u_1=2$

$u_2=5=2+3=u_1+d$

$u_3=8=5+3=u_2+d=u_1+d+d=u_1+2d$

$u_4=11=8+3=u_3+d=u_1+2d+d=u_1+3d$

....

$u_n=u_1+(n-1)d$

ជាទូទៅ

- បើ (u_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានតួទី១: u_1 និងមានផលសងរួម d ។ តួទី n នៃស្វ៊ីតនព្វន្តកំណត់ដោយ:

$u_n=u_1+(n-1)d$

$\Rightarrow u_1=u_n-(n-1)d$

$\Rightarrow d=\dfrac{u_n-u_1}{n-1}$

$\Rightarrow n=\dfrac{u_n-u_1}{d}+1$

- បើ (u_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានតួទី១: u_0 និងមានផលសងរួម (d) ។ តួទី n នៃស្វ៊ីតនព្វន្តកំណត់ដោយ

$$u_n=u_0+nd$$
$$\Rightarrow u_0=u_n-nd$$
$$\Rightarrow d=\frac{u_n-u_0}{n}$$
$$\Rightarrow n=\frac{u_n-u_0}{d}$$

♦ បើ (u_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានតួទី p : u_p $(n>p,\ n\in\mathbb{N},\ p\in\mathbb{N})$ និងមានផលសងរួម (d) ។
តួទី n នៃស្វ៊ីតនព្វន្តកំណត់ដោយ:

$$u_n=u_p+(n-p)d$$
$$\Rightarrow u_p=u_n-(n-p)d$$
$$\Rightarrow d=\frac{u_n-u_p}{n-p}$$
$$\Rightarrow n=\frac{u_n-u_p}{d}+p$$

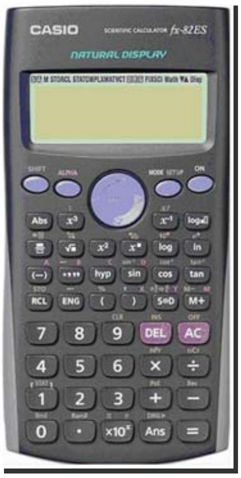
ឧទាហរណ៍ទី១: គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត 2, 8, 14, 20,..... ។

ក. គណនាតួទី 20 , u_{20}

ខ. តើចំនួន 236 ជាតួទីប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

ក.គណនាតួទី 20 :



តាមរូបមន្ត: $u_n=u_1+(n-1)d$, $u_1=2$, $n=20$, $d=2$, u_n ?

យើងបាន: $u_{20}=u_1+(20-1)d=2+(20-1)6$

CASIO: $\boxed{ON}\ \boxed{2}\ \boxed{+}\ \boxed{(}\ \boxed{2}\ \boxed{0}\ \boxed{-}\ \boxed{1}\ \boxed{)}\ \boxed{\times}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$

ដូចនេះ $u_{20}=116$

ខ. តាមរូបមន្ត: $n=\frac{u_n-u_1}{d}+1$, $u_n=236$, $u_1=2$, $d=2$, n ?

យើងបាន: $n=\frac{236-2}{2}+1$

CASIO: $\boxed{ON}\ \boxed{\frac{\square}{\square}}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{6}\ \boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{\blacktriangledown}\ \boxed{2}\ \boxed{\blacktriangleright}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{=}$

ដូចនេះ ចំនួន 236 គឺជាតួទី 118 ឬ $u_{118}=236$

ឧទាហរណ៍ទី២: តំណាងក្រុមហ៊ុនធានារ៉ាប់រងទទួលប្រាក់បៀវត្សក្នុងឆ្នាំទី១ 30 លានរៀលនិងប្រាក់ បៀវត្សក្នុងឆ្នាំទី៧ 60 លានរៀល ។ ឧបមាថាតួលេខនៃប្រាក់ បៀវត្សប្រចាំឆ្នាំរបស់គាត់បង្កើតបានជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ។ កំណត់ប្រាក់បៀវត្សរបស់គាត់ក្នុងឆ្នាំទី១០ ។

ចម្លើយ

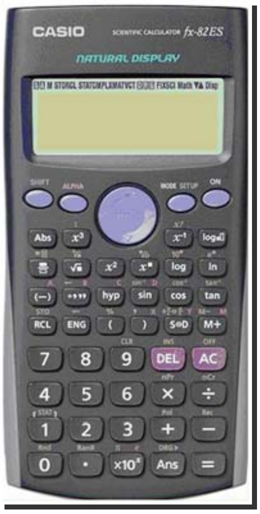
កំណត់ប្រាក់បៀវត្សរបស់គាត់ក្នុងឆ្នាំទី១០:

យើងមាន ស្វ៊ីតនព្វន្ត: $u_1 = 30$ និង $u_7 = 60$, u_{10} ?

តាមរូបមន្ត

$u_{10} = u_1 + (10-1)d$

$u_{10} = 30 + (10-1)d$



រក d

$$d = \frac{u_7 - u_1}{7-1} = \frac{60-30}{7-1}$$

CASIO: [ON] [$\frac{\square}{\square}$] [6] [0] [−] [3] [0] [▼] [7] [−] [1] [=]

យើងបាន: $d = 5$

រក u_{10}

CASIO: [ON] [3] [0] [+] [(] [1] [0] [−] [1] [)] [×] [5] [=]

យើងបាន: $u_{10} = 75$

ដូចនេះ ប្រាក់បៀវត្សក្នុងឆ្នាំទី១០គឺ: $u_{10} = 75$ លានរៀល ។

ឧទាហរណ៍ទី៣: គេឱ្យស្វ៊ីតនព្វន្តដែល $u_0 = 2,\ u_1 = 9$ និង$u_2 = 16$ ។ កំណត់តួទី៥និងu_5 ។

ចម្លើយ

កំណត់តួទី៥និងu_5 $d = u_1 - u_0 = 9 - 2 = 7$

តួទី៥គឺ u_4 $u_4 = u_0 + 4d = 2 + 4\times 7 = 30$ CASIO: [ON] [2] [+] [4] [×] [7] [=]

ដូចនេះ $u_4 = 30$

គណនាu_5 $u_5 = u_0 + 5d = 2 + 5\times 7 = 37$ CASIO: [ON] [2] [+] [5] [×] [7] [=]

ដូចនេះ $u_5 = 37$

ឧទាហរណ៍ទី៤:សៀវភៅមួយក្បាលមាន១០០ទំព័រចុះលេខពីទំព័រទី១ដល់ទី១០០ ។

រកចំនួនទំព័រដែលមានលេខខាងចុងជាលេខ ៥ ។

ចម្លើយ

រកចំនួនទំព័រដែលមានលេខខាងចុងជាលេខ ៥

យើងបានស្វ៊ីតនព្វន្ត: $5, 15, 25, \ldots, 95$

រកចំនួនទំព័រគឺរកn

តាមរូបមន្ត: $n = \frac{u_n - u_1}{d} + 1$ $\Rightarrow n = \frac{95-5}{10} + 1 = 10$

CASIO: [ON] [$\frac{\square}{\square}$] [9] [5] [−] [5] [▼] [1] [0] [▶] [+] [1] [=]

ដូចនេះចំនួនទំព័រដែលមានលេខខាងចុងជាលេខ ៥មានចំនួន១០ទំព័រ ។

៣.ផលបូកតួនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត

គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ ។u_1 និងu_6 ហៅថាតួដើមនិងតួចុង ។u_2 និងu_5 ,u_3 និងu_4 ហៅថាតួស្មើចំងាយពីតួដើម និងតួចុង ។

យើងបាន: ផលបូកតួដើមនិងតួចុងស្មើនឹងផលបូកតួស្មើចំងាយពីតួដើម និងតួចុង ។

$u_1 + u_6 = u_2 + u_5 = u_3 + u_4$

ជាទូទៅ: បើគេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត $u_1, u_2, ..., u_p, ..., u_{n-p+1}, ..., u_{n-1}, u_n$

តួស្មើចំងាយពីតួចុង

តួស្មើចំងាយពីតួចុង

តួចុង

យើងបាន: $u_1 + u_n = u_2 + u_{n-1} = u_3 + u_{n-2} = ... = u_p + u_{n-p+1}$

ជាទូទៅ

ផលបូក nតួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានតួទី១: u_1 និងតួទីn: u_n កំណត់ដោយ $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$

លំហាត់គំរូទី1 : គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត:$51,\ 47,\ 43, ...$ ។

កំណត់តម្លៃn ដែលធ្វើឱ្យផលបូកn តួដំបូងS_n មានតម្លៃអតិបរមានិងកំណត់តម្លៃនៃS_n ។

ចម្លើយ

តាងu_n ជាតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត ។ ផលសងរួមd

យើងបាន: $d = u_2 - u_1 = 47 - 51 = -4$

តាមរូបមន្ត: $u_n = u_1 + (n-1)d$

$$u_n = 51 + (n-1)(-4) \Rightarrow u_n = 51 - 4n + 4 \Rightarrow u_n = 55 - 4n$$

យើងបាន:$u_n > 0$ ចំពោះ$n = 1, 2, 3, ..., 13$ និងចំពោះ$n \geq 14$ នោះ$u_n < 0$

ដូចនេះS_n មានតម្លៃអតិបរមាលុះត្រាតែ$n = 13$, $u_{13} = 55 - 4 \times 13 = 3$

តាមរូបមន្ត:$S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$

យើងបាន

$S_{13} = \dfrac{(u_1 + u_{13})13}{2} \Rightarrow S_{13} = \dfrac{(51+3)13}{2} \Rightarrow S_{13} = 351$

រក u_{13} តាម CASIO   CASIO: ON 5 5 − 4 × 1 3 =

យើងបាន : $u_{13} = 3$

រក S_{13} តាម CASIO CASIO: ON ▤ (5 1 + 3) × 1 3 ▼ 2 =

យើងបាន : $S_{13} = 351$

លំហាត់គំរូទី២ : គេរៀបឥដ្ឋទីធ្លាមុខផ្ទះមួយដែលមានរាងជាចតុកោណព្នាយ ។ ទីធ្លានោះមានឥដ្ឋ18 ជួរ ។ ជួរទី1 មានឥដ្ឋ14 ដុំហើយជួរបន្តបន្ទាប់មានចំនួនឥដ្ឋលើសជួរមុន1 ដុំរហូតដល់ជួរទី18មាន31ដុំ ។តើគេត្រូវចំណាយឥដ្ឋប៉ុន្មានដុំដើម្បីរៀបឱ្យពេញទីធ្លានោះ?

ចម្លើយ

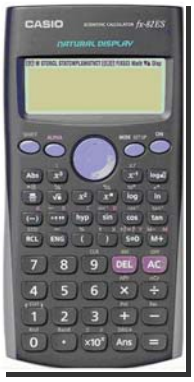
រកចំនួនដុំឥដ្ឋដែលគេរៀបនៅក្នុងទីធ្លាមុខផ្ទះនេះ

ចំនួនដុំឥដ្ឋតាមជួរដែលរៀបទីធ្លាមុខផ្ទះនេះបង្កើតបានជាស្វ៊ីតនព្វន្ត: $14, 15, 16, \ldots, 31$

យើងបាន:$u_1 = 14,\ d = u_2 - u_1 = 15 - 14 = 1$, $u_{18} = 31$

ចំនួនដុំឥដ្ឋសរុបគឺ S_{18}

តាមរូបមន្ត: $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$



នោះ

$$S_{18} = \frac{(u_1 + u_{18})18}{2} \Rightarrow S_{18} = \frac{(14 + 31)18}{2} \Rightarrow S_{18} = 405$$

ដូចនេះការរៀបឥដ្ឋនៅទីធ្លាមុខផ្ទះត្រូវចំណាយឥដ្ឋអស់ចំនួន 405ដុំ ។

រក S_{18} តាម CASIO

CASIO: ON ▤ (1 4 + 3 1) × 1 8 ▼ 2 =

ចម្លើយ $S_{18} = 405$

លំហាត់គំរូទី៣ : គេមានការងាររដូវក្តៅ២សម្រាប់រយៈពេល៣ខែឬ១២សប្តាហ៍ ។

ការងារ A ទទួលបានប្រាក់បៀវត្ស400 000 រៀលក្នុងមួយខែហើយតំឡើង100 000 រៀលរៀងរាល់ខែ ។

ការងារ B ទទួលបានប្រាក់បៀវត្ស100 000 រៀលក្នុងមួយសប្តាហ៍ហើយតំឡើង5 000 រៀលរៀងរាល់សប្តាហ៍ ។

តើគេគួរជ្រើសរើសយកការងារណាមួយប្រសើរជាង ?

ចម្លើយ

ចំពោះការងារ A ប្រាក់បៀវត្សសរុបរយៈពេល៣ខែគឺ

$S_A = 400\,000 + 500\,000 + 600\,000 = 1\,500\,000$ រៀល

ចំពោះការងារ B

ប្រាក់បៀវត្សរៀបបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តគឺ:$100\,000;\ 105\,000;\ 110\,000;\ \ldots;\ u_{12}$

យើងមាន $u_1 = 100\,000$; $d = u_2 - u_1 = 105\,000 - 100\,000 = 5\,000$; $n = 12$; u_{12} ?

រក u_{12}

តាមរូបមន្ត: $u_n = u_1 + (n-1)d$

$u_{12} = u_1 + (12-1)5\ 000 = 100\ 000 + 11 \times 5000 = 155\ 000$ រៀល

រក S_{12}

តាមរូបមន្ត: $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$

$S_{12} = \dfrac{(u_1 + u_{12})12}{2} \Rightarrow S_{12} = \dfrac{(100\ 000 + 155\ 000)12}{2} = 1530\ 000$

$S_{12} = 1530\ 000$ រៀល

ចំពោះការងារ A ប្រាក់បៀវត្សសរុបរយៈពេល៣ខែគឺ:1 500 000 រៀល

ចំពោះការងារ B ប្រាក់បៀវត្សសរុបរយៈពេល១២សប្តាហ៍គឺ:1 530 000 រៀល

ដូចនេះគេត្រូវរើសយកការងារ B ដើម្បីបានប្រាក់បៀវត្សច្រើន ។

ប្រតិបត្តិ:

1. ក.គណនាផលបូក $(-6) + (-1) + 4 + 9 + ... + 64$

នេះជាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមាន: $u_1 = -6,\ d = u_2 - u_1 = (-1) - (-6) = 5$, $u_n = 64,\ n?$

តាមរូបមន្ត: $n = \dfrac{u_n - u_1}{d} + 1 \quad \Rightarrow n = \dfrac{[64 - (-6)]}{5} + 1 = 15$

តាមរូបមន្ត: $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$

យើងបាន $S_{15} = \dfrac{[(-6) + 64]15}{2} = 435$

រក n តាម CASIO: ON ▭ (6 4 − (− 6)) ▼ 5 ► + 1 =

យើងបាន: $n = 15$

រក S_{15} តាម CASIO: ON ▭ (− 6 + 6 4) × 1 5 ▼ 2 =

យើងបាន: $S_{15} = 435$

ខ.គណនាផលបូក25តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត $2, 9, 16, ...$ ។

យើងមាន $u_1 = 2,\ d = u_2 - u_1 = 9 - 2 = 7,\ n = 25,\ u_{25}?$

តាមរូបមន្ត : $u_n = u_1 + (n-1)d \qquad u_{25} = 2 + (25-1)7 = 170$

តាមរូបមន្ត: $S_n = \dfrac{(u_1 + u_n)n}{2}$

យើងបាន

$S_{25} = \dfrac{(u_1 + u_{25})25}{2} \Rightarrow S_{25} = \dfrac{(2 + 170)25}{2} = 2150$

រក u_{25} តាម CASIO: ON (2 + (2 5 − 1) × 7 =

យើងបាន : $u_{25} = 170$

រក S_{25} តាម CASIO: ON $\frac{\square}{\square}$ (2 + 1 7 0) × 2 5 ▼ 2 =

យើងបាន : $S_{25} = 2150$

មេរៀនទី៣ ស្វ៊ីតធរណីមាត្រ

១.និយមន័យនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ

ស្វ៊ីតធរណីមាត្រជាស្វ៊ីតនៃចំនួនពិតដែលមានតួនីមួយៗ(ក្រៅពីតួទីមួយ) ស្មើនឹងតួមុនបន្ទាប់គុណនឹងចំនួនថេរ q មួយហៅថារេសុង ឬផលធៀបរួម ដែល $(q\neq 0)$ ។

ឧទាហរណ៍:គេមានស្វ៊ីត $2, 6, 18, ...$ ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានតួទី1: $u_1=2,\ q=3$

យើងបាន

$u_1=2$ $\qquad u_2=6=2\times 3=u_1\times 3\Rightarrow 3=\dfrac{u_2}{u_1}$

$u_3=18=6\times 3=u_2\times 3\Rightarrow 3=\dfrac{u_3}{u_2}$ $\qquad u_4=54=18\times 3=u_3\times 3\Rightarrow 3=\dfrac{u_4}{u_3}$

....

ជាទូទៅ

រេសុងនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រតាងដោយ q កំណត់ដោយ $q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{u_3}{u_2}=\dfrac{u_4}{u_3}=...=\dfrac{u_n}{u_{n-1}}$ ។

២.តួទី n នៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ

ឧទាហរណ៍:គេមានស្វ៊ីត $2, 6, 18, 54, 162,...$ ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានតួទី1: $u_1=2,\ q=3$ ។

យើងបាន

$u_1=2$ $\qquad u_2=6=2\times 3=u_1\times q$

$u_3=18=6\times 3=u_2\times q=u_1\times q\times q=u_1\times q^2$ $\qquad u_4=54=18\times 3=u_3\times q=u_1\times q^2\times q=u_1\times q^3$

....

$u_n=u_1\times q^{n-1}$

ជាទូទៅ

- បើ (u_n) ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានតួទី១: u_1 និងមានរេសុង q នោះតួទី n នៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រកំណត់ដោយ:

$$u_n=u_1.q^{n-1},\ n\in\mathbb{N},\ n\geq 3 \qquad \Rightarrow u_1=\frac{u_n}{q^{n-1}} \qquad \Rightarrow q=\sqrt[n-1]{\frac{u_n}{u_1}}$$

$$\Rightarrow n=\log_q\frac{u_n}{u_1}+1,\ q>0,\ q\neq 1,\ \frac{u_n}{u_1}>0$$

- បើ (u_n) ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានតួទី១: u_0 និងមានរេសុង q នោះតួទី n នៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រកំណត់ដោយ:

$$u_n=u_0.q^n,\ n\in\mathbb{N},\ n\geq 2 \qquad \Rightarrow u_0=\frac{u_n}{q^n} \qquad \Rightarrow q=\sqrt[n]{\frac{u_n}{u_0}}$$

$$\Rightarrow n=\log_q\frac{u_n}{u_0},\ q>0,\ q\neq 1,\frac{u_n}{u_0}>0$$

- បើ (u_n) ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានតួទី p : u_p $(n>p,\ n\in\mathbb{N},\ p\in\mathbb{N})$ និងមានរេសុង q នោះ តួទី n នៃ

ស្វ៊ីតធរណីមាត្រកំណត់ដោយ

$$u_n = u_p.q^{n-p} \quad \Rightarrow u_p = \frac{u_n}{q^{n-p}} \qquad \Rightarrow q = \sqrt[n-p]{\frac{u_n}{u_1}}$$

$$\Rightarrow n = \log_q \frac{u_n}{u_p} + p,\ q > 0,\ q \neq 1,\ \frac{u_n}{u_p} > 0$$

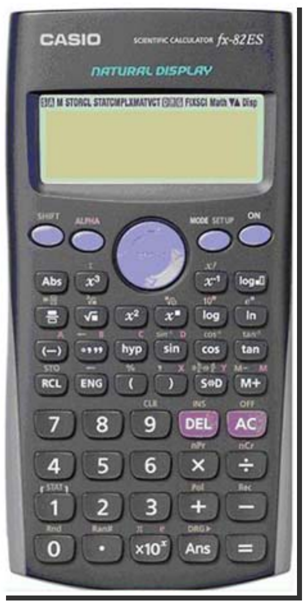
លំហាត់គំរូទី១ : គេមានស្វ៊ីតធរណីមាត្រ6, 12, 24, 48, ... ។

ក.គណនាតួទី14

ខ.តើចំនួន384 ជាតួទីប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

ក.គណនាតួទី14



យើងមាន $u_1 = 6, u_2 = 12,\ q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{6} = 2$

តាមរូបមន្ត:$u_n = u_1 \times q^{n-1}$

យើងបាន :$u_{14} = u_1.q^{14-1} = 6 \times 2^{13} = 49152$

ដូចនេះ $u_{14} = 49152$

រកu_{14} តាម CASIO

CASIO: $\boxed{ON}\ \boxed{6}\ \boxed{\times}\ \boxed{2}\ \boxed{x^{\blacksquare}}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$

ដូចនេះ $u_{14} = 49152$

ខ.តើចំនួន384 ជាតួទីប៉ុន្មាន ?

យើងមាន : $u_1 = 6,\ u_2 = 12,\ q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{6} = 2,\ u_n = 384,\ n?$

តាមរូបមន្ត : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$

$$u_n = 34 \Rightarrow u_1.q^{n-1} = 384 \Rightarrow 6 \times 2^{n-1} = 384$$

$$2^{n-1} = \frac{384}{6} = 64$$

យើងបាន : $2^{n-1} = 2^6$

$$n - 1 = 6$$

$$n = 7$$

ដូចនេះចំនួន384 ជាតួទី7 ។

រកn តាម CASIO

ប្រើរូបមន្ត : $n = \log_q \frac{u_n}{u_1} + 1,\ q > 0,\ q \neq 1,\ \frac{u_n}{u_1} > 0$

យើងមាន : $q = 2,\ u_1 = 6,\ u_n = 384$ នោះ $n = \log_2 \frac{384}{6} + 1 = 7$

CASIO : $\boxed{ON}\ \boxed{\log_{\blacksquare}\square}\ \boxed{2}\ \boxed{\blacktriangleright}\ \boxed{\frac{\square}{\square}}\ \boxed{3}\ \boxed{8}\ \boxed{4}\ \boxed{\blacktriangledown}\ \boxed{6}\ \boxed{\blacktriangleright}\ \boxed{\blacktriangleright}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{=}$

ដូចនេះ $n=7$

លំហាត់គំរូទី២ : ប្រជាជននៅទីក្រុងមួយមានចំនួន 2 លាននាក់ក្នុងឆ្នាំ 2000ហើយមានកំណើន4% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ បង្ហាញថាចំនួនប្រជាជនប្រចាំឆ្នាំបង្កើតបានជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ និងព្យាករទុកនូវចំនួនប្រជាជនក្នុងឆ្នាំ2020 ។

ចម្លើយ

ប្រជាជនក្នុងឆ្នាំ2000គឺ $u_1=2$ លាននាក់

ប្រជាជនក្នុងឆ្នាំ2001គឺ $u_2=2+2\times(0.04)=2\times(1.04)$ លាននាក់

ប្រជាជនក្នុងឆ្នាំ2002គឺ $u_3=2(1.04)+2(1.04)\times(0.04)=2\times(1.04)^2$ លាននាក់

ប្រជាជនក្នុងឆ្នាំ 200៣គឺ $u_4=2(1.04)^2+2(1.04)^2\times(0.04)=2\times(1.04)^3$ លាននាក់

....

ប្រជាជនក្នុងឆ្នាំ 2020គឺ $u_{21}=2(1.04)^{20}=4.382246$ លាននាក់

គណនាu_{10} តាម CASIO

CASIO: ON 2 × (1 • 0 4) $x^\blacksquare$ 2 0 =

ដូចនេះប្រជាជនក្នុងឆ្នាំ 2020នឹងមានចំនួនប្រហែល4.382246 លាននាក់ ។

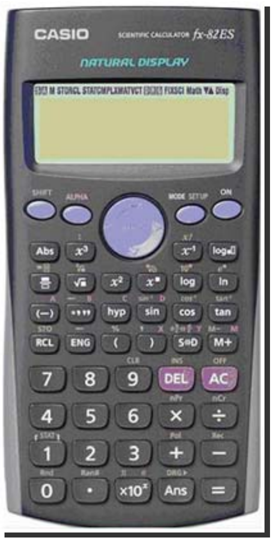
ប្រតិបត្តិ

1.គេមានស្វ៊ីតធរណីមាត្រ 3, 12, 48, 192, ... ។

ក.គណនាតួទី9 ខ.តើចំនួន12288 ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វ៊ីត ?

ចម្លើយ

ក.គណនាតួទី9



តាមរូបមន្ត:$u_n=u_1\times q^{n-1}$

យើងមាន $u_1=3,\ q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{12}{3}=4, n=9,\ u_9\,?$

យើងបាន $u_9=3\times 4^{9-1}=196,608$

គណនាតួទី9តាម CASIO

CASIO: ON 3 × 4 $x^\blacksquare$ 9 − 1 =

យើងបាន $u_9=196,608$

ខ.តើចំនួន12288 ជាតួទីប៉ុន្មាននៃស្វ៊ីត ?

$n=\log_q\dfrac{u_n}{u_1}+1,\ q>0,\ q\neq 1,\ \dfrac{u_n}{u_1}>0$

យើងមាន $u_1=3,\ q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{12}{3}=4,\ u_n=12,288\ ,\ n?$

$n=\log_4\dfrac{12,288}{3}+1=7$

ដូចនេះ ចំនួន 12,288ជាតួទី7 ។

រកn តាម CASIO

CASIO: ON log 4 ▶ ▭ 1 2 2 8 8 ▼ 3 ▶ ▶ + 1 =

យើងបាន $n = 7$

ដូចនេះ ចំនួន 12,288ជាតួទី7 ។

២.គ្រួសារមួយសម្រេចបើកគណនីជាមុនសម្រាប់ការសិក្សារបស់កូនគាត់ ។នៅពេលចាប់កំណើតកូនរបស់គាត់ គាត់បានយកប្រាក់ចំនួន100,000 រៀលទៅផ្ញើនៅធនាគារដោយទទួលបានការប្រាក់តាមអត្រា6% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ ធនាគារទូទាត់ ការប្រាក់មួយឆ្នាំម្តង ។

ក.កំណត់ចំនួនប្រាក់សរុបនៅរាល់ចុងឆ្នាំនីមួយៗនៃបួនឆ្នាំដំបូង និងកំណត់ចំនួនប្រាក់សរុបនៅចុងឆ្នាំទីn ។

ខ.កំណត់ចំនួនប្រាក់សរុបនៅចុងឆ្នាំទី21។

ចម្លើយ

ក.កំណត់ចំនួនប្រាក់សរុបនៅរាល់ចុងឆ្នាំនីមួយៗនៃបួនឆ្នាំដំបូង និងកំណត់ចំនួនប្រាក់សរុបនៅចុងឆ្នាំទីn

ឆ្នាំទី1គឺ $u_1 = 100\ 000(1+0.06) = 100\ 000(1.06)$

ឆ្នាំទី2គឺ $u_2 = 100\ 000(1.06) + 100\ 000(1.06)\times(0.06) = 100\ 000(1.06)^2$

ឆ្នាំទី3គឺ $u_3 = 100\ 000(1.06)^2 + 100\ 000(1.06)^2\times(0.06) = 100\ 000(1.06)^3$

ឆ្នាំទី4គឺ $u_4 = 100\ 000(1.06)^3 + 100\ 000(1.06)^3\times(0.06) = 100\ 000(1.06)^4$

....

ចំនួនប្រាក់សរុបនៅចុងឆ្នាំទីn គឺ $u_n = 100\ 000(1.06)^n$

ខ.កំណត់ចំនួនប្រាក់សរុបនៅចុងឆ្នាំទី21

$u_{21} = 100\ 000(1.06)^{21} = 339\ 956.36$

កំណត់ចំនួនប្រាក់សរុបនៅចុងឆ្នាំទី21 តាម CASIO

CASIO: ON 1 0 0 0 0 0 × (1 · 0 6) $x^{■}$ 2 1 =

ដូចនេះចំនួនប្រាក់សរុបនៅចុងឆ្នាំទី21គឺ 339 956.36 រៀល ។

៣.ផលគុណតួស្មើចម្ងាយពីតួចុង:

បើ$u_1,\ u_2,\ ...,\ u_p, ..., u_{n-p+1}, ..., u_{n-1}, u_n$ ជាស្វីតធរណីមាត្រ ។

គេបាន $u_1, u_2, ..., u_p, ..., u_{n-p+1}, ..., u_{n-1}, u_n$

តួស្មើចំងាយពីតួចុង

តួស្មើចំងាយពីតួចុង

តួចុង

ជាទូទៅ

ផលគុណតួស្មើចម្ងាយពីតួចុងស្មើនឹងផលគុណតួចុងទាំងពីរ ។

គេកំណត់សរសេរ $u_1 \times u_n = u_2 \times u_{n-1} = u_3 \times u_{n-2} = \dots = u_p \times u_{n-p+1}$

ករណីពិសេស: បីចំនួនតគ្នា $a;b$ និង c ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រសមមូល $\dfrac{b}{a} = \dfrac{c}{b} = q$ ឬ $a \times c = b^2$ ឬ $b = \sqrt{a \times c}$

b ហៅថាមធ្យមធរណីមាត្រនៃ a និង c ។

៩.ផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ

គេមានស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{n-2}, u_{n-1}, u_n$

ផលបូក n តួដំបូងនៃ ស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានតួទីមួយ u_1 និងផលធៀបរួម q ដែល $q \neq 1$ ស្មើនឹង

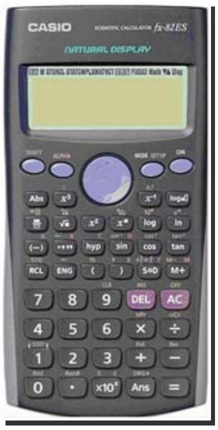
$S_n = \dfrac{u_1(q^n - 1)}{q-1}$ ឬ $S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}$ ។

លំហាត់គំរូទី1: ក.គណនាផលបូក7តួដំបូងនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $5 + 10 + 20 + 40 + \dots$ ។

ខ.គណនាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $2 + 6 + 18 + \dots + 1458$ ។

ចម្លើយ

ក.គណនាផលបូក7តួដំបូងនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $5 + 10 + 20 + 40 + \dots$



តាមរូបមន្ត $S_n = \dfrac{u_1(q^n - 1)}{q-1}$

យើងមាន $u_1 = 5,\ q = \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{10}{5} = 2,\ n = 7$

យើងបាន $S_7 = \dfrac{5(2^7 - 1)}{2-1} = 635$

ដូចនេះផលបូក7តួដំបូងគឺ $S_7 = 635$

រក s_7 តាម CASIO

CASIO: ON ▤ 5 × (2 x■ 7 ▶ − 1) ▼ 2 − 1 =

ដូចនេះផលបូក7តួដំបូងគឺ $S_7 = 635$ ។

ខ.គណនាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $2 + 6 + 18 + \dots + 1458$

តាមរូបមន្ត $S_n = \dfrac{u_1(q^n - 1)}{q-1}$

យើងមាន $u_1 = 2,\ q = \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{6}{2} = 3,\ u_n = 1458,\ n?$

តាមរូបមន្ត $n = \log_q \dfrac{u_n}{u_1} + 1, q > 0, q \neq 1, \dfrac{u_n}{u_1} > 0$

$n = \log_3 \frac{1,458}{2} + 1 = 7$

យើងបាន $S_7 = \frac{2\left(3^7 - 1\right)}{3 - 1} = 2,186$

ដូចនេះ ផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រគឺ $S_7 = 2,186$

រក s_7 តាម CASIO: ON ▭ 2 × (3 $x^{\blacksquare}$ 7 ▶ − 1) ▼ 3 − 1 =

យើងបាន $S_7 = 2,186$

ដូចនេះ ផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រគឺ $S_7 = 2,186$ ។

លំហាត់គំរូទី២: ស្តេចតណ្ហាឈ្មោះស៊ីរ៉ាមបានបញ្ជាឱ្យជាងម្នាក់ធ្វើក្តាចត្រង្គ ហើយសន្យាថានឹងជូនរង្វាន់តាមតម្រូវការនៃជាងនោះចង់បាន ។ពេលធ្វើរួចជាងនោះស្នើសុំគ្រាប់ស្រូវទាំងអស់ដែលដាក់ក្នុងក្រឡាចត្រង្គទាំង64 ហើយរបៀបដាក់មានដូចតទៅ:

1គ្រាប់ក្នុងក្រឡាទីមួយ 2គ្រាប់ក្នុងក្រឡាទីពីរ 4គ្រាប់ក្នុងក្រឡាទីបី 8គ្រាប់ក្នុងក្រឡាទីបួន,..., ចំនួនគ្រាប់ស្រូវក្នុងក្រឡាបន្ទាប់ស្មើនឹងចំនួនគ្រាប់ស្រូវក្រឡាមុនគុណនឹង2 ។

គណនាផលបូកចំនួនគ្រាប់ស្រូវទាំងអស់ដែលត្រូវដាក់លើក្រឡាចត្រង្គទាំង64 ក្រឡា ។

ចម្លើយ

ចំនួនគ្រាប់ស្រូវដែលដាក់លើក្រឡាចត្រង្គទាំង64ក្រឡាបង្កើតបានជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ1, 2, 4, 8, ... ឬ

$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, ...$

តាមរូបមន្ត: $S_n = \frac{u_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$

យើងមាន

$$u_1 = 1,\ q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{1} = 2,\ n = 64 \Rightarrow S_{64} = \frac{1\left(2^{64} - 1\right)}{2 - 1} = 2^{64} - 1 = 18,446,744,073,709,551,615$$

ដូចនេះយើងបានចំនួនគ្រាប់ស្រូវគឺ:$18,446,744,073,709,551,615$

រក S_{64} តាម CASIO: ON ▭ 1 × (2 $x^{\blacksquare}$ 6 4 ▶ − 1) ▼ 2 − 1 =

ដូចនេះយើងបានចំនួនគ្រាប់ស្រូវគឺ:$18,446,744,073,709,551,615$ ។

ប្រតិបត្តិ

1. គេមានស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $6, 3, 1.5, 0.75, ...$ ។គណនា

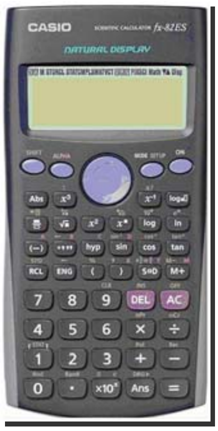
ក.តួទី7 ខ.ផលបូក7តួដំបូងនៃ ស្វ៊ីតធរណីមាត្រ ។

ចម្លើយ

ក.តួទី7

យើងមាន $u_1 = 6, q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{3}{6} = 0.5, n = 7, u_7$?

តាមរូបមន្ត: $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ $\qquad u_7 = 6\times\left(\frac{1}{2}\right)^{7-1} = \frac{3}{32} = 0.09375$



រក u_7 តាម CASIO: ON 6 × (⊟ 1 ▼ 2 ▶) x■ 7 − 1 =

ដូចនេះ $S_7 = 0.09375$

ខ.ផលបូក7តួដំបូងនៃ ស្វ៊ីតធរណីមាត្រ

តាមរូបមន្ត: $S_n = \dfrac{u_1\left(q^n - 1\right)}{q-1}$

$$S_7 = \frac{6\left(\left(0.5\right)^7 - 1\right)}{0.5-1} = 11.90625$$

រក S_7 តាម CASIO: ON ⊟ 6 × ((0 . 5
) x■ 7 ▶ − 1) ▼ 0 . 5 − 1 ▶ =

2.លោក

B បានដាក់ប្រាក់$100\$$ ទៅផ្ញើក្នុងគណនីសន្សំនៃធនាគារមួយជារៀងរាល់ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់សមាស 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ធនាគារទូទាត់អត្រាការប្រាក់មួយខែម្តង ។ប្រាក់សរុបដែល លោក B ទទួលបាននៅចុងឆ្នាំទី៥គឺ

$$A = 100\times\left(1+\frac{0.10}{12}\right) + 100\times\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^2 + 100\times\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^3 + \ldots + 100\times\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{60}$$ ។

គណនា A ។

ចម្លើយ

គណនា A

នេះជាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែ

$$u_1 = 100\times\left(1+\frac{0.10}{12}\right),\ q = \left(1+\frac{0.10}{12}\right) = \frac{12.1}{12},\ n = 60,\ S_{60} = A?$$

តាមរូបមន្ត: $S_n = \dfrac{u_1\left(q^n - 1\right)}{q-1}$ $\qquad S_{60} = \dfrac{\frac{1210}{12}\left(\left(\frac{12.1}{12}\right)^{60} - 1\right)}{\frac{12.1}{12} - 1} = 7{,}808.24\$$

ដូចនេះ $A = 7{,}808.24\$$

គណនា A តាម CASIO: ⊟ ⊟ 1 2 1 0 ▼ 1 2 ((⊟ 1 2 . 1 ▼ 1 2
) ▼ x■ 6 0 ▶ − 1) ▼ ⊟ 1 2 . 1 ▼ 1 2 ▶ − 1 =

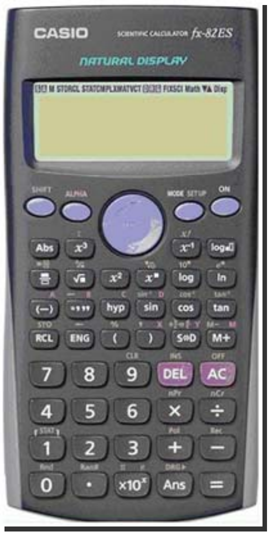
ដូចនេះ $A = 7{,}808.24\$$

3.ប៉ោលមួយយោលដំបូងបានប្រវែងធ្នូ18cm និងយោលជាបន្តបន្ទាប់មកទៀតដោយម្តងៗមានប្រវែងធ្នូ0.95cm នៃប្រវែងធ្នូមុន ។

ក.កំណត់ប្រវែងធ្នូបន្ទាប់ពីយោលបាន10 ដង ។

ខ.ក្រោយពីយោលបាន15ដង ។កំណត់ប្រវែងធ្នូសរុបនៃការយោលបាន15 ដង ។

ចម្លើយ



ក.កំណត់ប្រវែងផ្លូវសរុបនៃការយោលបាន10 ដង

យើងបានស្វ៊ីតធរណីមាត្រដូចខាងក្រោម:

$18,\ 18\times 0.95,\ 18\times(0.95)^2,\ 18\times(0.95)^3,\ldots$

យើងមាន $u_1=18,\ q=0.95,\ n=10$

តាមរូបមន្ត: $S_n=\dfrac{u_1\left(q^n-1\right)}{q-1}$

យើងបាន $S_{10}=\dfrac{18\left((0.95)^{10}-1\right)}{0.95-1}=144.45$

ដូចនេះប្រវែងផ្លូវសរុបនៃការយោលបាន10 ដងគឺ: $S_{10}=144.45cm$

គណនាS_{10} តាម CASIO ON ⊟ 1 8 × ((0 . 9 5) $x^{\blacksquare}$ 1 0 ▶ − 1) ▼ 0 . 9 5 − 1 =

ដូចនេះប្រវែងផ្លូវសរុបនៃការយោលបាន10 ដងគឺ: $S_{10}=144.45cm$

ខ.កំណត់ប្រវែងផ្លូវសរុបនៃការយោល15ដង

តាមរូបមន្ត: $S_n=\dfrac{u_1\left(q^n-1\right)}{q-1}$ $\quad S_{15}=\dfrac{18\times\left((0.95)^{15}-1\right)}{0.95-1}=193.21$

ដូចនេះប្រវែងផ្លូវសរុបនៃការយោលបាន15 ដងគឺ: $S_{15}=193.21cm$

គណនាS_{14} តាម CASIO ON ⊟ 1 8 × ((0 . 9 5) $x^{\blacksquare}$ 1 5 ▶ − 1) ▼ 0 . 9 5 − 1 =

ដូចនេះប្រវែងបន្ទាប់ពីយោលបាន15 ដងគឺ: $S_{15}=193.21cm$

៥.ស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្តតួ

គេមានស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $u_1,\ u_2, u_3,\ldots,u_{n-1},\ u_n$ និងរេសុងq ដែល$|q|<1$ ។

ផលបូកអនន្តតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រគឺ $S_\infty=\dfrac{u_1}{1-q}$ ។

លំហាត់គំរូទី១:គណនាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្តតួ $6+2+\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{9}+\ldots$ ។

ជាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ អនន្តតួដែល $u_1=6,\ q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

តាមរូបមន្ត $S_\infty=\dfrac{u_1}{1-q}$ $\quad$ យើងបាន $S_\infty=\dfrac{6}{1-\dfrac{1}{3}}=9$

ដូចនេះ $S_\infty=9$

រកS_∞ តាម CASIO ON ⊟ 6 ▼ 1 − ⊟ 1 ▼ 3 =

ដូចនេះ $S_\infty=9$

លំហាត់គំរូទី២: សរសេរចំនួនទសភាគខួប $4.\overline{57}$ ជាចំនួនប្រភាគសនិទានដែលមានទំរង់ $\frac{a}{b}$ ។

ចម្លើយ

$4.\overline{57} = 4 + 0.57 + 0.0057 + 0.000057 + ...$

ចាប់ពីតួទី2ជាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែល $u_1 = 0.57,\ q = \frac{0.0057}{0.57} = \frac{1}{100} = 0.01$, S_∞ ?

$S_\infty = \frac{u_1}{1-q} = \frac{0.57}{1-0.01} = \frac{19}{33}$

យើងបាន $4.\overline{57} = 4 + \frac{19}{33} = \frac{151}{33}$

ដូចនេះ $4.\overline{57} = \frac{151}{33}$

រក $4.\overline{57}$ តាម CASIO [ON] [4] [+] [▤] [0] [.] [5] [7] [▼] [1] [−] [0] [.] [0] [1] [=]

ដូចនេះ $4.\overline{57} = \frac{151}{33}$

លំហាត់គំរូទី៣: គេយោលប៉ោលមួយលើកដំបូងបានធ្នូមួយប្រវែង $24dm$ បន្ទាប់មកប្រវែងធ្នូមួយថយចុះ 20% ជាបន្តបន្ទាប់ ។កំណត់ប្រវែងគន្លងសរុបនៃលំយោលប៉ោលចាប់ពីពេលដំបូងដល់ពេលវាឈប់ ។

ចម្លើយ

កំណត់ប្រវែងគន្លងសរុបនៃលំយោលប៉ោលចាប់ពីពេលដំបូងដល់ពេលវាឈប់

យើងបាន តួទី1គឺ $u_1 = 24$ ផលធៀបរួមគឺ $q = 80\% = 0.8$ $,|q| < 1$

តាមរូបមន្ត $S_\infty = \frac{u_1}{1-q}$ $S_\infty = \frac{24}{1-0.8} = 120$

ដូចនេះ ប្រវែងគន្លងសរុបនៃលំយោលប៉ោលចាប់ពីពេលដំបូងដល់ពេលវាឈប់គឺ $120dm$ ។

គណនា S_∞ តាម CASIO [ON] [▤] [2] [4] [▼] [1] [−] [0] [.] [8] [=]

ដូចនេះ ប្រវែងគន្លងសរុបនៃលំយោលប៉ោលចាប់ពីពេលដំបូងដល់ពេលវាឈប់គឺ $120dm$ ។

ប្រតិបត្តិ

ក.គណនាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្តតួ $16 + 12 + 9 + ...$

យើងមាន $u_1 = 16,\ q = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

តាមរូបមន្ត $S_\infty = \frac{u_1}{1-q}$ $S_\infty = \frac{16}{1-\frac{3}{4}} = 64$

ដូចនេះ $S_\infty = 64$

CASIO: [ON] [▤] [1] [6] [▼] [1] [−] [▤] [3] [▼] [4] [=]

ដូចនេះ $S_\infty = 64$

ខ. សរសេរចំនួនទសភាគខួប $0.\overline{235}$ ជាចំនួនប្រភាគសនិទានដែលមានទំរង់ $\frac{a}{b}$ ។

ចម្លើយ

$0.\overline{235} = 0.235 + 0.000235 + 0.000000235 + ...$

ជាផលបូកតួនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រអនន្តតួដែល $u_1 = 0.235,\ q = \dfrac{0.000235}{0.235} = \dfrac{1}{1000} = 0.001$

តាមរូបមន្ត $S_\infty = \dfrac{u_1}{1-q}$ $\qquad S_\infty = \dfrac{0.235}{1-0.001} = \dfrac{235}{999}$

ដូចនេះ $S_\infty = \dfrac{235}{999}$

CASIO: ON ⊟ 0 • 2 3 5 ▼ 1 − 0 • 0 0 1 =

ដូចនេះ $S_\infty = \dfrac{235}{999}$

គ.បុរសម្នាក់បានលោតពីលើស្ពានដោយចងខ្សែពួរទៅនឹងកជើងរបស់គាត់ដែលមានប្រវែង$120m$ ហើយយឺតឡើងមកវិញបាន $\dfrac{1}{3}$ នៃប្រវែងខ្សែដើម ។រាល់ពេលដែលយឺតឡើងវានឹងធ្លាក់ចុះមកវិញបាន$\dfrac{2}{3}$ នៃប្រវែងខ្សែដែលយឺតឡើង ។ គណនាប្រវែងខ្សែសរុបចាប់តាំងពីគាត់លោតចុះរហូតដល់ខ្សែមានលំនឹង ។

ចម្លើយ

តាមបំរាប់យើងបានប្រវែងសរុបគឺ $S = S_1 + S_2$ ដែល

$$S_1 = 120 + 120 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + 120 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 120 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 + ...$$

$$S_1 = 120 + 120 \times \frac{2}{9} + 120 \times \left(\frac{2}{9}\right)^2 + 120 \times \left(\frac{2}{9}\right)^3 + ...$$

$$S_1 = S_\infty = \frac{u_1}{1-q} = \frac{120}{1-\frac{2}{9}} = \frac{1080}{7}$$

$$S_2 = S_\infty = \frac{120}{3} + \frac{120}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{120}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + ...$$

$$S_2 = S_\infty = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{120}{3}}{1-\frac{2}{9}} = \frac{360}{7}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1080}{7} + \frac{360}{7} = \frac{1440}{7}$$

ដូចនេះ ប្រវែងសរុប គឺ :$\dfrac{1440}{7}m = 205.71m$

CASIO: ON ⊟ 1 2 0 ▼ 1 − ⊟ 2 ▼ 9 ▶ ▶ + ⊟ ⊟ 1 2 0 ▼ 3 ▶ ▼ 1 − ⊟ 2 ▼ 9 =

ដូចនេះ ប្រវែងសរុប គឺ :$\dfrac{1440}{7}m = 205.71m$

ជំពូក
២

អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងអនុគមន៍លោការីត

មេរៀនទី១ អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

១ .និយមន័យ : អនុគមន៍ $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$, $x \in \mathbb{R}$ ហៅថាអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ។

២ .ស្វ័យគុណ

ជាទូទៅ : បើ a និង b ជាចំនួនពិត $a, b \neq 0$ ហើយ m និង n ជាចំនួនគត់ គេបាន :

- $\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$
- $\boxed{\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$
- $\boxed{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} \quad , \dfrac{1}{a^{-n}} = a^n}$
- $\boxed{\left(a^m\right)^n = a^{mn}}$
- $\boxed{(ab)^n = a^n b^n \quad , \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}}$
- $\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$

ឧទាហរណ៍ទី១ : គណនារួចសម្រួលកន្សោម

ក. $m^{14} \times m^{26} = m^{14+26} = m^{40}$

ខ. $9^7 \times 9^{11} \times 9^{12} = 9^{7+11+12} = 9^{30}$

ឧទាហរណ៍ទី២ : គណនារួចសម្រួលកន្សោម

ក. $\dfrac{n^5}{n} = n^{5-1} = n^4 \quad , n \neq 0$

ខ. $\dfrac{7^{2112}}{7^{102}} = 7^{2112-102} = 7^{2010}$

ឧទាហរណ៍ទី៣ : គណនារួចសម្រួលកន្សោម

ក. $k^{-2} = \dfrac{1}{k^2} \qquad k \neq 0$

ខ. $5^{-2011} = \dfrac{1}{5^{2011}}$

ឧទាហរណ៍ទី៤ : គណនារួចសម្រួលកន្សោម

ក. $\left(5^3\right)^{15} = 5^{45}$

ខ. $p^4\left(p^2\right)^3 = p^4 \times p^{2\times3} = p^{4+6} = P^{10}$

ឧទាហរណ៍ទី៥ : គណនារួចសម្រួលកន្សោម

ក. $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2010} = \dfrac{3^{2010}}{2^{2010}}$

ខ. $(2a)^5 = 2^5 a^5 = 32a^5$

ឧទាហរណ៍ទី៦ : គណនារួចសម្រួលកន្សោម

ក. $\sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}$

ខ. $10^{\frac{5}{7}} = \sqrt[7]{10^5}$

៣.ឫសទី n

ជាទូទៅ : ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a មានឫសការេពីរគឺ $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$ ។

ជាទូទៅ : ចំនួនពិត a និង $n \geq 2$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមានគេបាន

- បើ $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ ដែល n ជាចំនួនគូ - បើ $\sqrt[n]{a^n} = a$ ដែល n ជាចំនួនសេស ។

ឧទាហរណ៍ទី១ : $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

ឧទាហរណ៍ទី២ : $x^3 = 27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{27} = 3$

៤.សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ឧទាហរណ៍ទី១ : សង់ក្រាបនៃ $f(x) = 3^x$

តារាងតម្លៃលេខ

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9

ឧទាហរណ៍ទី២ : សង់ក្រាបនៃ $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

តារាងតម្លៃលេខ

x	-2	-1	0	1	2
y	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$

៥.ដោះស្រាយសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ឧទាហរណ៍ : ដោះស្រាយសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែលខាងក្រោម

ក. $3^{x+1} = 9$

$\Leftrightarrow 3^{x+1} = 3^2 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Rightarrow \quad x = 1$

ដូចនេះ ចម្លើយសមីការគឺ $x = 1$ ។

ខ. $4^{2x-3} = 1$

$\Leftrightarrow 4^{2x-3} = 4^0 \Leftrightarrow 2x-3 = 0 \Rightarrow \quad x = \frac{3}{2}$

ដូចនេះ ចម្លើយសមីការគឺ $x = \frac{3}{2}$ ។

គ. $x^{x+1} = x$ មានន័យកាលណា $x \neq 0$

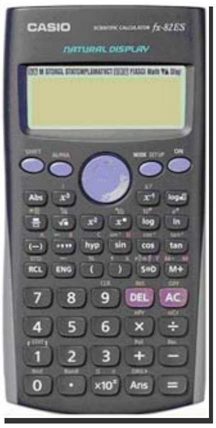
$\Leftrightarrow x^{x+1} = x$

$\Leftrightarrow x+1 = 1$

$\Rightarrow \quad x = 0$

ដូចនេះ សមីការគ្មានចម្លើយ ។

របៀបគណនាអនុគមន៍អ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែលដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ



១.ស្វ័យគុណ និងឫសទី n

ឧទាហរណ៍ទី១ : គណនា 2^5

យើងត្រូវជ្រើសរើស [2] [x■] [5] [=] នោះគេបាន $2^5=32$ ។

ឧទាហរណ៍ទី២ : គណនា $\left(10^3\right)^4$

យើងត្រូវជ្រើសរើស [(] [1] [0] [x■] [3] [▶] [)] [x■] [4] [=]

នោះគេបាន $\left(10^3\right)^4=10^{12}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី៣ : គណនា $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^3$

យើងត្រូវជ្រើសរើស [(] [(] [▭/▭] [3] [▼] [5] [▶] [)] [x■] [2] [▶] [)] [x■] [3] [=] [S⇔D]

នោះគេបាន $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^3=\frac{729}{15625}=0.046656$ ។

ឧទាហរណ៍ទី៤ : គណនា $\left(\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{2}}\right)^3$

យើងត្រូវជ្រើសរើស [(] [▭/▭] [SHIFT] [√■] [5] [▼] [SHIFT] [x■] [4] [▶] [2] [▶] [▶] [)] [x■] [3] [=]

នោះគេបាន $\left(\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{2}}\right)^3=2.973017788$ ។

ឧទាហរណ៍ទី៥ : គណនា $x^6=64$

យើងត្រូវជ្រើសរើស [ALPHA] [)] [x■] [6] [▶] [ALPHA] [CALC] [6] [4] [SHIFT] [CALC] [=]

នោះគេបាន $x=2$ ។

ឧទាហរណ៍ទី៦ : គណនា $x^5=3^4$

យើងត្រូវជ្រើសរើស [ALPHA] [)] [x■] [5] [▶] [ALPHA] [CALC] [3] [x■] [4] [SHIFT] [CALC] [=]

នោះគេបាន $x=2.402284$ ។

២.សង់ក្រាប

ឧទាហរណ៍ទី១ : គេឱ្យអនុគមន៍ $y=2^x$

របៀបឱ្យតារាងតម្លៃលេខ

ត្រូវចូល [MODE] [7] [2] [x■] [ALPHA] [)] [=] យើងចង់ឱ្យតម្លៃលេខពីចន្លោះណាក៏បាន បើយើងចង់បានចន្លោះពី-2 ទៅ 2 នោះគេចុចបន្ត [−] [2] [=] [2] [=] បើយើងចង់បានចន្លោះ មួយឯកតានោះគេគ្រាន់តែចុច[=] គេបានតារាងដូចខាងក្រោម:

x	-2	-1	0	1	2
y	0.25	0.5	1	2	4

ឧទាហរណ៍ទី២ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

[MODE] [7] [(] [▭/▭] [1] [▼] [2] [▶] [)] [$x^{■}$] [ALPHA] [)] [=] [−] [3] [=] [3] [=] [=] នោះ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

៣.ដោះស្រាយសមីការ

ក. $2^x=1$

[2] [$x^{■}$] [ALPHA] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [1] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x=0$ ។

ខ. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=2$

[(] [▭/▭] [1] [▼] [2] [▶] [)] [$x^{■}$] [ALPHA] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [2] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x=-1$ ។

<u>លំហាត់</u>

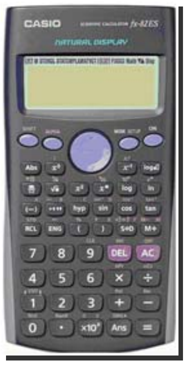
1. គណនា

ក. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ ខ. $\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{5}$ គ. $\sqrt[4]{8}\times\sqrt[4]{9}\times\sqrt[4]{72}$

<u>ចម្លើយ</u>

គណនា

ក. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$



[√▭] [2] [▶] [×] [√▭] [3] [▶] [=] នោះ $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}=2.449489743$ ។

ខ. $\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{5}$

[SHIFT] [√▭] [3] [▶] [×] [SHIFT] [√▭] [5] [=] នោះ $\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{5}=2.466212074$ ។

គ. $\sqrt[4]{8}\times\sqrt[4]{9}\times\sqrt[4]{72}$

[SHIFT] [$x^{■}$] [4] [▶] [8] [▶] [×] [SHIFT] [$x^{■}$] [4] [▶] [9] [▶] [×] [SHIFT] [$x^{■}$] [4] [▶] [7] [2] [=]

នោះ $\sqrt[4]{8}\times\sqrt[4]{9}\times\sqrt[4]{72}=8.485281374$

2. ប្រៀបធៀប

ក. $5\sqrt[3]{2}$ និង $2\sqrt[3]{31}$ ខ. $\sqrt[3]{2}$ និង $\sqrt[12]{45}$ គ. $\sqrt[6]{5}$ និង $\sqrt[8]{8}$

<u>ចម្លើយ</u>

ប្រៀបធៀប

ក. $5\sqrt[3]{2}$ និង $2\sqrt[3]{31}$

- [5] [SHIFT] [√■] [2] [=] 6.299605249
- [2] [SHIFT] [√■] [3] [1] [=] 6.282761305

នោះ $5\sqrt[3]{2} > 2\sqrt[3]{31}$ ឬ $2\sqrt[3]{31} < 5\sqrt[3]{2}$ ។

ខ. $\sqrt[3]{2}$ និង $\sqrt[12]{45}$

- [SHIFT] [√■] [2] [=] គេបាន $\sqrt[3]{2} = 1.25992$
- [SHIFT] [$x^\blacksquare$] [1] [2] [▶] [4] [5] [=] គេបាន $\sqrt[12]{45} = 1.37330$

នោះ $\sqrt[12]{45} > \sqrt[3]{2}$ ឬ $\sqrt[3]{2} < \sqrt[12]{45}$

គ. $\sqrt[6]{5}$ និង $\sqrt[8]{8}$

- [SHIFT] [$x^\blacksquare$] [6] [▶] [5] [=] នោះ $\sqrt[6]{5} = 1.30766$
- [SHIFT] [$x^\blacksquare$] [8] [▶] [8] [=] នោះ $\sqrt[8]{8} = 1.29683$

នោះ $\sqrt[6]{5} > \sqrt[8]{8}$ ឬ $\sqrt[8]{8} < \sqrt[6]{5}$ ។

3. គណនាកន្សោម $E = \frac{2}{3}\sqrt{4.5} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{16} + \frac{1}{4}\sqrt{72}$

[□/□] [2] [▼] [3] [▶] [√■] [4] [•] [5] [▶] [+] [□/□] [3] [▼] [2] [▶] [SHIFT] [√■] [1] [6] [▶] [+] [□/□] [1] [▼] [4] [▶] [√■] [7] [2] [=] នោះ $E = 7.315297056$ ។

៤.ដោះស្រាយសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ក. $2^x = 32$

[2] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [3] [2] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x = 5$ ។

ខ. $(x+1)^{x^2-4x+3} = 1$

[(] [ALPHA] [)] [+] [1] [)] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [$x^\blacksquare$] [2] [▶] [−] [4] [ALPHA] [)] [+] [3] [▶] [ALPHA] [CALC] [1] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x = 3$ ។

គ. $\left(2-\sqrt{3}\right)^x + \left(2+\sqrt{3}\right)^x = 2$

[(] [2] [−] [√■] [3] [▶] [)] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [+] [(] [2] [+] [√■] [3] [▶] [)] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [2] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x = 0$ ។

ឃ. $3^{\left(2^x\right)} = 6561$

[3] [$x^\blacksquare$] [(] [2] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [6] [5] [6] [1] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x = 3$ ។

ង. $81^{\left(4^x\right)} = 9$

[8] [1] [$x^\blacksquare$] [(] [4] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [9] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x = -0.5$ ។

ច. $3\left(4^x\right) + 2\left(9^x\right) - 5\left(6^x\right) = 0$

[3] [(] [4] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [)] [+] [2] [(] [9] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [)] [−] [5] [(] [6] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [)] [ALPHA] [CALC] [0] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x = 0$ ។

ឆ. $3^{\left(3^x\right)} = 1$

[3] [$x^\blacksquare$] [(] [3] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [▶] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [1] [SHIFT] [CALC] [=] នោះគ្មានឬសទេ។

ជ. $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x=4$

[(] [√■] [2] [+] [√■] [3] [►] [►] [)] [x■] [ALPHA] [)] [►] [+] [(] [√■] [2] [−] [√■] [3] [►] [►] [)] [x■]
[ALPHA] [)] [►] [ALPHA] [CALC] [4] [SHIFT] [CALC] [=] នោះ $x=-2$ ។

៥. មីងសយបានយកប្រាក់មួយចំនួនទៅផ្ញើរនៅធនាគារមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ រយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយមកគាត់បាន ដកប្រាក់ពីធនាគារនោះវិញ ដោយទទួលបានប្រាក់សរុបចំនួន 300 ដុល្លារ ។

តើមីងសយមានប្រាក់ដើមចំនួនប៉ុន្មាន?

<u>ចម្លើយ</u>

កំណត់ប្រាក់ដើមរបស់មីងសយ

តាមរូបមន្ត $A=p(1+r)^t \Rightarrow p=\dfrac{A}{(1+r)^t}$

ដោយ $A=300\$$, $t=7$ឆ្នាំ , $r=6\%=0.06$

$$\Rightarrow p=\frac{300}{(1+0.06)^7}=199.51\$$$

[■/■] [3] [0] [0] [▼] [(] [1] [+] [0] [.] [0] [6] [)] [x■] [7] [►] [=] នោះ $p=199.51\$$ ។

ដូច្នេះ ប្រាក់ដើមរបស់មីងសយគឺ $p=199.51\$$ ។

៦. មនុស្សម្នាក់មានអាយុ 30 ឆ្នាំ បានយកប្រាក់ 50,000រៀល ទៅផ្ញើរនៅធនាគារមួយដោយទទួលបាន អត្រាការប្រាក់ 4% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ តើគាត់មានប្រាក់សរុបចំនួនប៉ុន្មាននៅក្នុងធនាគារ? បើបច្ចុប្បន្នគាត់មានអាយុ 65 ឆ្នាំ។

<u>ចម្លើយ</u>

កំណត់ប្រាក់សរុប

តាមរូបមន្ត $A=p(1+r)^t$

ដោយ $p=50,000$ រៀល ; $r=4\%=0.04$; $t=65-30=35$ឆ្នាំ

$$\Rightarrow A=50,000(1+0.04)^{35}$$

[5] [0] [0] [0] [0] [(] [1] [+] [0] [.] [0] [4] [)] [x■] [3] [5] [►] [=]

នោះ $A=197,300$ រៀល ។

ដូច្នេះ ប្រាក់សរុប គឺ $A=197,300$ រៀល ។

៧. មនុស្សម្នាក់បានទិញរថយន្តថ្មីមួយគ្រឿងក្នុងតម្លៃ 45,000 ដុល្លារ ។ រថយន្តនោះចុះថ្លៃ 15% ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំ ក្រោយ ។

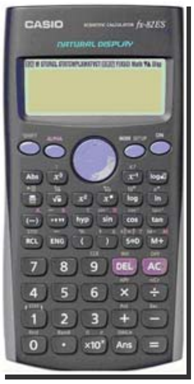
<u>ចម្លើយ</u>

កំណត់តម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំ ក្រោយ

តាមរូបមន្ត $y=x(1-r)^t$

ដោយ $x=45,000\$$; $r=15\%=0.15$; $t=7$ $\Rightarrow y=45,000(1-0.15)^7$

[4] [5] [0] [0] [0] [(] [1] [−] [0] [•] [1] [5] [)] [$x^{■}$] [7] [▶] [=] នោះ $y = 14,426\$$ ។



ដូនេះ រយៈពេល 7 ឆ្នាំ ក្រោយ តម្លៃរថយន្តនៅសល់ត្រឹមតែ 14,426$ ។

៨. សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោមក្នុងតម្រុយតែមួយ

ក. $f(x) = 2^x$ ខ. $g(x) = 5^x$ គ. $h(x) = 10^x$

តារាងតម្លៃលេខនៃ $f(x) = 2^x$

[MODE] [7] [2] [$x^{■}$] [ALPHA] [)] [=] [−] [3] [=] [3] [=] [=]

នោះ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0.125	0.25	0.5	1	2	4	8

តារាងតម្លៃលេខនៃ $g(x) = 5^x$

[MODE] [7] [5] [$x^{■}$] [ALPHA] [)] [=] [−] [2] [=] [2] [=] [=]

នោះ

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	0.04	0.2	1	5	25

តារាងតម្លៃលេខនៃ $h(x) = 10^x$

[MODE] [7] [1] [0] [$x^{■}$] [ALPHA] [)] [=] [−] [2] [=] [2] [=] [=]

នោះ

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	0.01	0.1	1	10	100

៩. សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោមក្នុងតម្រុយតែមួយ

ក. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ខ. $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ គ. $h(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^x$

<u>ចម្លើយ</u>

តារាងតម្លៃលេខនៃ $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

[MODE] [7] [(] [$\frac{■}{■}$] [1] [▼] [2] [▶] [)] [$x^{■}$] [ALPHA] [)] [=] [−] [2] [=] [2] [=] [=] នោះ

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	4	2	1	0.5	0.25

ចំណែក ខ និង គ ធ្វើដូចខាងលើ

១០ . ចូរកំណត់តម្លៃ a ដោយប្រើខ្សែកោងនៃ $f(x) = a^x$ ដែលកាត់តាមចំណុចនីមួយៗដូចខាងក្រោម:

$A(3,216)$, $B(5,32)$, $C(3,512)$, $D(4,256)$, $E(-2,-64)$, $F\left(-3,\frac{1}{216}\right)$, $G(3,343)$, $H\left(\frac{1}{3},3\right)$

<u>ចម្លើយ</u>

កំណត់តម្លៃ a ប្រើខ្សែកោងនៃ $f(x)=a^x$

- កាត់តាម $A(3,216)$ នោះគេបាន $216=a^3 \Rightarrow a=\sqrt[3]{216}$

[SHIFT] [√■] [2] [1] [6] [=] គេបាន $a=6$ ។

- កាត់តាម $B(5,32)$ នោះគេបាន $a^5=32 \Rightarrow a=\sqrt[5]{32}$

[SHIFT] [$x^{\blacksquare}$] [5] [▶] [3] [2] [=] នោះគេបាន $a=2$ ។

ផ្សេងទៀតធ្វើតាមគំរូខាងលើ

១១. សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $f(x)=x^x$ ខ. $f(x)=x(2)^x$ គ. $f(x)=2^{x-1}$

ឃ. $f(x)=2^{-x^2}$ ង. $f(x)=2^x+2^{-x}$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $f(x)=x^x$

តារាងតម្លៃលេខ

[MODE] [7] [(] [ALPHA] [)] [)] [$x^{\blacksquare}$] [ALPHA] [)] [=] [−] [3] [=] [3] [=] [=] នោះ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-0.03	0.25	-1	∞	1	4	27

ខ. $f(x)=x(2)^x$

តារាងតម្លៃលេខ

[MODE] [7] [ALPHA] [)] [(] [2] [$x^{\blacksquare}$] [ALPHA] [)] [▶] [)] [=] [−] [2] [=] [2] [=] [=] នោះ

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-0.5	-0.5	0	2	8

ផ្សេងទៀតធ្វើតាមគំរូខាងលើ

១២ ដោះស្រាយសមីការ

ក. $3^{x^2+4x}=\dfrac{1}{27}$ ខ. $3^{5x}\cdot 9^{x^2}=27$ គ. $4^{3x^2+2x+1}=16$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោះស្រាយសមីការ

ក. $3^{x^2+4x}=\dfrac{1}{27}$

[3] [x■] [ALPHA] [)] [x■] [2] [▶] [+] [4] [ALPHA] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [⊟] [1] [▼] [2] [7] [SHIFT] [CALC] [=]

នោះចម្លើយ $x=-1$ ។

ខ. $3^{5x}\cdot 9^{x^2}=27$

[(] [3] [x■] [5] [ALPHA] [)] [▶] [)] [(] [9] [x■] [ALPHA] [)] [x■] [2] [▶] [▶] [)] [ALPHA] [CALC] [2] [7] [SHIFT] [CALC] [=]

នោះចម្លើយ $x=0.5$ ។

គ. $4^{3x^2+2x+1}=16$

[4] [x■] [3] [ALPHA] [)] [x■] [2] [▶] [+] [2] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [ALPHA] [CALC] [1] [6] [SHIFT] [CALC] [=]

នោះចម្លើយ $x=0.3333333$ ។

មេរៀនទី២ អនុគមន៍លោការីត

១.អនុគមន៍ច្រាស

១.១ សញ្ញាណនៃអនុគមន៍ច្រាស

នៅក្នុងចំណុចនេះដើម្បីយល់អំពីសញ្ញាណនៃអនុគមន៍ច្រាសយើងសិក្សាការគណនាតម្លៃលេខនៃអនុគមន៍នោះដោយ ប្រើម៉ាស៊ីនគណនាជាជំនួយក្នុងការគណនាបាន ។

ឧទាហរណ៍ : គេមានអនុគមន៍ f កំនត់ដោយ $f(x)=2x+2$

គណនាតម្លៃលេខនៃ $f(x)$ ចំពោះ $x=1, x=2, x=3$

បើ $x=1$ នោះ $f(1)=4$ គេបានគូមានលំដាប់ $(1,4)$

បើ $x=2$ នោះ $f(2)=6$ គេបានគូមានលំដាប់ $(2,6)$

បើ $x=3$ នោះ $f(3)=8$ គេបានគូមានលំដាប់ $(2,8)$

សេចក្តីណែនាំអំពីការចូលកេកម្មវិធីក្នុងម៉ាស៊ីន

ដើម្បីចូលកម្មវិធីបញ្ចូលខាងលើសូមចុច [MODE] [7] នោះវាចេញផ្ទាំង

f(X)=

ពេលនោះយើងអាចបញ្ចូលអនុគមន៍ $f(x)=2x+2$ បានដោយអនុវត្តដូចខាងក្រោម:

បញ្ចូល $2x+2$ [2] [ALPHA] [)] [+] [2] បន្ទាប់មកចុច [=] នោះអេក្រង់មានបង្ហាញ

Start?
1

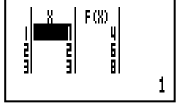
គឺវាសួរយើងដើម្បីឱ្យយើងកំណត់តម្លៃចាប់ផ្តើម ដោយយើងចង់កំណត់តម្លៃចាប់ពី 1 នោះយើងចុច [1] [=] នោះអេក្រង់ម៉ាស៊ីនបង្ហាញយើងបន្តទៀតគឺ

End?
3

មានន័យថាវាសួរយើងកំណត់តម្លៃចុងក្រោយ3 នោះយើងចុច [3] [=] នោះអេក្រង់ម៉ាស៊ីនបង្ហាញ

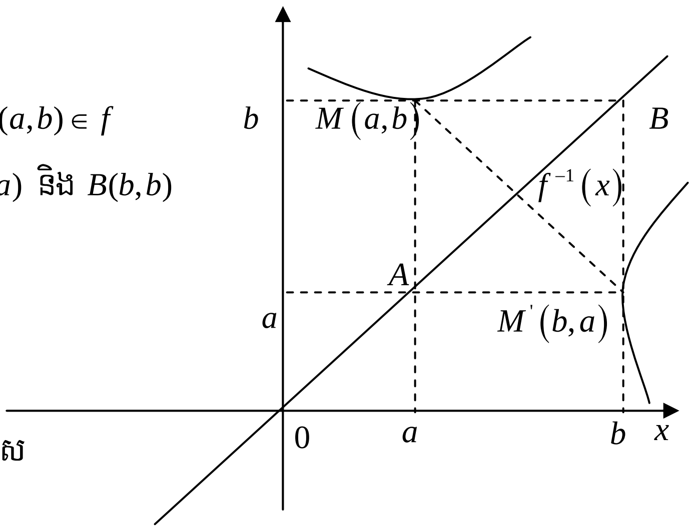
Step?
1

វាសួរយើង កំណត់ប្រវែងចន្លោះជំហានស្មើរ 1 នោះយើងចុច [1] [=] ពេលនោះវាបង្ហាញ



និយមន័យ: បើគូ (a,b) ផ្ទៀងផ្ទាត់ $f(x)$ ហើយ (b,a) ផ្ទៀងផ្ទាត $f^{-1}(x)$ នោះ $f^{-1}(x)$ ជាអនុគមន៍ច្រាស់ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។

១.២ ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស $f(x)$



ឧទាហរណ៏: $y = x$

f និង f^{-1} ជាអនុគមន៏ច្រាសគ្នា បើ $M(a,b) \in f$

នោះ $M^{'}(b,a) \in f^{-1}$ សង់ចំណុច $A(a,a)$ និង $B(b,b)$

គេបានការេ $AMBM^{'}$ ។

(AB) ជាបន្ទាត់មានសមីការ $y = x$

ព្រោះវាកាត់តាមចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស

ស្មើនឹងអរដោនេ ។

$M(a,b)$ ឆ្លុះគ្នានឹង $M^{'}(b,a)$ ធៀបនឹងបន្ទាត់ (AB)

ដូចនេះក្រាបនៃអនុគមន៏ច្រាស f^{-1} ត្រូវឆ្លុះនឹងក្រាបនៃអនុគមន៏ f ធៀបនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ។

ជាទូទៅ: បើអនុគមន៏ពីរ $f(x)$ និង $g(x)$ ច្រាសគ្នា នោះក្រាបនៃអនុគមន៏ទាំងពីរឆ្លុះគ្នា ធៀបនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ។

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យអនុគមន៏ $f(x) = \sqrt{x}$ ដែល $x \geq 0$ ។ ចូរកំណត់អនុគមន៏ច្រាសនៃ f រួចសង់ក្រាបរបស់វា ។

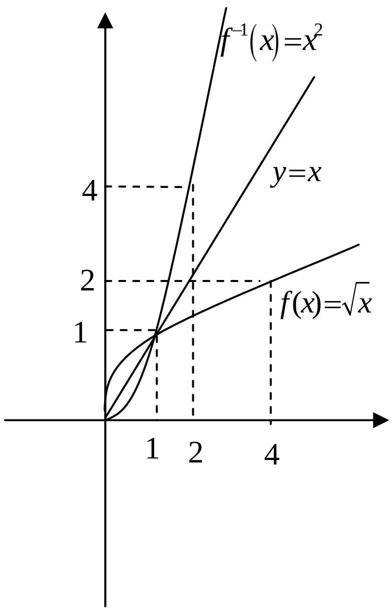
<u>ចម្លើយ</u> គេមាន $f(x) = \sqrt{x}$ ឬ $\left(f(x)\right)^2 = x$ គេបាន $x = y^2$

យក x ជួសដោយ y និង y ជួសដោយ x គេបាន $y = x^2$

ហេតុនេះ $f^{-1}(x) = x^2$ ជាអនុគមន៏ច្រាសនៃ $f(x) = \sqrt{x}$

សង់ក្រាបនៃ $f(x) = \sqrt{x}$ និង $f^{-1}(x) = x^2$

$f(x) = \sqrt{x}$			$f^{-1}(x) = x^2$	
x	$f(x)$		x	$f^{-1}(x)$
0 1	0 1		0 1	0 1
4	2		2	4



១.៣.សញ្ញាណនៃអនុគមន៍លោការីត:

បើគេមានសមីការ $x^2 = 3, (x \geq 0)$ នោះគេទាញបាន $x = \sqrt{3}$

ជាទូទៅ បើគេមានសមីការ $y^2 = x, (x, y \ge 0)$ នោះគេទាញបាន $y = \sqrt{x}$ ឬ

$f(x) = \sqrt{x}$ ហៅថាអនុគមន៍ឫសការេ វាជាអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ការេ ។

ដូចគ្នាដែរ បើគេមានសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល $2^x = 3$ គេប្រើសញ្ញា $\log_2 3$ ដើម្បីឱ្យតម្លៃនៃ x គឺ $x = \log_2 3$

$\log_2 3$ អានថា លោការីតគោល 2 នៃ 3

បើ $2^x = y \quad (y > 0)$ នោះគេបាន $x = \log_2 y$

$x = \log_2 y$ ឬ $f(x) = \log_2 x$ ហៅថាអនុមន៍លោការីតគោល 2

វាជាអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល 2^x ។

ជាទូទៅ : បើគេមាន $a^x = y$ នោះ $x = \log_a y, y > 0, a > 0, a \neq 1$ ហើយ $f(x) = a^x$ មានអនុគមន៍ច្រាស

$f^{-1}(x) = \log_a x$ ជាអនុគមន៍លោការីតនៃ x គោល a ។

ករណី $a = 10$, $\log_{10} x$ ហៅថា **លោការីតទសភាគ** គេអាចសរសេរដោយងាយ $\log x$

លំហាត់គំរូ គណនា $\log_2 64$, $\log_3 243$ $\log_2 \frac{1}{16}$, $\log_2 1$

ចម្លើយ: គេគណនាតម្លៃលោការីតតាមអនុគមន៍ច្រាស

$$\boxed{a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a x}$$

-ចំពោះ $\log_2 64$

តាង $\log_2 64 = x \Leftrightarrow 64 = 2^x$ ឬ $2^6 = 2^x \Rightarrow x = 6$

. ដើម្បីគណនាគេត្រូវចូលកម្មវិធីចុច MODE 1

បញ្ចូលតម្លៃ $2^6 = 2^x$ ដោយចុច 2 $x^{\blacksquare}$ 6 ▶ ALPHA CALC 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) SHIFT CALC $(SOLVE)$ =

គេបានចម្លើយស្មើនឹង $x = 6$

-ចំពោះ $\log_3 243$

តាង $\log_3 243 = x \Leftrightarrow 243 = 3^x$ ឬ $3^5 = 3^x \Rightarrow x = 5$

. ដើម្បីគណនាគេត្រូវចូលកម្មវិធីចុច MODE 1

បញ្ចូលតម្លៃ $3^5 = 3^x$ ដោយចុច 3 $x^{\blacksquare}$ 5 ▶ ALPHA CALC 3 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) SHIFT CALC $(SOLVE)$ =

គេបានចំលើយស្មើនឹង $x = 5$

-ចំពោះ $\log_2 \frac{1}{16}$

តាង $\log_2 \frac{1}{16} = x \Leftrightarrow \frac{1}{16} = 3^x$ ឬ $2^{-4} = 2^x \Rightarrow x = -4$

ដើម្បីគណនាគេត្រូវចូលកម្មវិធីចុច MODE 1

បញ្ចូលតម្លៃ $2^{-4} = 2^x$ ដោយចុច 2 $x^{\blacksquare}$ − 4 ▶ ALPHA CALC 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) SHIFT CALC $(SOLVE)$ =

គេបានចំលើយស្មើនឹង $x = -4$

-ចំពោះ $\log_2 1$

តាង $\log_2 1 = x \Leftrightarrow 1 = 2^x$ ឬ $2^0 = 2^x \Rightarrow x = 0$

ដើម្បីគណនាគេត្រូវចូលកម្មវិធីចុច MODE 1

បញ្ចូលតម្លៃ $2^0 = 2^x$ ដោយចុច 2 $x^{\blacksquare}$ 0 ▶ ALPHA CALC 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) SHIFT CALC $(SOLVE)$ =

គេបានចម្លើយស្មើនឹង $x = 0$

២.២.លក្ខណៈនៃអនុគមន៍លោការីត

ដោយ $a^1 = a$ នោះ $1 = \log_a a$ ហើយ $a^0 = 1$ នោះ $0 = \log_a 1$

គេបាន $\log_a a = 1$ និង $\log_a 1 = 0$

១–លក្ខណៈទី១:

$-\log_a a^p = p$

$-\log_a a = 1$, $\log_a 1 = 0$, $\log_{\frac{1}{a}} a = -1$

$-a^{\log_a b} = b$

២–លក្ខណៈទី២ (ប្រមាណវិធី):

$-\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$

$-\log_a (\frac{b}{c}) = \log_a b - \log_a c$

$.-\log_a b^k = k\log_a b$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k}\log_a b$

៣–លក្ខណៈទី៣ (រូបមន្តប្តូរគោល):

$-\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (c > 0; c \neq 1)$

$-\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m}\log_a b$

$-\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \ (b \neq 1)$

នៅក្នុងចំណុចនេះដើម្បីយល់អំពីសញ្ញាណលោការីតយើងសិក្សាការគណនាតម្លៃលេខនៃអនុគមន៍នោះដោយប្រើម៉ាស៊ីនគណនាជំនួយក្នុងការគណនាបាន។

សេចក្តីណែនាំអំពីការចូលកម្មវិធីក្នុងម៉ាស៊ីន

ដើម្បីចូលកម្មវិធីបញ្ចូលខាងលើសូមចុច MODE 1

ឧទាហរណ៍ ទី១ គណនា

ក. $\log_2 8$ ខ. $\log_5 125$

ដំណោះស្រាយ

ក. $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$

- .ដោយប្រើម៉ាស៊ីន $CASIO$

ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច MODE 1

បញ្ចូលតម្លៃ $\log_2 8$ ដោយចុច [log■□] [2] [▶] [8] [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 3

ខ. $\log_5 125 = \log_5 5^3 = 3$

-. ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ $\log_5 125$ ដោយចុច [log■□] [5] [▶] [1] [2] [5] [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 3

ឧទាហរណ៍ ទី២ គណនា

ក.$\log_2(4\times16)$ ខ.$\log_2 45+\log_2 2$ គ.$3\log_7 4+2\log_7 8$ ឃ.$\log_2 4+\log_4 2$

ដំណោះស្រាយ

ក.$\log_2(4\times16)=\log_2 4+\log_2 16=\log_2 2^2+\log_2 2^4=2+4=6$

.ដោយប្រើម៉ាស៊ីន*CASIO*

- ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ $\log_2(4\times16)$ ដោយចុច [log■□] [2] [▶] [(] [4] [×] [1] [6] [)]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 6

ខ.$\log_2 45+\log_2 2=\log_2(45\times2)=\log_2 90=6.49$

-. ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ $\log_2 45+\log_2 2$ ដោយចុច [log■□] [2] [▶] [4] [5] [▶] [+] [log■□] [2] [▶] [2] [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 6.49

គ. $3\log_7 4+2\log_7 8=\log_7 4^3+\log_7 8^2=\log_7(64\times64)=4.27$

.ដោយប្រើម៉ាស៊ីន*CASIO*

ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ$3\log_7 4+2\log_7 8$ ដោយចុច [3] [log■□] [7] [▶] [4] [▶] [+] [2] [log■□] [7] [▶] [8] [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 4.27

ឃ.$\log_2 4+\log_4 2=\log_2 2^2+\log_{2^2} 2=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ $\log_2 4+\log_4 2$ ដោយចុច [log■□] [2] [▶] [4] [▶] [+] [log■□] [4] [▶] [2] [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 2.5

ឧទាហរណ៍ ទី៣ គណនា

ក.$\log_5 89$ ខ.$\log_{\sqrt{2}} \sqrt{5}$

ដំណោះស្រាយ

ក .ដោយប្រើម៉ាស៊ីន*CASIO*

ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ $\log_5 89$ ដោយចុច [log▫□] [5] [▶] [8] [9] [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 2.78

ខ. ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ$\log_{\sqrt{2}} \sqrt{5}$ ដោយចុច [log▫□] [√■] [2] [▶] [▶] [√■] [5] [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 2.32

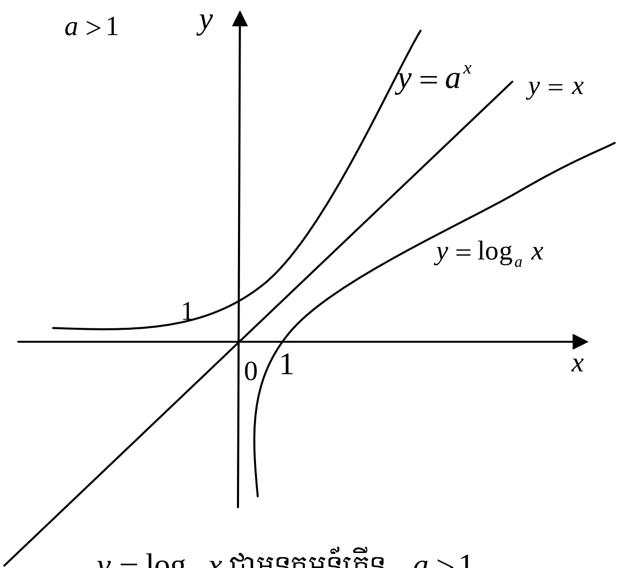
អនុវត្ត គណនា

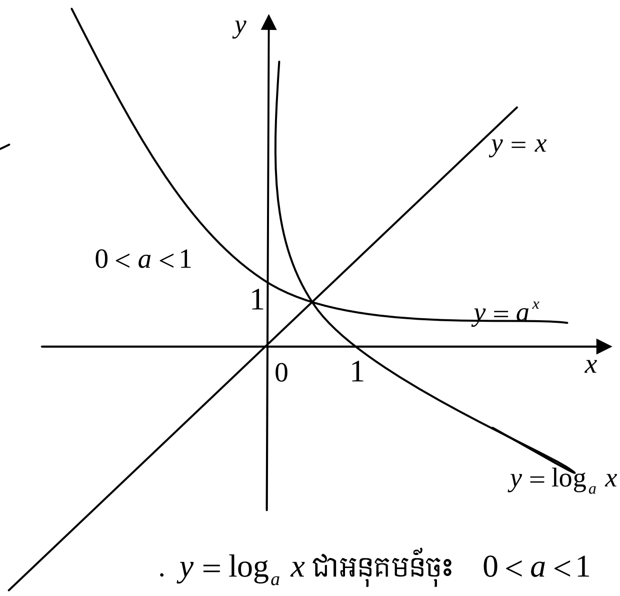
ក.$\log_2(3\times 8)$ ខ.$\log_2(16\times 2)$ គ.$\log_4 5^7$ ឃ.$\log_2 \sqrt[3]{5}$

ង.$3\log_6 4+2\log_6 16$ ច.$\log_2 4+\log_8 2$ ឆ.$\log_4 7^3$

២.៣ ក្រាបនៃអនុគមន៍លោការីត

ជាទូទៅ: អនុគមន៍ $y=a^x$ និង $y=\log_a x$ ដែល $a>0, a\neq 1$ មានក្រាបដូចខាងក្រោម





$y=\log_a x$ ជាអនុគមន៍កើន $a>1$

.$y=\log_a x>0$ ចំពោះ $x>1$

.$y=\log_a x<0$ ចំពោះ $0<x<1$

.$y=\log_a x$ កាត់អ័ក្ស $(x'ox)$ ត្រង់ចំណុច $(1,0)$ ជានិច្ច

. $y=\log_a x$ ជាអនុគមន៍ចុះ $0<a<1$

. $y=\log_a x<0$ ចំពោះ $x>1$

.$y=\log_a x>0$ ចំពោះ $0<x<1$

.$y=\log_a x$ កាត់អ័ក្ស $(x'ox)$ ត្រង់ចំណុច $(1,0)$ ជានិច្ច

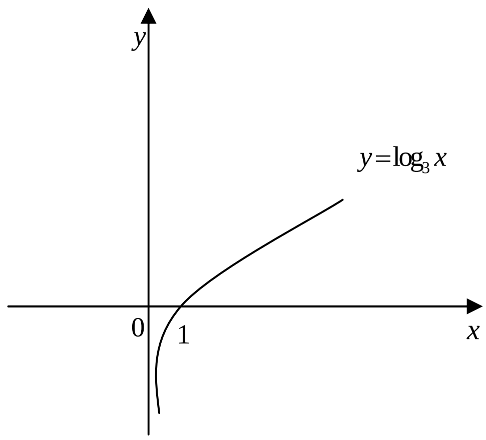
ឧទាហរណ៍ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

ក. $y=\log_3 x$ ខ. $y=\log_3(x-2)$

ចម្លើយ ក. $y=\log_3 x$

ក. សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_3 x$ តារាងតម្លៃត្រូវគ្នានៃ x និង y

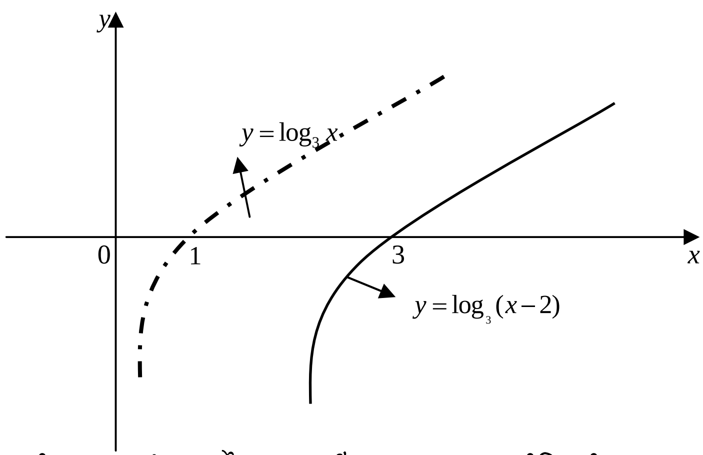
$y=\log_3 x$	
x	y
$1/9$	-2
$1/3$	-1
1	0
9	2



ខ. សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_3(x-2)$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នានៃ x និង y

x	$y=\log_3(x-2)$
$7/3$	-1
3	0
5	1
11	2



ដើម្បីសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_3(x-2)$ ដំបូងគេសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_3 x$ រួចរំកិលចំនួន 2 ឯកតាទៅខាងស្តាំស្របអ័ក្ស $(x'ox)$ គេបាន ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_3(x-2)$ ។

លំហាត់ ចូរសង់ក្រាប នៃអនុគមន៍ ក. $y=\log_7 x$ ខ. $y=\log_{\frac{1}{7}} x$ គ. $y=\log_7(x+3)$

ឃ. $y=-\log_7 x$ ង. $y=\log_7(x+3)$ ច. $y=\log_2(x+1)^2$ ឆ. $y=2-\log_2 x^2$

៣.សមីការនិងវិសមីការលោការីត

៣.១ សមីការលោការីត

-. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ដោយប្រើម៉ាស៊ីន$CASIO$:

ក.$\log_3(2x-6)=2$ ខ.$\log_3(5x+7)=2$ គ. $\log x+\log(x+3)=1$

ឃ.$3\log_5 x-\log_5 4=\log_5 16$

ដំណោះស្រាយ

ក.$\log_3(2x-6)=2$ សមីការមានន័យកាលណា $2x-6>0$ ឬ $x>3$

$\log_3(2x-6)=2 \Rightarrow \log_3(2x-6)=\log_3 3^2$ (តាមនិយមន័យលោការីត)

$2x-6=9 \Leftrightarrow 2x=9+6 \Leftrightarrow x=\dfrac{15}{2}$

.ដោយប្រើម៉ាស៊ីន$CASIO$

ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច MODE 1

បញ្ចូលតម្លៃ ក.$\log_3(2x-6)=2$ ដោយចុច log■□ 3 ▶ 2 ALPHA) −
6 ▶ ALPHA CALC 2 SHIFT CALC $(SOLVE)$ 1 =

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 7.5

ខ.$\log_3(5x+7)=2$ សមីការមានន័យកាលណា $5x+7>0$ ឬ $x>-\dfrac{7}{5}$

$\log_3(5x+7)=2 \Rightarrow \log_3(5x+7)=\log_3 3^2$ (តាមនិយមន័យលោការីត)

$5x+7=9 \Leftrightarrow 5x=9-7 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{5}$

. ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច MODE 1

បញ្ចូលតម្លៃ$\log_3(5x+7)=2$ ដោយចុច log■□ 3 ▶ 5 ALPHA) + 7 ▶ ALPHA CALC 2
SHIFT CALC $(SOLVE)$ 1 =

គេបានចម្លើយស្មើនឹង 0.4

គ.$\log x+\log(x+3)=1$ សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases}x>0\\x+3>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\x>-3\end{cases} \Rightarrow x>0$

សមីការ $\log x+\log(x+3)=1 \quad x\in(0,+\infty)$ (តាមនិយមន័យលោការីត)

$\log\left[x(x+3)\right]=1 \Leftrightarrow x(x+3)=10^1 \Leftrightarrow x^2+3x-10=0 \Leftrightarrow (x+5)(x-2)=0$

$\Rightarrow x=-5; x=2$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ចំពោះ $x=-5$ មិនយក ព្រោះមិនផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌនៃសមីការដែល$x\in(0,+\infty)$

ដូចនេះសមីការមានឫស $x=2$

.ដោយប្រើម៉ាស៊ីន$CASIO$

ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច MODE 1

បញ្ចូលតម្លៃ $\log x+\log(x+3)=1$ ដោយចុច

[log] [ALPHA] [)] [)] [+] [log] [ALPHA] [)] [+] [3] [)] [ALPHA] [CALC] [1] [SHIFT] [CALC] $(SOLVE)$ [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង $x=2$

ឃ. ដើម្បីចូលកម្មវិធីចុច [MODE] [1]

បញ្ចូលតម្លៃ $3\log_5 x-\log_5 4=\log_5 16$ ដោយចុច [3] [log▪□] [5] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [log▪□] [5] [▶] [4] [▶] [ALPHA] [CALC] [log▪□] [5] [▶] [1] [6] [SHIFT] [CALC] $(SOLVE)$ [=]

គេបានចម្លើយស្មើនឹង $x=4$

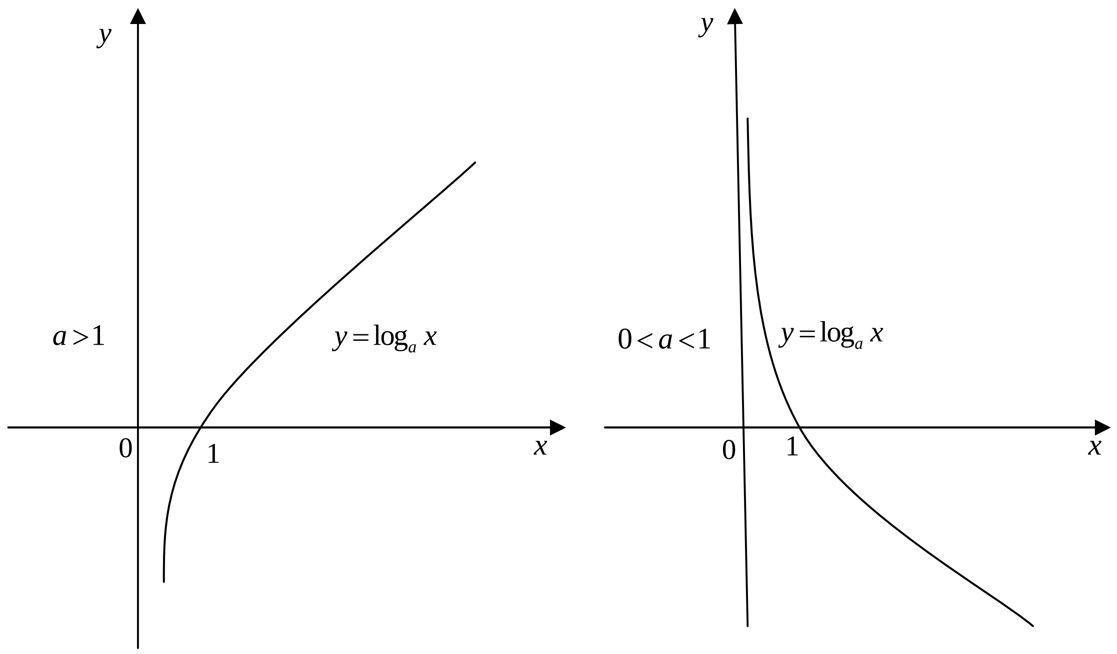
អនុវត្តន៍ ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

$a.\ \log_3(2x-6)=2$ $b.\ \log_4(x^2-6x)=2$ $c.\ \log_2(x^2-5)^2=0$ $d.\ \log_2(x+1)+\log_2 x=1$

$e.\ \log_4(x^2-3x-10)=\log_4(2x-4)$ $f.\ \log_2(2x-3)+\log_2(x^2-3x+2)+1=0$

$g.\ \log_2^2 x-5\log_2 x+6=0$ $i.\ \log_{\frac{1}{5}}(\frac{2+x}{10})=\log_{\frac{1}{5}}(\frac{2}{x+1})$ $j.\ 4\log_9 x+\log_x 3=3$

៣.២ វិសមីការលោការីត



ជាទូទៅ -បើ $a>1$ វិសមីការ $\log_a f(x)<\log_a g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\f(x)<g(x)\end{cases}$

-បើ $0<a<1$ វិសមីការ $\log_a f(x)<\log_a g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\f(x)>g(x)\end{cases}$

ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម

ក. $\log_9 x>\frac{3}{2}$ ខ. $\log_8(3x-1)<\log_8(x+5)$ គ. $\log_{\frac{1}{2}}12<\log_{\frac{1}{2}}(5x-3)$

ដំណោះស្រាយ

ក. $\log_9 x > \frac{3}{2}$ វិសមីការមានន័យកាលណា $x > 0$

$\log_9 x > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_9 x > \log_9 9^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x > 9^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x > 27$

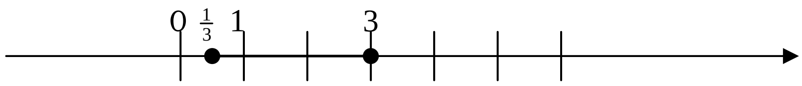
ដូចនេះវិសមីការមានសំនុំឫស $x \in (27, +\infty)$

ខ. $\log_8(3x-1) < \log_8(x+5)$ វិសមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases} 3x-1>0 \\ x+5>0 \end{cases}$ ឬ $x > \frac{1}{3}$

$\log_8(3x-1) < \log_8(x+5) \Rightarrow 3x-1 < x+5$

$$2x < 6 \Rightarrow x < 3$$

បកស្រាយតាមក្រាបភិច

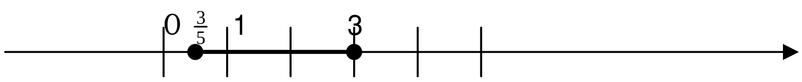


ដូចនេះវិសមីការមានចម្លើយ $x \in (\frac{1}{3}, 3)$ ។

ខ . $\log_{\frac{1}{2}} 12 < \log_{\frac{1}{2}}(5x-3)$ វិសមីការមានន័យកាលណា $5x-3>0$ ឬ $x > \frac{3}{5}$

$\log_{\frac{1}{2}} 12 < \log_{\frac{1}{2}}(5x-3) \Leftrightarrow 12 > 5x-3$ (ប្តូរទិសដៅវិសមីការ ព្រោះគោល $\frac{1}{2} < 1$)

$5x < 15 \Rightarrow x < 3$



ដូចនេះវិសមីការមានចម្លើយ $x \in (\frac{3}{5}, 3)$ ។

លំហាត់ ដោះស្រាយវិសមីការ

ក. $\log_5(x^2-6) > \log_5 x$ ខ. $\log_8 x < -2$ គ. $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 0$

ឃ. $\log_x 27 \geq 3$

៤.អនុវត្តន៍លើអនុគមន៍លោការីត

៤.១ តម្លៃកើនតាមឆ្នាំ

ឧទាហរណ៍ៈសុធាបានយកប្រាក់2 925 000 រៀលទៅផ្ញើនៅធានាគារមួយដោយទទួលបានការប្រាក់ 4% ក្នុង មួយឆ្នាំ ។ធានាគាទូទាត់ការប្រាក់១ឆមាសម្តង ។តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំទើបប្រាក់របស់គាត់កើនដល់ 3 705 000រៀល?

ដំណោះស្រាយ

តាមរូបមន្ត $A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$, $P = 2\ 925\ 000,\quad r = \frac{10}{100} = 0.10,\quad A = 3\ 705\ 000$

$$3\ 705\ 000 = 2\ 925\ 000\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2t}$$

$$\frac{3\ 705\ 000}{2\ 925\ 000} = 1.05^{2t}$$

$$\log 1.26667 = \log 1.05^{2t}$$

ដោយប្រើម៉ាស៊ីន $CASIO\quad t = \frac{\log 1.26667}{2\log 1.05} \approx 2.42$

ដូចនេះរយៈពេល $t = 2.42$ ឆ្នាំទើបប្រាក់របស់គាត់កើនដល់ 3 705 000 រៀល

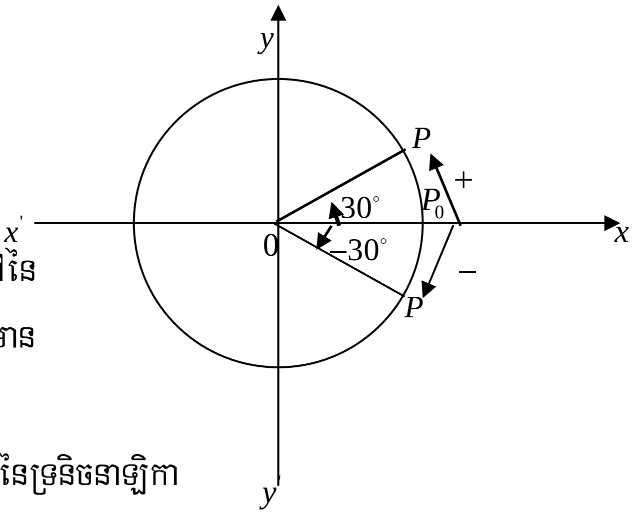
ជំពូក ៣

អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

មេរៀនទី១ អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

១.រង្វាស់មុំ

១.១ការកំណត់មុំមានទិសដៅ:



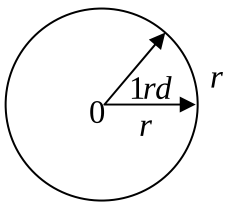
វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OP_0}$ និង $\overrightarrow{OP}$ បង្កើតបានមុំតាមករណីដូចខាងក្រោម:

-ក្នុងករណីវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OP}$ វិលច្រាសនឹងទិសដៅនៃទ្រនិចនាឡិកា មុំដែលបង្កើតបានជាមុំវិជ្ជមាន $\left(\overrightarrow{OP_0}\ ,\overrightarrow{OP}\right)=30^\circ$ ។

-ក្នុងករណីវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OP}$ វិលស្របនឹងទិសដៅនៃទ្រនិចនាឡិកា មុំដែលបង្កើតបានជាមុំអវិជ្ជមាន $\left(\overrightarrow{OP_0},\overrightarrow{OP}\right)=-30^\circ$ ។

១.២ រង្វាស់មុំគិតជារ៉ាដ្យង់:

និយមន័យ:1រ៉ាដ្យង់គឺជារង្វាស់មុំផ្ចិតដែលស្កាត់ធ្នូមួយមានប្រវែងស្មើនឹងកាំនៃរង្វង់ ហើយគេកំណត់សរសេរ 1rd ។



1ដឺក្រេ=$\frac{\pi}{180}$រ៉ាដ្យង់ , 1រ៉ាដ្យង់=$\frac{180}{\pi}$ដឺក្រេ

ឧទាហរណ៍: ប្តូរមុំ $30^\circ,\ 45^\circ,\ 150^\circ$ ជារ៉ាដ្យង់ និងប្តូរមុំ $\frac{\pi}{5},\ \frac{2\pi}{3},\ 3\pi$ ជាដឺក្រេ ។

ចម្លើយ

$$\frac{\pi}{180}\times 30=\frac{\pi}{6}\ ,\quad \frac{\pi}{180}\times 45=\frac{\pi}{4}\ ,\quad \frac{\pi}{180}\times 150=\frac{5\pi}{6}$$

$$\frac{180^\circ}{\pi}\times\frac{\pi}{5}=36^\circ\ ,\quad \frac{180^\circ}{\pi}\times\frac{2\pi}{3}=120^\circ\ ,\quad \frac{180^\circ}{\pi}\times 3\pi=540^\circ$$

របៀបប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ: តាមឧទាហរណ៍ខាងលើ យើងបាន:

ប្តូរ 30° ជារ៉ាដ្យង់ ។

-ប្រើការគណនាតាម Casio MODE 1

-ប្រើ SHIFT MODE 1 (Math I0)

-កំណត់រ៉ាដ្យង់តាម SHIFT MODE 4 (Rad)

-យកទម្រង់ទសភាគពីរខ្ទង់ SHIFT MODE 6 (Fix) 2

-បញ្ចូលលេខ 30 3 0

-បញ្ចូលDRG SHIFT Ans (DRG▸) 1

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

-បានចម្លើយគឺ $30^{0}=\frac{\pi}{6}$

(ធ្វើប្រមាណវិធីដូចគ្នាចំពោះ 45° និង 150°)

-ប្តូរមុំ $\frac{\pi}{5}$ ជាដឺក្រេ:

ចម្លើយ : ជាដំបូងយើងត្រូវជ្រើសរើសDeg (degree) នៅពេល SET UP

-ប្រើការគណនាតាម MODE 1

-យើងប្រើ SHIFT MODE 1 (Math IO)

-ប្រើ SHIFT MODE 3 (Deg)

-ចុច SHIFT MODE 8 (Norm) 2

-បញ្ចូល $\frac{\pi}{5}$ ▭ SHIFT ×10ˣ (π) ▼ 5 ▶

-បញ្ចូល DRG SHIFT Ans (DRG▸) 2

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

-បានចម្លើយគឺ $\frac{\pi}{5}=36^{0}$

(ដោះស្រាយរបៀបដូចគ្នាចំពោះ $\frac{2}{3}\pi$ និង3π)

ប្រតិបត្តិ: ប្តូរមុំពីរ៉ាដ្យង់ទៅជាដឺក្រេ: $\frac{4\pi}{3}$, $-\frac{4\pi}{3}$, $\frac{7\pi}{4}$, $\frac{-7\pi}{2}$ ។

២.អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

២.១ ស៊ីនុស កូស៊ីនុស តង់សង់

ជាទូទៅ គេបានស៊ីនុស កូសស៊ីនុស តង់សង់និងកូតង់សង់ ជាអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ ។

គេអាចសង់ជាតារាង ចំពោះតម្លៃមុំដែលប្រើញឹកញាប់ខ្លះៗ :

ដឺក្រេ	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	330	360
រ៉ាដ្យង់	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

របៀបប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខក្នុងការបំពេញតារាងខាងលើៈ-វាយបញ្ចូល $x\times\left(\frac{\pi}{180}\right)$

ALPHA) × (▤ SHIFT ×10ˣ (π) ▼ 1 8 0 ▶)

-ចុច CALC

-បញ្ចូលតម្លៃ xទីមួយៗពីតារាងដែលឱ្យខាងលើ

-ចាប់ផ្តើមដោយលេខ 0 0 = =

-បន្ទាប់មកបញ្ចូលលេខ 30 3 0 = =

-ហើយបន្ទាប់មកលេខ 45 4 5 = =...

ហើយចេះតែបញ្ចូលលេខដែលគេចង់បានជាបន្តបន្ទាប់ ។

២.២ សញ្ញានៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

តារាងសង្ខេប

	I	II	III	IV
➢ $\sin\alpha$	+	+	-	-
➢ $\cos\alpha$	+	-	-	+
➢ $\tan\alpha$	+	-	+	-
➢ $\cot\alpha$	+	-	+	-

៣.លក្ខណៈនៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

៣.១ **ទំនាក់ទំនងសំខាន់ៗ**

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1;\ 1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}\ ;\ 1+\cot^2\theta=\frac{1}{\sin^2\theta}$$

៣.២_**អនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រនៃមុំ θ និង $\theta+2k\pi$:**

$\sin(\theta+2k\pi)=\sin\theta$; $\cos(\theta+2k\pi)=\cos\theta$

$\tan(\theta+k\pi)=\tan\theta$; $\cot(\theta+k\pi)=\cot\theta$, $k\in Z$

៣.៣ **មុំផ្ទុំ**

ក.មុំផ្ទុយគ្នា θ និង $-\theta$:

រូបមន្ត

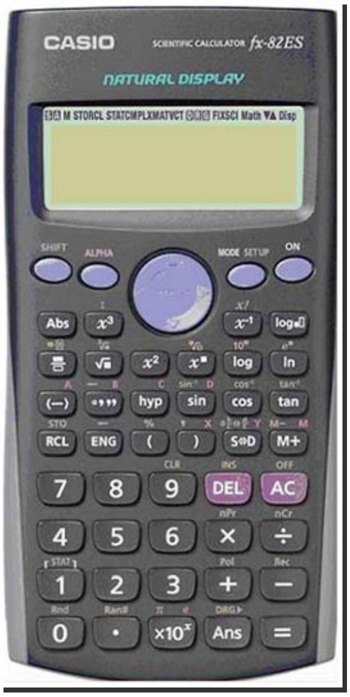
$$\boxed{\begin{array}{ll}\sin(-\theta)=-\sin\theta, & \cos(-\theta)=\cos\theta\\ \tan(-\theta)=-\tan\theta, & \cot(-\theta)=-\cot\theta\end{array}}$$

ឧទាហរណ៍:

$$\sin(-60^\circ)=-\sin(60^\circ)=-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos(-60^\circ)=\cos(60^\circ)=\frac{1}{2}$$

$$\cot(-60^\circ)=-\cot(60^\circ)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

របៀបរកមុំខាងលើតាម CASIO:



ចំពោះ $\sin(-60^{\circ})$:

-ចុច MODE 1

-ជ្រើសរើសដឺក្រេ SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលចំនួនដែលត្រូវរក sin − 6 0)

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

ចំពោះ $\cos(-60^{\circ})$:

-ចុច MODE 1

-ជ្រើសយកដឺក្រេ SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលតម្លៃដែលត្រូវរក cos − 6 0)

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

ចំពោះ $\cot(-60)$:

-ចុច MODE 1

-ជ្រើសយកដឺក្រេ SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលតម្លៃ ដែលត្រូវរក ▭ 1 ▼ tan − 6 0)

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

ខ.មុំបំពេញ $\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ និងθ:

រូបមន្ត:

$$\boxed{\begin{array}{l}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta\ \ ,\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta\\ \tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cot\theta\ \ ,\ \ \cot\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\tan\theta\end{array}}$$

ឧទាហរណ៍: គណនា $\sin(60^{\circ})=\cos(30^{\circ})=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=\cot\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$ ។

របៀបគណនាតាមCASIO:

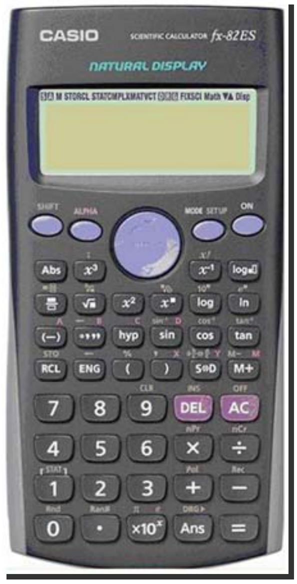
ចំពោះ $\sin(60^{\circ})$:

-ចុច MODE 1

-រើសយកដឺក្រេ SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលតម្លៃ [sin] [6] [0] [)]

-ចុចសញ្ញាស្មើ [=]



ចំពោះ $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$

-ចុច [MODE] [1]

-រើសយករ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] (SET UP) [4]

-បញ្ចូលតម្លៃ [tan] [▭] [SHIFT] [×10ˣ] [▼] [3] [▶] [)]

-ចុចសញ្ញាស្មើ [=]

គ. មុំបន្ថែម $(\pi-\theta)$ និង θ :

រូបមន្ត

$$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta\ ,\ \cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$$
$$\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta\ ,\ \cot(\pi-\theta)=-\cot\theta$$

ឧទាហរណ៍:

$$\sin 135^\circ=\sin\left(180^\circ-45^\circ\right)=\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{20\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{20\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{2\pi}{3}+6\pi\right)=\cos\frac{2\pi}{3}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$$

របៀបគណនាតាមCASIO:

រកតម្លៃ $\sin 135^\circ=?$

-ចុច [MODE] [1]

-រើសយកដឺក្រេ [SHIFT] [MODE] (SET UP) [3]

-បញ្ចូលតម្លៃត្រូវរក [sin] [1] [3] [5] [)]

-ចុចសញ្ញាស្មើ [=]

រកតម្លៃ $\cos\left(-\frac{20\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{20\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{2\pi}{3}+6\pi\right)=\cos\frac{2\pi}{3}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$

-ចុច [MODE] [1]

-រើសយករ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] (SET UP) [4]

-បញ្ចូលតម្លៃត្រូវរក COS − ▭/▭ 2 0 SHIFT $\times 10^x$ ▼ 3 ▶)

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

ឃ. មុំដែលមានផលសងស្មើ π

រូបមន្ត:

$$\boxed{\begin{array}{l}\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta\ ;\ \cos(\pi+\theta)=-\cos\theta\\ \tan(\pi+\theta)=\tan\theta\ ;\ \ \cot(\pi+\theta)=\cot\theta\end{array}}$$

ឧទាហរណ៍:

$$\sin 210^\circ=\sin\left(180^\circ+30^\circ\right)=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$$

$$\tan\frac{7\pi}{2}=\tan\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

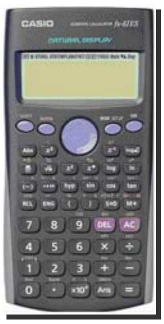
របៀបគណនាតាមCASIOធ្វើដូចក្នុង គ. ដែរ ។

ង. មុំដែលមានផលសងស្មើ $\frac{\pi}{2}$

រូបមន្ត:

$$\boxed{\begin{array}{l}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos(-\theta)=\cos\theta,\\ \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(-\theta)=-\sin\theta,\\ \tan\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cot(-\theta)=-\cot\theta,\\ \cot\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\tan(-\theta)=-\tan\theta\end{array}}$$

ឧទាហរណ៍: គណនា $\dfrac{\cos\left(-288^\circ\right)\cot 72^\circ}{\tan\left(-162^\circ\right)\sin 108^\circ}-\tan 18^\circ$ ។



ចម្លើយ:

$$\frac{\cos\left(-288^\circ\right)\cot 72^\circ}{\tan\left(-162^\circ\right)\sin 108}-\tan 18^\circ=\frac{\cot\left(-360^\circ+72^\circ\right)\cot 72^\circ}{\tan\left(-180^\circ+18^\circ\right)\sin\left(90^\circ+18^\circ\right)}-\tan 18^\circ$$

$$=\frac{\cos 72^\circ\tan 18^\circ}{\tan 18^\circ\cos 18^\circ}-\tan 18^\circ=\frac{\cos\left(90^\circ-18^\circ\right)\tan 18^\circ}{\tan 18^\circ\cos 18^\circ}-\tan 18^\circ$$

$$=\frac{\sin 18^\circ}{\cos 18^\circ}-\tan 18^\circ=\tan 18^\circ-\tan 18^\circ=0$$

របៀបគណនាតាមCASIO:

-ចុច MODE 1

-រើសយកដឺក្រេ SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ cos − 2 8 8) ▼ tan − 1 6 2) × sin 1 0 8) × tan 7 2) ▶ − tan 1 8)

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

៤.សិក្សាអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ:

៤.១ អថេរភាពនិងក្រាបនៃអនុគមន៍ y=sinx

ឧទាហរណ៍:សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=2\sin x$ លើចន្លោះ $[0,2\pi]$ ។

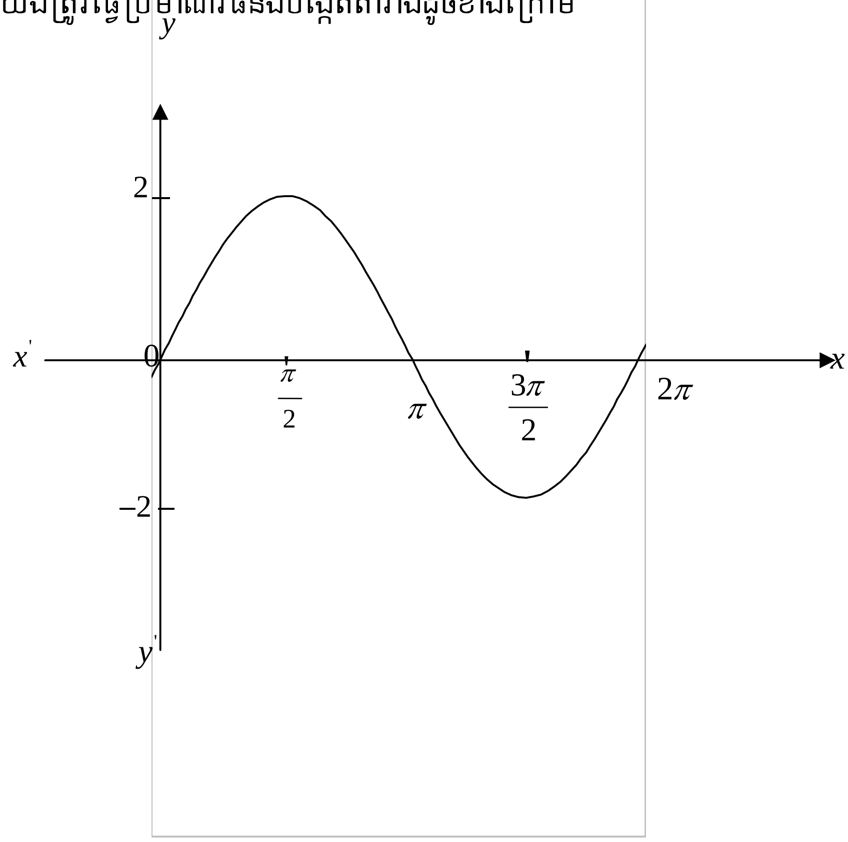
ដែនកំណត់: អនុគមន៍y=2sinx មានដែនកំណត់ D=**R** ។អនុគមន៍ y=2sinx មានខួប $T=2\pi$ ។

ភាពគូនិងសេស: $x\in D\ ,-x\in D$ ហើយ $f(-x)=2\sin(-x)=-2\sin x=-f(x)$ ។

ដូចនេះ y=2sinx ជាអនុគមន៍សេស ។គេបានតារាងអថេរភាពដូចខាងក្រោម:

x	**0**	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
2sinx	0 ↗	**2** ↘	**0** ↘	**-2** ↗	**0**

សង់ក្រាប:



របៀបប្រើCASIO:

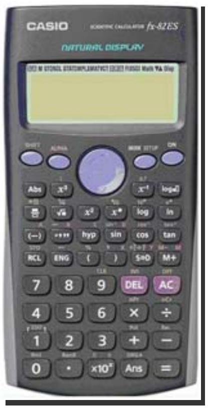
ដើម្បីគូសខ្សែកោងខាងលើយើងត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីនិងបង្កើតតារាងដូចខាងក្រោម

-ជ្រើសរើសដឺក្រេ [SHIFT] [MODE] (SET UP) [3]

-បញ្ចូលតារាង [MODE] [7]

-បញ្ចូលអនុគមន៍ [2] [sin] [ALPHA] [)] [)] [=]

បន្ទាប់មកត្រូវតែបង្កើតតារាងតម្លៃលេខ។ពេលដែល screen បង្ហាញ “Start?” The fx-991ES អាចអនុញ្ញាតឱ្យបញ្ចូលក្នុងការគណនាតែ 30តម្លៃដើម្បីរៀបចំជាតារាង ហើយយើងត្រូវជ្រើសរើសយកតម្លៃចាប់ផ្តើមចំពោះ x តម្លៃបញ្ចប់ចំពោះ x និងជំហានរបស់វា។



-បញ្ចូលលេខ 0 ជាតម្លៃចាប់ផ្តើម [0] [=]

-បញ្ចូលលេខ 360 ជាតម្លៃបញ្ចប់ [3] [6] [0] [=]

-បញ្ចូលលេខ 10ជាតម្លៃជំហាន [1] [0] [=]

-ប្រើប្រាស់តម្លៃលេខនៃតារាង ▶ ▲ ▼ ▼ ▼ ▼ etc.

យើងបង្កើតបានតារាងខាងក្រោម៖

x	F(x)
0	0
10	0.3472
20	0.684
30	1
40	1.2855
50	1.532
60	1.732
70	1.8793
80	1.9696
90	2
100	1.9696
110	1.8793
120	1.732
130	1.532
140	1.2855
150	1
160	0.684
170	0.3472
180	0
190	-0.347
200	-0.684
210	-1
220	-1.285
230	-1.532
240	-1.732
250	-1.879
260	-1.969
270	-2
280	-1.969
290	-1.879
300	-1.732
310	-1.532
320	-1.285
330	-1
340	-0.684
350	-0.347
360	0

៤.២.អថេរភាពនិងក្រាបនៃអនុគមន៍ y=cosx

ឧទាហរណ៍: សិក្សាអថេភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ y=2cosx ។

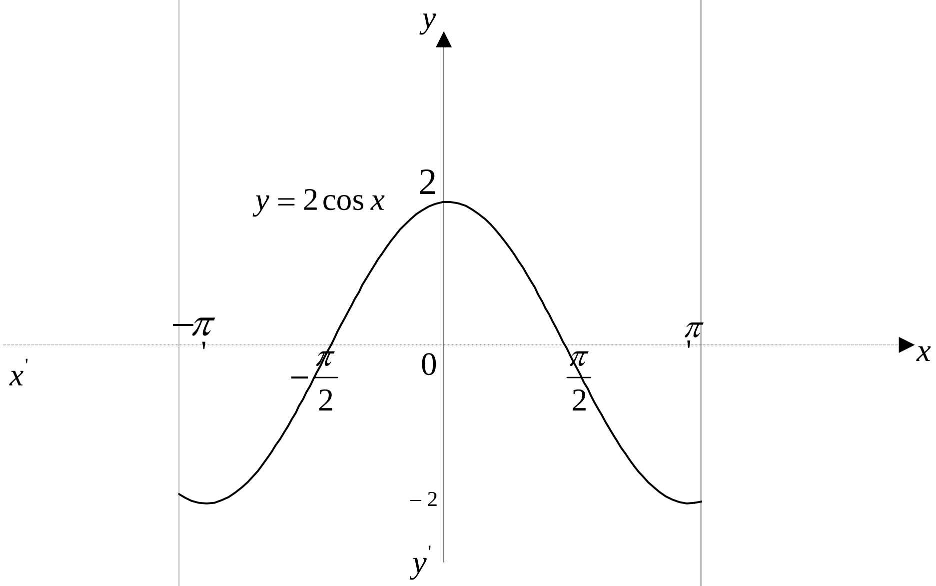
ដែនកំណត់ អនុគមន៍ y=2cosx មានដែនកំណត់ $D=\mathbf{R}$ ។អនុគមន៍ y=2cosx មានខួប $T=2\pi$ ។

$x\in D, -x\in D$ ហើយ $f(-x)=2\cos(-x)=2\cos x=f(x)$ ដូចនេះy=2cosxជាអនុគមន៍គូ ។

តារាងអថេរភាព

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	**0**	$\frac{\pi}{2}$	π
2cosx	**-2**	**0**	**2**	**0**	**-2**

សង់ក្រាបៈ



របៀបប្រើតាមCASIO:

ដើម្បីគូសខ្សែកោងខាងលើយើងត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីនិងបង្កើតតារាងដូចខាងក្រោម

-ជ្រើសរើសដឺក្រេក្នុង SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលតារាង MODE 7

-បញ្ចូលអនុគមន៍ 2cosx 2 cos ALPHA)) =

បន្ទាប់មកត្រូវតែបង្កើតតារាងតម្លៃលេខ ។ពេលដែល screen បង្ហាញ “Start?” The fx-991ES អាចអនុញ្ញាត អោយបញ្ចូលក្នុងការគណនាតែ 30តម្លៃដើម្បីរៀបចំជាតារាង ហើយយើងត្រូវជ្រើសរើសយកតម្លៃចាប់ផ្តើម ចំពោះ x តម្លៃបញ្ចប់ចំពោះ x និងជំហានរបស់វា ។

-បញ្ចូលលេខ -180 ជាតម្លៃចាប់ផ្តើម − 1 8 0 =

-បញ្ចូលលេខ180 ជាតម្លៃបញ្ចប់ 1 8 0 =

-បញ្ចូលលេខ10 ជាតម្លៃជំហាន 1 0 =

-ប្រើប្រាស់តម្លៃលេខនៃតារាង ▶ ▲ ▼ ▼ ▼ ▼ etc.

យើងបង្កើតបានតារាងខាងក្រោមៈ

x	F(x)
-180	-2
-170	-1.969
-160	-1.879
-150	-1.732
-140	-1.532
-130	-1.285
-120	-1
-110	-0.684
-100	-0.347
-90	0
-80	0.3472
-70	0.684
-60	1
-50	1.2855
-40	1.532
-30	1.732
-20	1.8793
-10	1.9696
0	2
10	1.9696
20	1.8793
30	1.732
40	1.532
50	1.2855
60	1
70	0.684
80	0.3472
90	0
100	-0.347
110	-0.684
120	-1
130	-1.285
140	-1.532
150	-1.732
160	-1.879
170	-1.969
180	-2

៤.៣. អថេរភាពនិងក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = \tan x$

ឧទាហរណ៍: សិក្សាអថេភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = \frac{1}{2}\tan x$ ។

ដែនកំណត់: អនុគមន៍y=tanx មានដែនកំណត់ $D = \mathbf{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ $\left(k \in \mathbf{Z}\right)$ ។

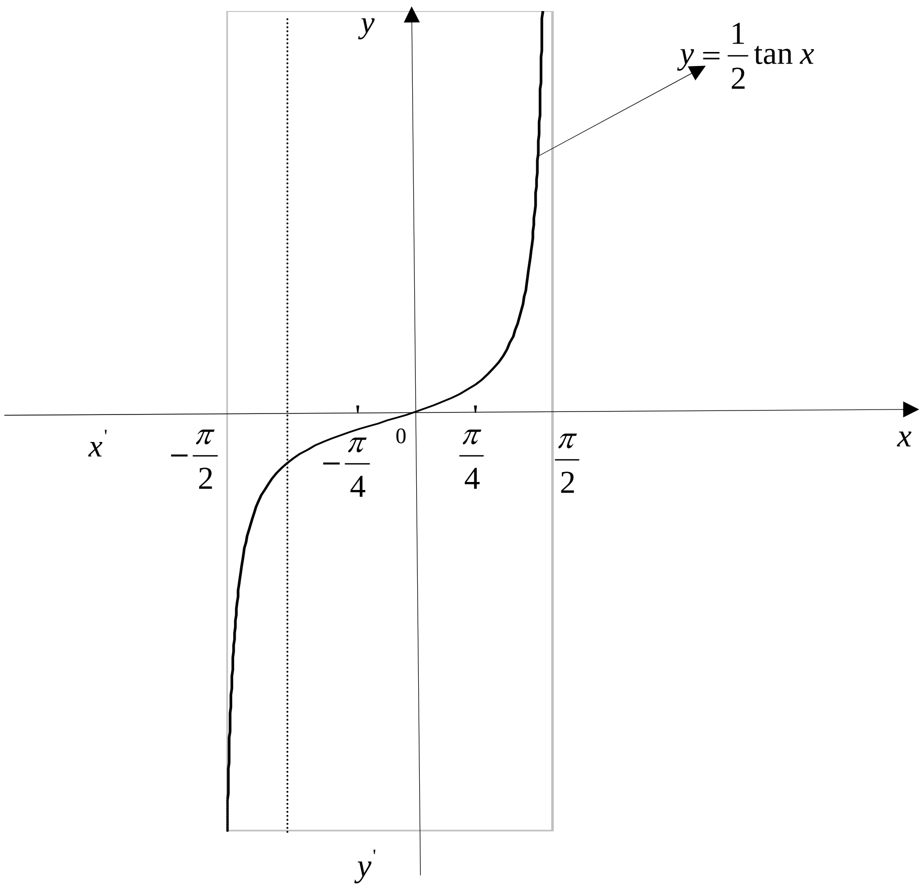
ខួប: អនុគមន៍ $y = \frac{1}{2}\tan x$ មានខួប $T = \pi$ ។

គេដឹងថា $\forall x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi, k \in \mathbf{Z} \Rightarrow \frac{1}{2}\tan(-x) = -\frac{1}{2}\tan x = -f(x)$ ជាអនុគមន៍សេស ។

តារាងអថេរភាព:

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	**0**	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{1}{2}\tan x$	$-\infty$ ↗	$-\frac{1}{2}$ ↗	0 ↗	$\frac{1}{2}$ ↗	$+\infty$

សង់ក្រាប:



របៀបសង់ក្រាបតាមCASIO:

ដើម្បីគូសខ្សែកោងខាងលើយើងត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីនិងបង្កើតតារាងដូចខាងក្រោម

-ជ្រើសរើសជីក្រេក្នុង SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលតារាង MODE 7

-បញ្ចូលអនុគមន៍ $\frac{1}{2}\tan x$ ▭ 1 ▼ 2 ▶ tan ALPHA)) =

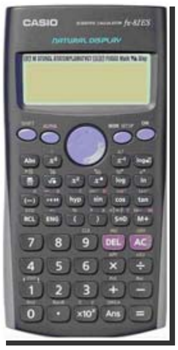
បន្ទាប់មកត្រូវតែបង្កើតតារាងតម្លៃលេខ ។ពេលដែល screen បង្ហាញ "Start?" The fx-991ES អាចអនុញ្ញាតឱ្យបញ្ចូលក្នុងការគណនាតែ30តម្លៃដើម្បីរៀបចំជាតារាង ហើយយើងត្រូវជ្រើសរើសយកតម្លៃចាប់ផ្តើមចំពោះ x តម្លៃបញ្ចប់ចំពោះ x និងជំហានរបស់វា ។

-បញ្ចូលលេខ-90ជាតម្លៃចាប់ផ្តើម [−] [9] [0] [=]

-បញ្ចូលលេខ 90 ជាតម្លៃបញ្ចប់ [9] [0] [=]

-បញ្ចូលលេខ10 ជាតម្លៃជំហាន [1] [0] [=]

-ប្រើប្រាស់តម្លៃលេខនៃតារាង ▶ ▲ ▼ ▼ ▼ ▼ etc.



យើងបង្កើតបានតារាងខាងក្រោម:

x	F(x)
-90	[illegible]
-80	-2.835
-7 0	-1.373
-60	-0.866
-50	-0.595
-4 0	-0.419
-30	-0.288
-20	-0.181
-10	-0.088
0	0
10	0.0881
20	0.1819
30	0.2886
40	0.4195
50	0.5958
60	0.866
70	1.3737
80	2.8356
90	[illegible]

៤.៤អថេរភាពនិងក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\cot x$

ដែនកំណត់: គេដឹងថា $\cot x=\frac{\cos x}{\sin x}$ ។

ដូចនេះអនុគមន៍កូតង់សង់កំណត់និងជាប់ចំពោះគ្រប់ $x\neq k\pi$, $(k\in\mathbf{Z})$

ខួប: y=cotxជាអនុគមន៍ដែលមានខួប $p=\pi$ ។យើងសិក្សាអនុគមន៍y=cotxលើចន្លោះ

$(k\pi,(k\pi+\pi)),(k\in\mathbf{Z})$ បានដោយរំកិលមែកលើ$(0,\pi)$ ចំនួនπ តាម$(x'x)$ ។

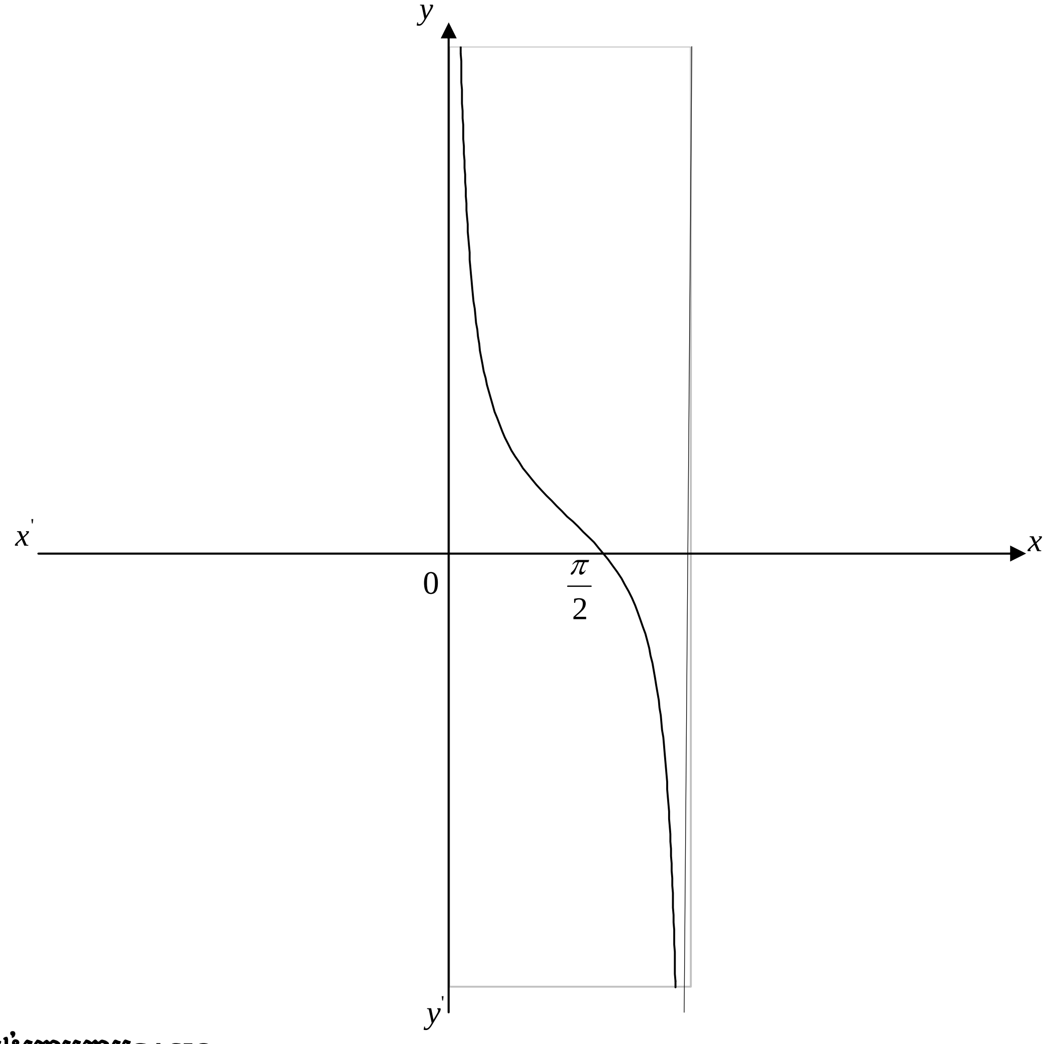
ភាពសេស: ដោយ $\cot(-x)=-\cot x\Rightarrow y=\cot x$ ជាអនុគមន៍សេស ។ក្រាបនៃអនុគមន៍ y=cotx មាន

គល់ 0ជាផ្ចិតឆ្លុះ ។យើងសិក្សាអនុគមន៍ y=cotx លើចន្លោះ $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ ។

គេបានតារាងអថេរភាពដូចខាងក្រោម៖

x	0	$\frac{\pi}{2}$
cotx	$+\infty$ ↘	0

សង់ក្រាប៖



របៀបសង់ក្រាបតាមCASIO

ដើម្បីគូសខ្សែកោងខាងលើយើងត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីនិងបង្កើតតារាងដូចខាងក្រោម

-ជ្រើសរើសដឺក្រេក្នុង mode SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលតារាង MODE 7

-បញ្ចូលអនុគមន៍ $\cot x$ ▭ cos ALPHA)) ▼ sin ALPHA)) =

បន្ទាប់មកត្រូវតែបង្កើតតារាងតម្លៃលេខ ។ពេលដែលscreenបង្ហាញ “Start?” The fx-991ES អាចអនុញ្ញាតឱ្យបញ្ចូលក្នុងការគណនាតែ 30តម្លៃដើម្បីរៀបចំជាតារាង ហើយយើងត្រូវជ្រើសរើសយកតម្លៃចាប់ផ្តើមចំពោះ x តម្លៃបញ្ចប់ចំពោះ x និងជំហានរបស់វា ។

-បញ្ចូលលេខ 0ជាតម្លៃចាប់ផ្តើម $\boxed{0}$ $\boxed{=}$

-បញ្ចូលលេខ 90 ជាតម្លៃបញ្ចប់ $\boxed{9}$ $\boxed{0}$ $\boxed{=}$

-បញ្ចូលលេខ10 ជាតម្លៃជំហាន $\boxed{1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{=}$

-ប្រើប្រាស់តម្លៃលេខនៃតារាង ▶ ▲ ▼ ▼ ▼ ▼ etc.

យើងបង្កើតបានតារាងខាងក្រោម:

x	F(x)
0	□
10	5.6712
20	2.7474
30	1.732
40	1.1917
50	0.8390
60	0.5773
70	0.3639
80	0.1763
90	0

មេរៀនទី២ រូបមន្តត្រីកោណមាត្រ

១.រូបមន្តផលបូកនិងផលដក

១.១.រូបមន្ត $\cos(\alpha-\beta)$ និង $\cos(\alpha+\beta)$

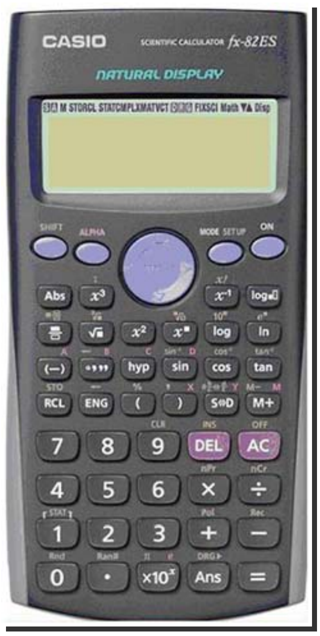
$$\boxed{\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta} \quad (1)$$

$$\boxed{\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta} \quad (2)$$

ឧទាហរណ៍

$$\cos15^\circ=\cos\left(60^\circ-45^\circ\right)=\cos60^\circ\cos45^\circ+\sin60^\circ\sin45^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$ ។



ការប្រើCASIOក្នុងការរក $\cos15^0=?$

-ចុច MODE 1

-ចុចជ្រើសរើសដឺក្រេ SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលលេខដែលត្រូវរក COS 1 5

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

១.២.រូបមន្តៈ $\sin(\alpha+\beta)$ និង $\sin(\alpha-\beta)$

$$\boxed{\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha} \quad (3)$$

$$\boxed{\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha} \quad (4)$$

ឧទាហរណ៍: គណនា $\dfrac{\sin 9^\circ \cos 39^\circ - \cos 9^\circ \sin 39^\circ}{\cos\dfrac{3\pi}{7}\cos\dfrac{5\pi}{28}+\sin\dfrac{3\pi}{7}\sin\dfrac{5\pi}{28}}$ ។

ចម្លើយ: $\dfrac{\sin 9^\circ \cos 39^\circ - \cos 9^\circ \sin 39^\circ}{\cos\dfrac{3\pi}{7}\cos\dfrac{5\pi}{28}+\sin\dfrac{3\pi}{7}\sin\dfrac{5\pi}{28}} = \dfrac{\sin\left(9^\circ - 39^\circ\right)}{\cos\left(\dfrac{12\pi}{28}-\dfrac{5\pi}{28}\right)} = \dfrac{\sin\left(-30^\circ\right)}{\cos\dfrac{\pi}{4}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

ការគណនាតាមCASIO:

-ចុច [SHIFT] [MODE] (SET UP) [3]

-បញ្ចូលចំនួនដែលត្រូវគណនា [▭/▭] [sin] [9] [)] [×] [cos] [3] [9] [)] [−] [cos] [9] [)] [×] [sin] [3] [9] [)] [▼] [cos] [▭/▭] [5] [4] [0] [▼] [7] [▶] [)] [×] [cos] [▭/▭] [9] [0] [0] [▼] [2] [8] [▶] [)] [+] [sin] [▭/▭] [5] [4] [0] [▼] [7] [▶] [)] [×] [sin] [▭/▭] [9] [0] [0] [▼] [2] [8] [▶] [)]

-ចុចសញ្ញាស្មើ [=] ។

១.៣ រូបមន្ត $\tan\left(\alpha+\beta\right)$ និង $\tan\left(\alpha-\beta\right)$ **:**

$$\boxed{\tan\left(\alpha+\beta\right)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}} \qquad (5)$$

ឧទាហរណ៍ទី១

$$\tan 105^\circ = \tan\left(60^\circ+45^\circ\right)=\frac{\tan 60^\circ+\tan 45^\circ}{1-\tan 60^\circ \tan 45^\circ}=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}\times 1}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}=-\sqrt{3}-2$$

របៀបគណនាតាមCASIO នៃឧទាហរណ៍ខាងលើ

-ចុច [SHIFT] [MODE] (SET UP) [3]

-បញ្ចូលចំនួនដែលត្រូវគណនា [tan] [1] [0] [5] [)]

-ចុចសញ្ញាស្មើ [=]

យើងនឹងឃើញលទ្ធផលស្មើនឹង $-\sqrt{3}-2$ ។

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} \quad (6)$$

រូបមន្តនេះកំណត់បានលុះត្រាតែ$\alpha \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$, $\beta \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$, $(\alpha-\beta)\neq \frac{\pi}{2}+k\pi$, $(k \in \mathbf{Z})$ ។

ឧទាហរណ៍ទី២

$$\tan\frac{\pi}{12}=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{6}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{6}}=\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+1\times\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$=\frac{\frac{3-\sqrt{3}}{3}}{\frac{3+\sqrt{3}}{3}}=2-\sqrt{3}$$

របៀបប្រើCASIOតាមឧទាហរណ៍ខាងលើ

-ចុចយករ៉ាដ្យង់ SHIFT MODE (SET UP) 4

-បញ្ចូលចំនួនដែលត្រូវរក tan ▭ SHIFT ×10ˣ ▼ 1 2 ▶)

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

គេនឹងឃើញលទ្ធផលនៅលើScreen $2-\sqrt{3}$ ។

២.អនុវត្តរូបមន្តផលបូក

២.១ រូបមន្តមុំឌុប

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \quad (7)$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1 \quad (8)$$

$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \quad (9)$$

២.២ រូបមន្តកន្លះមុំ

$$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} \ , \ \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2} \ , \ \tan^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

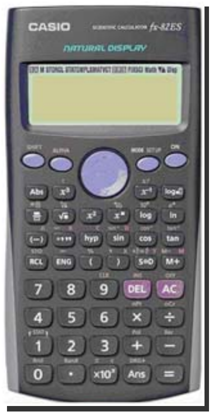
$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2} \ , \ \sin\alpha = \frac{2t}{1+t^2} \ , \ \tan\alpha = \frac{2t}{1-t^2} \quad \left(\tan\frac{\alpha}{2} = t\right)$$

ឧទាហរណ៍៖ គណនា $\sin 22^\circ 30'$, $\sin\frac{\pi}{12}$, $\tan\frac{3\pi}{8}$ ។

គេដឹងថាមុំ $22^\circ 30'$ នៅក្នុងកាដ្រង់ទីI ដូចនេះ Sin និង Cos មានតម្លៃវិជ្ជមាន ។

គេបាន $\sin 22^\circ 30' = \sin\frac{45^\circ}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos 45^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} = 0.3826834324$



តាម CASIO គេបាន

-ចុចរើសយកដឺក្រេ [SHIFT] [MODE] (SET UP) [3]

-បញ្ចូលចំនួនដែលត្រូវរក [sin] [▭/▭] [4] [5] [▼] [2] [▶] [)]

-ចុចសញ្ញាស្មើ [=]

អ្នកនឹងឃើញលទ្ធផលនៅលើScreen 0.3826834324 ។

$$\sin^2\frac{\pi}{12} = \sin^2\left(\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1-\cos\frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

-គណនាតាមCASIO

-ចុច [SHIFT] [MODE] (SET UP) [3]

-បញ្ចូលបរិមាណដែលត្រូវគណនា [sin] [$\frac{\square}{\square}$] [1] [8] [0] [▼] [1] [2] [▶] [)]

-ចុចសញ្ញាស្មើ [=]

យើងនឹងឃើញលទ្ធផលនៅលើSreenគឺ ស្មើ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ។

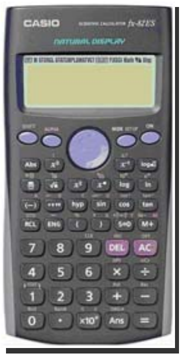
$$\tan\frac{3\pi}{8}=\tan\left(\frac{1}{2}\times\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{\sin\frac{3\pi}{4}}{1+\cos\frac{3\pi}{4}}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\sqrt{2}+1$$

គណនាតាមCASIO

-ចុចជ្រើសរើសយករ៉ាដ្យង់ [SHIFT] [MODE] (SET UP) [4]

-បញ្ចូលបរិមាណដែលត្រូវគណនា [tan] [$\frac{\square}{\square}$] [3] [SHIFT] [$\times10^x$] [▼] [8] [▶] [)]

-ចុចសញ្ញាស្មើ [=]



គេនឹងឃើញលទ្ធផលគឺស្មើ 2.414213562 គឺស្មើនឹង $\sqrt{2}+1$ ។

៣.រូបមន្តបំលែង

៣.១ បំលែងពីផលគុណទៅជាផលបូក

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right]\ ,\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$$
$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right],\ \sin\beta\cos\alpha=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\right]$$

ឧទាហរណ៍ទី១ គណនា $\cos75^\circ.\cos45^\circ$

គេបាន

$$\cos75^\circ\cos45^\circ=\frac{1}{2}\left[\cos\left(75^\circ+45^\circ\right)+\cos\left(75^\circ-45^\circ\right)\right]=\frac{1}{2}\left(\cos120^\circ+\cos30^\circ\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

ការគណនាតាមCASIO

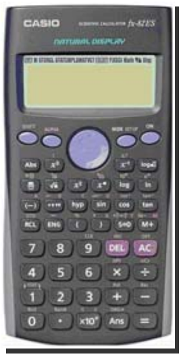
-ជ្រើសរើសយកដឺក្រេ SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលបរិមាណដែលត្រូវគណនា cos 7 5) × cos 4 5)

-អ្នកនឹងឃើញលទ្ធផលស្មើនឹង $\frac{-1+\sqrt{3}}{4}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី២

$$\sin\frac{5\pi}{12}\sin\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi}{4}\right)\right]=\frac{1}{2}\left[\left(\cos\frac{\pi}{6}-\cos\frac{2\pi}{3}\right)\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{\sqrt{3}+1}{4}$$



ការគណនាតាមCASIO

-ជ្រើសរើសយករ៉ាដ្យង់ SHIFT MODE (SET UP) 4

-បញ្ចូលបរិមាណដែលត្រូវគណនា
sin ▭ 5 SHIFT x10ˣ ▼ 1 2 ▶) × sin ▭ SHIFT x10ˣ ▼ 4 ▶)

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

អ្នកនឹងឃើញលទ្ធផលនៅលើScreenគឺ $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ ។

៣.២បំលែងពីផលបូកទៅជាផលគុណ

$$\cos p+\cos q=2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}\ ,\ \cos p-\cos q=-2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$

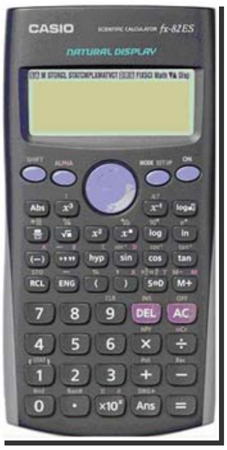
$$\sin p+\sin q=2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2},\ \sin p-\sin q=2\sin\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}$$

$$\tan p+\tan q=\frac{\sin(p+q)}{\cos p\cos q},\quad \cot p+\cot q=\frac{\sin(p+q)}{\sin p\sin q}$$
$$\tan p-\tan q=\frac{\sin(p-q)}{\cos p\cos q},\quad \cot p-\cot q=\frac{\sin(p-q)}{\sin p\sin q}$$

ឧទាហរណ៍ $\sin 105^\circ+\sin 15^\circ=2\sin\frac{105^\circ+15^\circ}{2}\cos\frac{105^\circ-15^\circ}{2}=2\sin 60\cos 45^\circ$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

ការគណនាតាមCASIO



-ជ្រើសរើសយកដឺក្រេ SHIFT MODE (SET UP) 3

-បញ្ចូលបរិមាណដែលត្រូវគណនា sin 1 0 5) + sin 1 5)

-ចុចសញ្ញាស្មើ =

អ្នកនឹងឃើញលទ្ធផលនៅលើScreenគឺស្មើនឹង $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ។

ជំពូក ៤

ម៉ាទ្រីស និង ដេទែមីណង់

មេរៀនទី១ ម៉ាទ្រីស

១. សញ្ញាណនៃម៉ាទ្រីស

១.១ និយមន័យ

ឧទាហរណ៍ : គេមានតារាងទិន្នន័យពិន្ទុដូចខាងក្រោម :

សិស្ស	គណិតវិទ្យា	រូបវិទ្យា	គីមីវិទ្យា
សិស្ស A	13	5	7
សិស្ស B	8	10	4

គេអាចសរសេរជារាងចតុកោណកែងក្នុងតង្កៀប $\begin{bmatrix} 13 & 5 & 7 \\ 8 & 10 & 4 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 13 & 5 & 7 \\ 8 & 10 & 4 \end{bmatrix}$ តារាងទិន្នន័យបែបនេះហៅ ម៉ាទ្រីស ។

១.២ ប្រភេទម៉ាទ្រីស

$$\begin{array}{ccc} & \text{ជួរឈរទី 1} & \text{ជួរឈរទី 2} & \text{ជួរឈរទី 3} \\ \begin{array}{c}\text{ជួរដេកទី 1} \rightarrow \\ \text{ជួរដេកទី 2} \rightarrow\end{array} & \multicolumn{3}{c}{\begin{bmatrix} 13 & 5 & 7 \\ 8 & 10 & 4 \end{bmatrix}} \end{array}$$

ឧទាហរណ៍ :

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ លំដាប់ 2×2 រាងទូទៅ : $A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \cdots & a_{3n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$

$B=\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ លំដាប់ 2×3 រាងទូទៅ :

$$A_{m\times n}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \cdots & a_{3n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ចំណាំ :

ម៉ាទ្រីសដែលមានលំដាប់ 2×2 ; 3×3 ; 4×4 .....ហៅថាម៉ាទ្រីសការេ ។

ម៉ាទ្រីស $I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; $I=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ដែលមានអង្កត់ទ្រូង $a_{11}=a_{22}=a_{33}=\cdots=a_{nn}=1$ ហៅថា **ម៉ាទ្រីសឯកតា** តាងដោយ I

២.ប្រមាណវិធីលើម៉ាទ្រីស

២.១ វិធីបូក និងដកនៃម៉ាទ្រីស

ឧទាហរណ៍ : $A=\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix} 3 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 8 \end{bmatrix}$

$$A+B=\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 3 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 8 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2+3 & -3+9 & 4+0 \\ 1+4 & 0-1 & -1+8 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 5 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix)	MODE 6
-រើស 1: Matrix A	1
-ជ្រើសរើស 4: 2×3	4
បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 2, -3, 4	2 = − 3 = 4 =
-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 1, 0 ,-1	1 = 0 = − 1 =
-រើស Matrix B	SHIFT 4 1 2
-ជ្រើសរើស 4: 2×3	4
-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 3, 9, 0	3 = 9 = 0 =
-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 4, -1, 8	4 = − 1 = 8 =

-ចុច AC — AC

-បញ្ចូល Mat A — SHIFT 4 3

-បញ្ចូល + Mat B — + SHIFT 4 4 =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $A+B=\begin{bmatrix}5 & 6 & 4\\ 5 & -1 & 7\end{bmatrix}$

$$A-B=\begin{bmatrix}2 & -3 & 4\\ 1 & 0 & -1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 9 & 0\\ 4 & -1 & 8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2-3 & -3-9 & 4-0\\ 1-4 & 0-(-1) & -1-8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & -12 & 4\\ -3 & 1 & -9\end{bmatrix}$$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix) — MODE 6

-រើស 1: Matrix A — 1

-ជ្រើសរើស 4: 2×3 — 4

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 2, -3, 4 — 2 = − 3 = 4 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 1, 0 ,-1 — 1 = 0 = − 1 =

-រើស Matrix B — SHIFT 4 1 2

-ជ្រើសរើស 4: 2×3 — 4

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 3, 9, 0 — 3 = 9 = 0 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 4, -1, 8 — 4 = − 1 = 8 =

-ចុច AC — AC

-បញ្ចូល Mat A — SHIFT 4 3

-បញ្ចូល - Mat B — − SHIFT 4 4 =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $A-B=\begin{bmatrix}-1 & -12 & 4\\ -3 & 1 & -9\end{bmatrix}$

លំហាត់គំរូទី១

គេមានម៉ាទ្រីស $A=\begin{bmatrix}4 & 2 & 6\\ 1 & 3 & 7\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}3 & 9 & 0\\ 4 & -1 & -8\end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 1 & 3\end{bmatrix}$ $D=\begin{bmatrix}1 & 6\\ 7 & 12\end{bmatrix}$

គណនា $A+B$; $A-B$; $C+D$; $C-D$

ចម្លើយៈ $A+B=\begin{bmatrix}7 & 11 & 6\\ 5 & 2 & -1\end{bmatrix}$ $A-B=\begin{bmatrix}1 & -7 & 6\\ -3 & 4 & 15\end{bmatrix}$

$C+D=\begin{bmatrix}5 & 8\\ 8 & 15\end{bmatrix}$ $C-D=\begin{bmatrix}3 & -4\\ -6 & -9\end{bmatrix}$

២.២ ផលគុណមួយចំនួនពិតនឹងម៉ាទ្រីស

ជាទូទៅៈ $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ នោះ $kA = k\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}ka & kb\\ kc & kd\end{bmatrix}$

ឧទាហរណ៍ៈ $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix}$ គណនា 2A ; 3A ; 4A ......

គេបាន $A+A=2A=2\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\times 2 & 2\times 3\\ 2\times 1 & 2\times(-5)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 6\\ 2 & -10\end{bmatrix}$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix)	MODE 6
-រើស 1: Matrix A	1
-ជ្រើសរើស 5: 2×2	5
-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 2 , 3	2 = 3 =
-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 1 , -5	1 = − 5 =
-ចុច AC	AC
-ចុច 2	2 ×
-បញ្ចូល Mat A	SHIFT 4 3 =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $2A=\begin{bmatrix}4 & 6\\ 2 & -10\end{bmatrix}$

លំហាត់គំរូទី២

គេមានម៉ាទ្រីស $A=\begin{bmatrix}4 & -9\\ 3 & 10\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}5 & 5\\ -13 & 5\end{bmatrix}$ គណនា 2A ; 2B ; 2A+2B ; 3A+B

ចម្លើយ

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix) MODE 6

-រើស 1: Matrix A 1

-ជ្រើសរើស 5: 2×2 5

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 4 , -9 4 = − 9 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 3 , 10 3 = 1 0 =

-ចុច AC AC

-ចុច 2 2 ×

-បញ្ចូល Mat A SHIFT 4 3 =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $2A=\begin{bmatrix}8 & -18\\ 6 & 20\end{bmatrix}$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix) MODE 6

-រើស 2: Mat B 2

-ជ្រើសរើស 5: 2×2 5

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 5 , 5 5 = 5 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: -13 , 5 − 1 3 = 5 =

-ចុច AC AC

-ចុច 2 2 ×

-បញ្ចូល Mat B SHIFT 4 4 =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $2B=\begin{bmatrix}10 & 10\\ -26 & 10\end{bmatrix}$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix) MODE 6

-រើស 1: Matrix A 1

-ជ្រើសរើស 5: 2×2 5

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 4 , -9 4 = − 9 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 3 , 10 [3] [=] [1] [0] [=]

-រើស Matrix B [SHIFT] [4] [1] [2]

- ជ្រើសរើស 5: 2×2 [5]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 5 , 5 [5] [=] [5] [=]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: -13 , 5 [−] [1] [3] [=] [5] [=]

-ចុច AC [AC]

-បញ្ចូល 2 Mat A [2] [SHIFT] [4] [3]

-បញ្ចូល + 2 Mat B [+] [2] [SHIFT] [4] [4] [=]

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $2A+2B=\begin{bmatrix}18 & -8\\ -20 & 30\end{bmatrix}$

របៀបប្រើ Casio

--ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix) [MODE] [6]

-រើស 1: Matrix A [1]

-ជ្រើសរើស 5: 2×2 [5]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 4 , -9 [4] [=] [−] [9] [=]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 3 , 10 [3] [=] [1] [0] [=]

-រើស Matrix B [SHIFT] [4] [1] [2]

- ជ្រើសរើស 5: 2×2 [5]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 5 , 5 [5] [=] [5] [=]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: -13 , 5 [−] [1] [3] [=] [5] [=]

-ចុច AC [AC]

-បញ្ចូល 3 Mat A [3] [SHIFT] [4] [3]

-បញ្ចូល + Mat B [+] [SHIFT] [4] [4] [=]

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $3A+B=\begin{bmatrix}17 & -22\\ -4 & 35\end{bmatrix}$

២.៣ វិធីគុណនៃពីរម៉ាទ្រីស

គេអាចគុណបានក្នុងករណីដែលចំនួនជួរឈរនៃម៉ាទ្រីសទី 1 ស្មើចំនួនជួរដេកនៃម៉ាទ្រីសទី 2 ។

លំដាប់ $\underbrace{A = 2\times 3 \quad B = 3}_{\text{ស្មើគ្នា}}\times 2$ នោះ $A\times B = 2\times 2$

លក្ខណៈរបស់ម៉ាទ្រីស

i). វិធីបូកម៉ាទ្រីសមានលក្ខណៈត្រលប់: $A+B=B+A$

ii). វិធីបូកម៉ាទ្រីសមានលក្ខណៈផ្តុំ: $(C+D)+E=C+(D+E)$

iii). វិធីគុណម៉ាទ្រីសគ្មានលក្ខណៈត្រលប់: $AB\neq BA$

iv). វិធីគុណម៉ាទ្រីសមានលក្ខណៈផ្តុំ: $(AB)C=A(BC)$

v). វិធីគុណម៉ាទ្រីសមានលក្ខណៈបំបែកចំពោះវិធីបូក $(A+B)C=AC+BC$

vi). $AI=IA\Rightarrow AI=IA=A$ (ម៉ាទ្រីសឯកតាជាម៉ាទ្រីសណើត)

ឧទាហរណ៍: $A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 3 & -6\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -3 & 7\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}3 & -2 & 1\\ 2 & 4 & -6\end{bmatrix}$

$$A\times B=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 3 & -6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1\\ -3 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(-1)\times 2+2(-3) & (-1)\times 1+2\times 7\\ 3\times 2+(-6)(-3) & 3\times 1+(-6)\times 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8 & 13\\ 24 & -39\end{bmatrix}$$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix) [MODE] [6]

-រើស 1: Matrix A [1]

-ជ្រើសរើស 5: 2×2 [5]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: -1 ; 2 [−] [1] [=] [2] [=]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 3 ; -6 [3] [=] [−] [6] [=]

-រើស Matrix B [SHIFT] [4] [1] [2]

-ជ្រើសរើស 5: 2×2 [5]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 2 ; 1 [2] [=] [1] [=]

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: -3 ; 7 [−] [3] [=] [7] [=]

-ចុច AC [AC]

-បញ្ចូល Mat A [SHIFT] [4] [3]

-បញ្ចូល × Mat B [M+] [SHIFT] [4] [4] [=]

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $A\times B=\begin{bmatrix}-8 & 13\\ 24 & -39\end{bmatrix}$

$$A\times C=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 3 & -6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -2 & 1\\ 2 & 4 & -6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(-1)\times3+2\times2 & (-1)\times(-2)+2\times4 & (-1)\times1+2\times(-6)\\ 3\times3+(-6)\times2 & 3\times(-2)+(-6)\times4 & 3\times1+(-6)\times(-6)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 10 & -13\\ -3 & -30 & 39\end{bmatrix}$$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix)	MODE 6
-រើស 1: Matrix A	1
-ជ្រើសរើស 5: 2×2	5
-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: -1 ; 2	− 1 = 2 =
-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 3 ; -6	3 = − 6 =
-រើស Matrix C	SHIFT 4 1 3
-ជ្រើសរើស 4: 2×3	4
-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 3 ; -2 ; 1	3 = − 2 = 1 =
-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 2 ; 4 ; 6	2 = 4 = 6 =
-ចុច AC	AC
-បញ្ចូល Mat A	SHIFT 4 3
-បញ្ចូល × Mat C	M+ SHIFT 4 5 =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $A\times C=\begin{bmatrix}1 & 10 & -13\\ -3 & -30 & 39\end{bmatrix}$

៣. ម៉ាទ្រីសច្រាស

ឧទាហរណ៍: គេមានម៉ាទ្រីស $A=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 1 & 2\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2}\end{bmatrix}$ រកម៉ាទ្រីសច្រាសនៃ A ; B

ជាទូទៅ : ម៉ាទ្រីស $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ ដែល $ad-bc\neq0$

នោះម៉ាទ្រីសច្រាសនៃ A គឺ $A^{-1}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$

-បើ $ad-bc=0$ នោះ A គ្មានម៉ាទ្រីសច្រាសទេ ។

-បើ A^{-1} ជាម៉ាទ្រីសច្រាសនៃម៉ាទ្រីស A នោះគេបាន $AA^{-1}=A^{-1}A=I$

ដំណោះស្រាយ

$A=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ នោះ $\det A=|A|=\begin{vmatrix}3 & 4\\ 1 & 2\end{vmatrix}=(2\times 3)-(1\times 4)=6-4=2$

តាមរូបមន្ត: $A^{-1}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$

បាន $A^{-1}=\dfrac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & -4\\ -1 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ \dfrac{-1}{2} & \dfrac{3}{2}\end{bmatrix}$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix) MODE 6

-រើស 1: Matrix A 1

-ជ្រើសរើស 5 : 2×2 5

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 3 ; 4 3 = 4 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 1 ; 2 1 = 2 =

-ចុច AC AC

-ចុចសញ្ញាវង់ក្រចកបើក (

-រើសយក 1 : Mat A SHIFT 4 3

-ជ្រើសរើសសញ្ញាវង់ក្រចកបិត)

-ចុចសញ្ញា x^{-1} x^{-1} =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ \dfrac{-1}{2} & \dfrac{3}{2}\end{bmatrix}$

មេរៀនទី២

ដេទែរមីណង់

១. ដេទែរមីណង់លំដាប់ 2

គេមានម៉ាទ្រីស $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ នោះ $\det A=|A|=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-cb$

ឧទាហរណ៍: គេមានម៉ាទ្រីស $M=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$; $N=\begin{bmatrix} -4 & 14 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$; $P=\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$

ដំណោះស្រាយ

$$\det M=|M|=\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}=(2\times 3)-(4\times(-3))=6+12=18$$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix)	$\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{6}$
-រើស 1: Matrix A	$\boxed{1}$
-ជ្រើសរើស 5: 2×2	$\boxed{5}$
-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 2 ; -3	$\boxed{2}$ $\boxed{=}$ $\boxed{-}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$
-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 4 ; 3	$\boxed{4}$ $\boxed{=}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$
-ចុច AC	$\boxed{\text{AC}}$
-ជ្រើសរើសយក det	$\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{4}$ $\boxed{7}$
-រើសយក 1 : Matrix A	$\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{4}$ $\boxed{3}$
-ជ្រើសរើស វង់ក្រចកបិត	$\boxed{)}$ $\boxed{=}$

ចម្លើយយរបស់ម៉ាទ្រីស $\det A=|A|=18$

២. ដេទែរមីណង់លំដាប់ 3

២.១ គណនាដេទែរមីណង់លំដាប់ 3 តាមក្បួនរបស់សារុស

ឧទាហរណ៍: រក det A ដែល $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & -3 & 5 \\ -4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

$$\det A=\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 6 & -3 & 5 & 6 & -3 \\ -4 & 0 & -1 & -4 & 0 \end{array}\right|$$

$=\left(1\times(-3)\times(-1)\right)+\left(2\times5\times(-4)\right)+\left(3\times6\times0\right)-\left((-4)\times(-3)\times3\right)-\left(0\times5\times1\right)-\left((-1)\times6\times2\right)$

$=3-40+0-36-0+12=-61$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix) MODE 6

-រើស 1: Matrix A 1

-ជ្រើសរើស 1: 3×3 1

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 1 ; 2 ; 3 1 = 2 = 3 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 6 ; -3 ; 5 6 = − 3 = 5 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 3: -4 ; 0 ; -1 − 4 = 0 = − 1

-ចុច AC AC

-ជ្រើសរើសយក 7: det SHIFT 4 7

-រើសយក 1 : Matrix A SHIFT 4 3

-ជ្រើសរើស វង់ក្រចកបិត) =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $\det A=|A|=-61$

2.2 ការគណនាដេទែរមីណង់លំដាប់ 3 តាមមីន័រ

គេមានម៉ាទ្រីស $A=\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}$ រក det A

ដោយប្រើវិធីលុបជួរដេកនិងជួរឈរធាតុ $a_1\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ ធាតុ $b_1\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ ធាតុ $c_1\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

$$\det A=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=a_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}-b_1\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}+c_1\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

ចំណាំ

ក្នុងការគណនាដេទែរមីណង់លំដាប់ 3 តាមមីន័រ គេអាចពន្លាតតាមជួរណាមួយក៏បាន ប៉ុន្តែសញ្ញានៃធាតុនីមួយៗអាស្រ័យនឹងលំដាប់ទីដែលធាតុនោះស្ថិតនៅដូចជា:

a_1 មានសញ្ញា + ព្រោះ a_1 ជាធាតុនៅជួរទី 1 និង ជួរឈរទី 1 , 1 + 1 = 2 គូ $(-1)^2=1$

b_1 មានសញ្ញា - ព្រោះ b_1 ជាធាតុនៅជួរទី 1 និង ជួរឈរទី 2 , 1 + 2 = 3 សេស $(-1)^3=-1$

ឧទាហរណ៍: រក det A ដែល $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 6 & -3 & 5\\ -4 & 0 & -1\end{bmatrix}$

$$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 6 & -3 & 5\\ -4 & 0 & -1\end{vmatrix}=1\begin{vmatrix}-3 & 5\\ 0 & -1\end{vmatrix}-2\begin{vmatrix}6 & 5\\ -4 & -1\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}6 & -3\\ -4 & 0\end{vmatrix}$$

$$=1(3-0)-2(-6+20)+3(0-12)=3-28-36=-61$$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 6 (Matrix)	MODE 6
-រើស 1: Matrix A	1
-ជ្រើសរើស 1: 3×3	1
-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 1 ; 2 ; 3	1 = 2 = 3 =
-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 6 ; -3 ; 5	6 = − 3 = 5 =
-បញ្ចូលជួរដេកទី 3: -4 ; 0 ; -1	− 4 = 0 = − 1
-ចុច AC	AC
-ជ្រើសរើសយក 7: det	SHIFT 4 7
-រើសយក 1 : Matrix A	SHIFT 4 3
-ជ្រើសរើស វង់ក្រចកបិត	) =

ចម្លើយរបស់ម៉ាទ្រីស $\det A=|A|=-61$

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការលីនេអ៊ែរតាមរូបមន្តក្រាម៉ែរ

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ:

ក. $\begin{cases}3x+7y=-6\\ 4x-2y=26\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}x+2y+3z=2\\ -2x+y+2z=1\\ 4x-y=3\end{cases}$

គ. $\begin{cases}2x+2y+2z=0\\ -2x+5y+2z=1\\ 8x+y+4z=-1\end{cases}$

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក. $\begin{cases} 3x+7y=-6 \\ 4x-2y=26 \end{cases}$

គេបាន $D=\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}=-34 \quad D_x=\begin{vmatrix} -6 & 7 \\ 26 & -2 \end{vmatrix}=-170 \quad D_y=\begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 4 & 26 \end{vmatrix}=102$

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{-170}{-34}=5 \qquad y=\frac{D_y}{D}=\frac{102}{-34}=-3$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=5\ ;\ y=-3)$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 5: EQN $\boxed{\text{MODE}}\ \boxed{5}$

-រើស 1: $a_n x+b_n y=c_n$ $\boxed{1}$

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 3 ; 7 ; -6 $\boxed{3}\ \boxed{=}\ \boxed{7}\ \boxed{=}\ \boxed{-}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: 4 ; -2 ; 26 $\boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{=}\ \boxed{2}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$

-ចុចសញ្ញា = ចម្លើយ X $\boxed{=}$

-ចុចសញ្ញា = ចម្លើយ Y $\boxed{=}$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=5\ ;\ y=-3)$

ខ. $\begin{cases} x+2y+3z=2 \\ -2x+y+2z=1 \\ 4x-y=3 \end{cases}$

គេបាន $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 0 \end{vmatrix}=12 \qquad D_x=\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix}=4$

$$D_y=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix}=-20 \qquad D_z=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix}=20$$

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3} \qquad y=\frac{D_y}{D}=\frac{-20}{12}=\frac{-5}{3} \qquad z=\frac{D_z}{D}=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $\left(x=\frac{1}{3}\ ;\ y=\frac{-5}{3}\ ;\ z=\frac{5}{3}\right)$

របៀបប្រើ Casio

-ចុច Mode ជ្រើសរើស 5: EQN MODE 5

-រើស 2: $a_n x + b_n y + c_n z = d_n$ 2

-បញ្ចូលជួរដេកទី 1: 1 ; 2 ; 3 ; 2 1 = 2 = 3 = 2 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 2: -2 ; 1 ; 2 ; 1 − 2 = 1 = 2 = 1 =

-បញ្ចូលជួរដេកទី 3: 4 ; -1 ; 0 ; 3 4 = − 1 = 0 = 3 =

-ចុចសញ្ញា = ចម្លើយ X =

-ចុចសញ្ញា = ចម្លើយ Y =

-ចុចសញ្ញា = ចម្លើយ Z =

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $\left(x = \frac{1}{3}\ ;\ y = \frac{-5}{3}\ ;\ z = \frac{5}{3} \right)$

គ. $\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 0 \\ -2x + 5y + 2z = 1 \\ 8x + y + 4z = -1 \end{cases}$

គេបាន $D = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 2 \\ 8 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0 \quad D_x = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$

$x = \frac{D_x}{D} = \frac{0}{0}$ មានចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់ ។

ជំពូក ៥

លីមីត និង ដេរីវេ

មេរៀនទី១ លីមីត និង ដេរីវេ

១.លីមីត

១.១.សញ្ញាណលីមីត

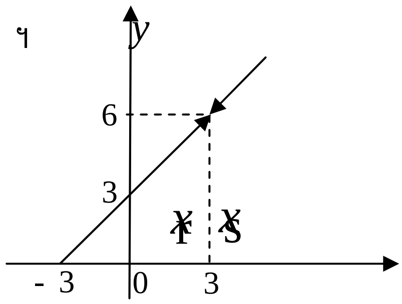
ឧទាហរណ៏ ១ : គេឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = x^2 + 2x - 3$ និងតារាងតម្លៃលេខ :

x	1.99	1.999	1.9999		2.0001	2.001	2.01
y	4.9401	4.9994	4.9994		5.0006	5.006	5.0601

តាមតារាងតម្លៃលេខ បើ x ខិតជិត 2 ពីខាងឆ្វេង និងពីខាងស្តាំនោះ y ខិតជិត 5 គេថាអនុគមន៍ $f(x)$ មានលីមីត 5 កាលណា x ខិតជិត 2 ។

គេកំណត់សរសេរ $\lim\limits_{x \to 2}(x^2 + 2x - 3) = 5$

ឧទាហរណ៏ទី២ : គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$ ចំពោះ $x \neq 3$ ។



ចំពោះ $x \neq 3$ គេបាន $f(x) = x + 3$ និងក្រាប L ។

តាមក្រាបបើ x ខិតជិត 3 តែ $x \neq 3$ នោះអនុគមន៍ $y = f(x)$

ខិតជិត 6 ហើយគេកំណត់សរសេរ $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$

> **ជាទូទៅ :** បើ x ខិតជិត a ហើយអនុគមន៍ $y = f(x)$ ខិតជិតតម្លៃ b ណាមួយ
>
> នោះគេកំណត់សរសេរ $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$

លំហាត់គំរូទី១ : ក/ ចូរបំពេញតារាងតម្លៃលេខខាងក្រោមនៃអនុគមន៍ $y = \dfrac{1}{x}$:

x	0.1	0.01	0.001	0.0001…..
y				

x	-0.1	-0.01	-0.001	- 0.0001….
y				

ខ/ ទាញរកលីមីត $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ (x > 0)}} \dfrac{1}{x}$ និង $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ (x < 0)}} \dfrac{1}{x}$

ចម្លើយ

ក/

x	0.1	0.01	0.001	0.0001…..
y	10	100	1000	10000 ….

x	-0.1	-0.01	-0.001	-0.0001…..
y	-10	-100	-1000	-10000 ….

ខ / តាមតារាងទី១ គេសង្កេតឃើញថាកាលណា x យកតម្លៃវិជ្ជមានហើយកាន់តែតូចទៅៗស្ទើរខិតជិតសូន្យនោះ $\frac{1}{x}$ មានតម្លៃវិជ្ជមាន ហើយកាន់តែធំទៅ ៗគ្មានទីបញ្ចប់ ។ ដូចនេះ គេបាន $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\(x>0)}}\frac{1}{x}=+\infty$

តាមតារាងទី២ គេសង្កេតឃើញថាកាលណា x យកតម្លៃអវិជ្ជមានហើយកាន់តែតូចទៅៗស្ទើរខិតជិតសូន្យនោះ $\frac{1}{x}$ មានតម្លៃអវិជ្ជមាន ហើយកាន់តែតូចទៅៗគ្មានទីបញ្ចប់ ។ ដូចនេះ គេបាន $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\(x<0)}}\frac{1}{x}=-\infty$

ការប្រើម៉ាស៊ីនគណនា

នៅក្នុងចំណុចនេះដើម្បីយល់អំពីសញ្ញាណលីមីតយើងសិក្សាលើតារាងតម្លៃលេខនៃអនុគមន៍ ។ដើម្បីគណនា តម្លៃលេខនៃ អនុគមន៍នោះគេអាចប្រើម៉ាស៊ីនជំនួយក្នុងការគណនាបាន ។

ឧទាហរណ៍ទី១: គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=x^2+2x-3$ គេចង់គណនាតម្លៃលេខចាប់ពីតម្លៃ $x=1$ ដល់ តម្លៃ $x=2.05$ ដោយឱ្យជំហាននៃតម្លៃនោះពីមួយជំហានទៅមួយជំហានស្មើ 0.1

សេចក្តីណែនាំអំពីការចូលទៅកេកម្មវិធីក្នុងម៉ាស៊ីន

ដើម្បីចូលកម្មវិធីដែលអាចបញ្ចូលអនុគមន៍ខាងលើបានសូមចុច MODE ពេលនោះវានិងចេញផ្ទាំង 1:COMP 2:STAT 3:TABLE

- ចំពោះ ម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី $fx-350ES$ នោះយើងចុច 3 ដើម្បីជ្រើសរើសយក TABLE

- បើម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី $fx-991ES$ ឬសេរី $fx-991ES\ Plus$ យើងចុច 7 ដើម្បីជ្រើសរើសយក TABLE នោះយើងនិងអាចបញ្ចូល អនុគមន៍បាន ។

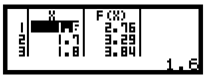
អនុវត្តន៍

ចំពោះម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី $fx-350ES$

យើងចុច MODE 3 នោះវាចេញផ្ទាំង f(X)= ពេលនេះយើងអាចបញ្ចូលអនុគមន៍ $f(x)=x^2+2x-3$ បានដោយអនុវត្តដូចខាងក្រោម:

បញ្ចូល x^2 យើងចុច ALPHA) x^2

បញ្ចូល $+2x-3$ យើងចុច + 2 ALPHA) − 3

បន្ទាប់មកចុច [=] នោះអេក្រង់ម៉ាស៊ីនបង្ហាញ [Start? 1] គឺវាសួរយើងដើម្បីឱ្យយើងកំណត់តម្លៃចាប់ផ្តើម ដោយយើងចង់កំណត់តម្លៃចាប់ពី 1.6 នោះយើងចុច [1] [.] [6] [=] នោះអេក្រង់និងបង្ហាញយើងបន្តទៀតគឺ [End? 5] មានន័យថាវាសួរយើងកំណត់តម្លៃចុងក្រោយ ដោយតម្លៃចុងក្រោយយើងកំណត់ 2.5 នោះយើងចុច [2] [.] [5] [=] អេក្រង់បង្ហាញ [Step? 1] គឺវាសួរឱ្យយើងកំណត់ប្រវែងចន្លោះជំហាន ដោយយើងកំណត់ប្រវែងចន្លោះ 0.1 នោះយើងចុច [0] [.] [1] [=] ពេលនោះវានិង បង្ហាញ  គឺជាតារាង តម្លៃ លេខដែលយើងបាន កំណត់ដូចខាងលើ ។

ជាបន្តយើងចុច REPLAY [▲] [▼] ដើម្បីមើលតម្លៃលេខនីមួយៗហើយ បំពេញបាននូវ តារាងដូចខាងក្រោម

x	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
$f(x)$	2.76	3.29	3.84	4.41	5	5.56	6.24	6.89	7.56	8.25

ដូចនេះតាមតារាងតម្លៃលេខខាងលើ បើ x ខិតជិត 2 ពីខាងឆ្វេង និងពីខាងស្តាំនោះ $f(x)$ ខិតជិត 5 គេថាអនុគមន៍ $f(x)$ មានលីមីត 5 កាលណា x ខិតជិត 2 ។

គេកំណត់សរសេរ $\lim_{x\to 2}(x^2+2x-3)=5$

បញ្ជាក់ ការគណនាតារាងតម្លៃយើងប្រើម៉ាស៊ីនតែក្នុងករណីយើង កំណត់ចំនួនជំហានតូចជាង ឬស្មើ៣០ជំហានប៉ុណ្ណោះ ។

ឧទាហរណ៍ គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=x-1$ ពេលយើងប្រើម៉ាស៊ីនគណនាតម្លៃចាប់ពី១ ដល់ ៣២ ដោយយកគម្លាតជំហាន ១ មានន័យថា យើងបានកណត់ ៣១ជំហាន

យើងចុច [MODE] [3] [ALPHA] [)] [−] [1] [=] [1] [=] [3] [2] [=] [1] [=] ពេលនោះនៅលើអេក្រង់ យើងឃើញ [Insufficient MEM [AC] :Cancel [◄][►]:Goto] មានន័យថាសតិ (Memories) របស់ម៉ាស៊ីនគណនាមិនគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការ បង្ហាញតារាងទិន្នន័យ ឬ តារាងតម្លៃលេខបានទេ ។

លំហាត់ប្រតិបត្តិ

ក / ចូរបំពេញតារាងតម្លៃលេខខាងក្រោម ហើយទាញរកលីមីត $\lim_{x\to 2} f(x)$

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$	?	?	?	?	?	?	?

ខ/សង់ក្រាប $g(x)=x^2+2$ ហើយទាញរកលីមីត $\lim_{x\to 1} g(x)$

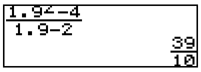
ដំណោះស្រាយដោយប្រើម៉ាស៊ីនជំនួយ

ដើម្បីបំពេញតារាងខាងលើយើងប្រើម៉ាស៊ីនគណនាម្តងមួយៗហើយបំពេញក្នុងតារាងដោយធ្វើដូចខាងក្រោម

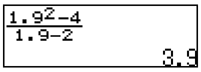
➢ ចំពោះ $x = 1.9$ មានន័យថាយើងរក $f(1.9)$ ឬអថេរ x ជំនួសដោយ 1.9 គឺ $\frac{(1.9)^2 - 4}{1.9 - 2}$

យើងអនុវត្តន៍ដូចតទៅ

បញ្ចូល $\frac{(1.9)^2 - 4}{1.9 - 2}$ ចុច [▭] [1] [.] [9] [x^2] [−] [4] [▼] [1] [.] [9] [−] [2] [=] នោះអេក្រង់ ម៉ាស៊ីនបង្ហាញ



វាបង្ហាញជាប្រភាគ ដើម្បីឱ្យជាទសភាគ ចុច [S⇔D]



គេបានចម្លើយ 3.9

ដោយធ្វើតាមលំនាំនេះយើងអនុវត្តជាបន្ត

➢ ចំពោះ $x = 1.99$ ចុច [▭] [1] [.] [9] [9] [x^2] [−] [4] [▼] [1] [.] [9] [9] [−] [2] [=] [S⇔D] គេបានចម្លើយ 3.99

➢ ចំពោះ $x = 1.999$ ចុច [▭] [1] [.] [9] [9] [9] [x^2] [4] [−] [▼] [1] [.] [9] [9] [9] [2] [=] [S⇔D] គេបានចម្លើយ 3.999

➢ ចំពោះ $x = 2$ ចុច [▭] [2] [x^2] [−] [4] [▼] [2] [−] [2] [=]

គេបានចម្លើយ កំណត់មិនបាន

➢ ចំពោះ $x = 2.001$ ចុច [▭] [2] [.] [0] [0] [1] [x^2] [−] [4] [▼] [2] [.] [0] [0] [1] [−] [2] [=] [S⇔D] គេបានចម្លើយ 4.001

➢ ចំពោះ $x = 2.01$ ចុច [▭] [2] [.] [0] [1] [x^2] [−] [4] [▼] [2] [.] [0] [1] [−] [2] [=] [S⇔D] គេបានចម្លើយ 4.01

➢ ចំពោះ $x = 2.1$ ចុច [▭] [2] [.] [1] [x^2] [−] [4] [▼] [2] [.] [1] [−] [2] [=] [S⇔D] គេបានចម្លើយ 4.1

គេបំពេញបានតារាងដូចខាងក្រោម

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$	3.9	3.99	3.999	កំណត់មិនបាន	4.001	4.01	4.1

តាមតារាងគេបាន $\lim_{x \to 2} f(x) = 4$

ប្រតិបត្តិ

ក/ ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
$\frac{x^2 - 4}{x - 2}$	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

ខ/តាមតារាងតម្លៃខាងលើទាញរកលីមីត $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4}{x-2}$

ដំណោះស្រាយ

ដោយប្រើម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី $fx-350ES$

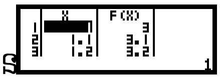
យើងបញ្ចូលអនុគមន៍ ចុច MODE 3

យើងបញ្ចូលប្រភាគ ចុច ▭

បញ្ចូលកន្សោមពីជគណិត x^2-4 នៅភាគយក ចុច ALPHA) x^2 − 4

ដើម្បីបញ្ចូលកន្សោមពីជគណិតនៅភាគបែងចុចគ្រាប់ចុច REPLAY ចុះក្រោម ▼

បញ្ចូលកន្សោមពីជគណិត $x-2$ នៅភាគបែង ចុច ALPHA) − 2 =

តាមតារាងខាងលើយើងឃើញថាតម្លៃចាប់ផ្តើមគឺ 1 តម្លៃចុងក្រោយគឺ 2 និងប្រវែងចន្លោះជំហានគឺ 0.1 យើងចុច 2 = 1 = 2 = 0 . 1 = គេបានតារាងលើអេក្រង់ម៉ាស៊ីន 

ជាបន្តយើងចុច REPLAY ▲ ឬ ▼ ដើម្បីមើលតម្លៃលេខនីមួយៗហើយ បំពេញបាននូវតារាងដូចខាងក្រោម

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
$\frac{x^2-4}{x-2}$	3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	ERR0R

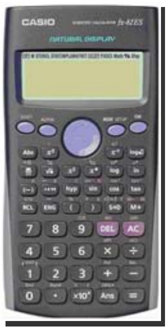
ខ/តាមតារាងតម្លៃខាងលើទាញរកលីមីត $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4}{x-2}$ គេបាន $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4}{x-2}=3$

បញ្ជាក់ ការគណនាតារាងតម្លៃយើងប្រើម៉ាស៊ីនតែក្នុងករណីយើង កំណត់ចំនួនជំហានតូចជាង ឬស្មើ៣0 ជំហានប៉ុណ្ណោះ ។

ឧទាហរណ៍ :គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=x-1$ ពេលយើងប្រើម៉ាស៊ីនគណនាតម្លៃចាប់ពី១ ដល់ ៣២ ដោយ យកគម្លាតជំហាន ១ មានន័យថា យើងបានកំណត់ ៣១ជំហាន

យើងចុច MODE 3 ALPHA) − 2 = 1 = 3 2 = 1 = ពេលនោះនៅលើអេក្រង់ យើងឃើញ 

មានន័យថាសតិ (Memories) របស់ម៉ាស៊ីនគណនាមិនគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការ បង្ហាញតារាងទិន្នន័យ ឬ តារាងតម្លៃលេខបានទេ ។



១.២_ប្រមាណវិធីលើលីមីត

អនុគមន៍ $y=f(x)$ និង $y=g(x)$ មានលីមីតកាលណា $x\to a$

$\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} C=C$ ដែល $f(x)=C$ ជាអនុគមន៍ថេរ

$\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} x=a$ ដែល $f(x)=x$

$\lim_{x\to a}[f(x)+g(x)]=\lim_{x\to a} f(x)+\lim_{x\to a} g(x)$

$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)]=\lim_{x\to a} f(x)-\lim_{x\to a} g(x)$

$$\lim_{x\to a}[f(x)\times g(x)] = \lim_{x\to a} f(x)\times \lim_{x\to a} g(x)$$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} \quad \text{បើ} \quad \lim_{x\to a} g(x) \neq 0$$

ឧទាហរណ៍ទី១ : គណនាលីមីតខាងក្រោម

ក/ $\lim_{x\to 1}(3+x)$ ខ/ $\lim_{x\to 2}(3x^4)$

ចម្លើយ

ក/ $\lim_{x\to 1}(3+x) = 3+1 = 4$ ចុច $\boxed{3}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{=}$

ខ/ $\lim_{x\to 2}(3x^4) = 3\times 2^4 = 48$ ចុច $\boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{2}\ \boxed{x^{\blacksquare}}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

ជាទូទៅ $\lim_{x\to x_0}(ax^n) = ax_0^n$

ឧទាហរណ៍ទី២ គណនាលីមីត

ក/ $\lim_{x\to 1}(x^3 - 3x^2 + x + 1)$ ខ / $\lim_{x\to 3}\frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$

ចម្លើយ

ក/ $\lim_{x\to 1}(x^3 - 3x^2 + x + 1) = 1^3 - 3\times 1^2 + 1 + 1 = 0$ ចុច $\boxed{1}\ \boxed{x^{\blacksquare}}\ \boxed{3}\ \boxed{-}\ \boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}$ $\boxed{x^2}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{=}$

ជាទូទៅ បើ $P(x)$ ជាពហុធានៃ x នោះ $\lim_{x\to x_0} P(x) = P(x_0)$

ខ / $\lim_{x\to 3}\frac{x^2 - x + 1}{x - 2} = \frac{3^2 - 3 + 1}{3 - 2} = 7$ ចុច $\boxed{\frac{\blacksquare}{\square}}\ \boxed{3}\ \boxed{x^2}\ \boxed{-}\ \boxed{3}\ \boxed{+}$ $\boxed{1}\ \boxed{\blacktriangledown}\ \boxed{3}\ \boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{=}$

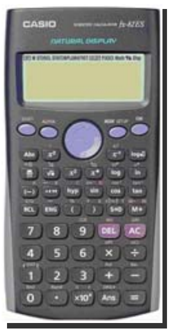
ជាទូទៅ បើ $\frac{f(x)}{g(x)}$ ដែល $g(x) \neq 0$ ជាប្រភាគសនិទាននោះ $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x_0)}{g(x_0)}$ បើ $g(x_0) \neq 0$

សម្គាល់ : បើភាគយកនិងភាគបែងមានលីមីតសូន្យនោះគេត្រូវគណនាតាមជំហានដូចខាងក្រោម :

ជំហានទី១ : បំបែកតួទាំងពីរនៃប្រភាគជាផលគុណកត្តា

ជំហានទី២ : សម្រួលកត្តារួមចោល

ជំហានទី៣ : រកលីមីតនៃប្រភាគថ្មី ។



លំហាត់គំរូទី២ គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក/ $\lim_{x\to -2}\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4}$ ខ/ $\lim_{x\to 2}\left(\frac{3x}{x - 2} + \frac{6}{2 - x}\right)$

ចម្លើយ ក/ $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-4}$ មានរាងមិនកំណត់ $\dfrac{0}{0}$

ជំហានទី១ : $\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-4}=\dfrac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-2)}$

ជំហានទី២ : $\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-4}=\dfrac{(x+3)}{(x-2)}$ ដែល $x+2\neq 0$

ជំហានទី៣ : $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x+3)}{(x-2)}=\dfrac{-2+3}{-2-2}=-\dfrac{1}{4}$

ខ/ $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{3x}{x-2}+\dfrac{6}{2-x}\right)=\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{3x}{x-2}-\dfrac{6}{x-2}\right)$ ដែល $\lim\limits_{x\to 2}(x-2)=0$

ជំហានទី១ : $\dfrac{3x}{x-2}-\dfrac{6}{x-2}=\dfrac{3x-6}{x-2}=\dfrac{3(x-2)}{x-2}$

ជំហានទី២ : $\dfrac{3x}{x-2}-\dfrac{6}{x-2}=3$ ដែល $x-2\neq 0$

ជំហានទី៣ : $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{3x}{x-2}+\dfrac{6}{2-x}\right)=\lim\limits_{x\to 2}3=3$

សម្គាល់ :ចំពោះពហុធាដែលមានរាង ax^2+bx+c និង ax^3+bx^2+cx+d គេអាចប្រើម៉ាស៊ីនគណនាម៉ាក CASIO សេរី $fx-991ES$ ឬសេរី $fx-991ES\ Plus$ ជំនួយក្នុងការដាក់ពហុធាខាងលើជាផលគុណកត្តាបានដោយប្រើកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការ $ax^2+bx+c=0$ និង $ax^3+bx^2+cx+d=0$ រួចសរសេរជាផលគុណកត្តា ។

បើយើងស្គាល់ $x_1\,;x_2\,;x_3$ នោះគេបាន

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

ខាងក្រោមនេះគឺជាការណែនាំបង្ហាញពីរបៀបនៃការប្រើម៉ាស៊ីនគណនាដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ និង ដឺក្រេទី៣

ជាដំបូងយើងត្រូវសិក្សាស្វែងយល់អំពីរាងទូទៅរបស់សមីការជាមុនសិនគឺ

សមីការដឺក្រេទី២មានរាង $ax^2+bx+c=0$

សមីការដឺក្រេទី៣មានរាង $ax^3+bx^2+cx+d=0$

ដើម្បីប្រើម៉ាស៊ីនគណនាយើងត្រូវសម្រួលសមីការឱ្យមានរាងទូទៅដូចខាងលើជាមុនសិន រួចទើបយើងពិនិត្យមើលតម្លៃនៃមេគុណ a b c និង d បន្ទាប់មកយើងបញ្ចូលតម្លៃទាំងនោះទៅក្នុងម៉ាស៊ីន។

ឧទាហរណ៍ : ក្នុងលំហាត់គំរូ (ក) ដាក់ជាផលគុណកត្តានៃពហុធា x^2+5x+6

ដំបូងយើងដោះស្រាយសមីការ $x^2+5x+6=0$ អនុវត្តដូចខាងក្រោម

ចូលកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការ ចុច MODE 5 3

បញ្ចូលតម្លៃ $a = 1$ ចុច [1] [=]

បញ្ចូលតម្លៃ $b = 5$ ចុច [5] [=]

បញ្ចូលតម្លៃ $c = 6$ ចុច [6] [=]

ដើម្បីបង្ហាញចម្លើយ ចុច [=]

គេបានចម្លើយ $x_1 = -2$ ដើម្បីមើល x_2 ចុច REPLAY ចុះក្រោម [▼] នោះ $x_2 = -3$

ដូចនេះ គេបាន $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

ចំពោះសមីការដឺក្រេទី៣ អនុវត្តដូចខាងក្រោម

ចូលកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការ ចុច [MODE] [5] [4] បន្ទាប់មកធ្វើដូចសមីការដឺក្រេទី២ដែរ

ដោយបញ្ចូលតម្លៃ $a\ ;\ b\ ;\ c\ ;\ d$ នោះគេបានចម្លើយ $x_1\ ; x_2\ ; x_3$

ប្រតិបត្តិ គណនាលីមីតខាងក្រោម

ក / $\lim\limits_{x\to 1}[(x^2+4x+2)(3-x^2)]$ ខ/ $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2-x-4}{(2x+5)^2}$ គ / $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-5x+3}{x^2+x-2}$

ចម្លើយ

ក / $\lim\limits_{x\to 1}[(x^2+4x+2)(3-x^2)]$ ចុច [(] [ALPHA] [)] [x²] [+] [4] [ALPHA] [)] [+] [2] [)] [(] [3] [−] [ALPHA] [)] [x²] [)] [=] គេបាន $\lim\limits_{x\to 1}[(x^2+4x+2)(3-x^2)] = 14$

ខ/ $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2-x-4}{(2x+5)^2}$ ចុច [▭] [3] [ALPHA] [)] [x²] [−] [ALPHA] [)] [−] [4] [▼] [(] [2] [ALPHA] [)] [+] [5] [)] [x²] [=] គេបាន $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2-x-4}{(2x+5)^2} = 10$

គ / $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-5x+3}{x^2+x-2}$ រាងមិនកំណត់ $\dfrac{0}{0}$

ដោះស្រាយសមីការ $2x^2-5x+3=0$

ចុច [MODE] [5] [3] [2] [=] [−] [5] [=] [3] [=] [=] ($x_1 = \dfrac{3}{2}$ $x_2 = 1$)

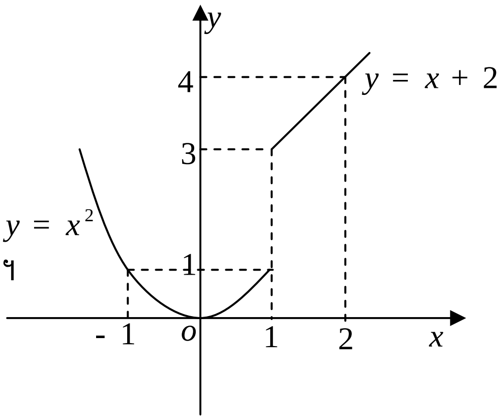
ដោះស្រាយសមីការ $x^2+x-2=0$

ចុច [MODE] [5] [3] [1] [=] [1] [=] [−] [2] [=] [=] ($x_1 = 1$ $x_2 = -2$)

គេបាន $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-5x+3}{x^2+x-2} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(2x-3)(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-3}{x+2} = \dfrac{2\times 1-3}{1+2} = -\dfrac{1}{3}$

១.៣. លីមីតខាងឆ្វេងនិងខាងស្តាំ

ឧទាហរណ៍ គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{បើ } x \le 1 \\ x + 2 & \text{បើ } x > 1 \end{cases}$



តាមក្រាបគេសង្កេតឃើញថា $f(x)$ ខិតជិត 1 កាលណា x ខិតជិត 1 ពីខាងឆ្វេង ។ គេកំណត់សរសេរ

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 1$

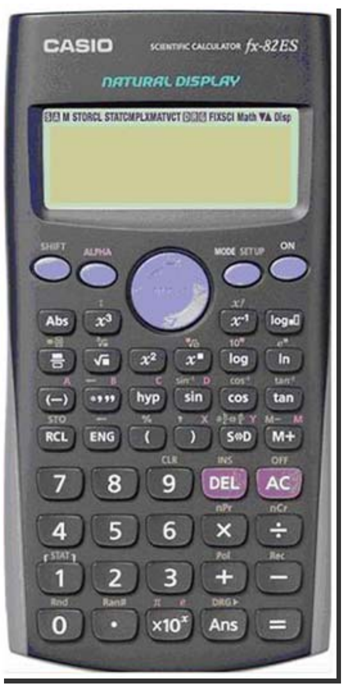
ម្យ៉ាងទៀត $f(x)$ ខិតជិត 3 កាលណា x ខិតជិត 1 ពីខាងស្តាំ ។

គេកំណត់សរសេរ $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 3$

ជាទូទៅ - បើ $f(x)$ ខិតជិត L កាលណា x ខិតជិត x_0 ពីខាងឆ្វេង នោះ L ជាលីមីតខាងឆ្វេង នៃ $f(x)$ ហើយគេកំណត់សរសេរ $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = L$ ។

- បើ $f(x)$ ខិតជិត R កាលណា x ខិតជិត x_0 ពីខាងស្តាំ នោះ R ជាលីមីតខាងស្តាំ នៃ $f(x)$ ហើយគេកំណត់សរសេរ $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = R$ ។

លំហាត់គំរូ គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{បើ } x > 0 \\ x^3 & \text{បើ } x \le 0 \end{cases}$



ក/ គណនាលីមីត $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$

ខ/ ប្រៀបធៀបតម្លៃលីមីតទាំងពីរ

ចម្លើយ

ក/ $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} 2x = 2 \times 0 = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} x^3 = 0^3 = 0$

ខ/ ប្រៀបធៀបតម្លៃលីមីតទាំងពីរ

គេមាន $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$ និង $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0$

ក្នុងករណីនេះ គេថាអនុគមន៍ $y = f(x)$ មានលីមីត 0 ត្រង់ $x = 0$

ជាទូទៅ អនុគមន៍ $y = f(x)$ មានលីមីតត្រង់ x_0 លុះត្រាតែលីមីតខាងឆ្វេង ស្មើលីមីតខាងស្តាំ

ប្រតិបត្តិ

ក / គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{បើ } x < 2 \\ -x + 8 & \text{បើ } x \ge 2 \end{cases}$ គណនាលីមីត $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$

ខ / គេឱ្យអនុគមន៍ $y = |x|$ គណនា $\lim_{x\to 0}|x|$ ។ តើអនុគមន៍ $y = |x|$ មានលីមីតត្រង់ $x = 0$ ឬទេ ?

១.៤_លីមីតអនន្តនៃអនុគមន៍

ក_ លីមីតអនន្តនៃអនុគមន៍ស្វ័យគុណខាយ

ជាទូទៅ

$$\lim_{x\to\pm\infty} ax^2 = \begin{cases} +\infty & \text{បើ } a > 0 \\ -\infty & \text{បើ } a < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{a}{x} = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$$

ខ_ លីមីតរាងមិនកំណត់

ជាទូទៅ

* បើលីមីតនៃពហុធាមានរាងមិនកំណត់ $\infty - \infty$ នៅត្រង់អនន្តនោះគេត្រូវ :

  - ដាក់តួដែលមានដឺក្រេធំជាងគេជាកត្តារួម
  - គណនាលីមីតនៃកន្សោមថ្មី

* លីមីតនៃពហុធានៅត្រង់អនន្ត គឺជាលីមីតនៃតួដែលមានដឺក្រេធំជាងគេ ។

* បើលីមីតនៃប្រភាគសនិទានមានរាងមិនកំណត់ $\frac{\infty}{\infty}$ នៅត្រង់អនន្តនោះគេត្រូវ :

  - ដាក់តួដែលមានដឺក្រេធំជាងគេនៅភាគយក និងនៅភាគបែង ជាកត្តារួមហើយសម្រួលចោល
  - គណនាលីមីតនៃប្រភាគថ្មី

* បើលីមីតនៃប្រភាគសនិទាននៅត្រង់អនន្ត គឺជាផលធៀបរវាងលីមីតនៃតួដែលមានដឺក្រេធំជាងគេនៅភាគយក និងលីមីតនៃតួដែលមានដឺក្រេធំជាងគេនៅភាគបែង ។

២_ ដេរីវេ

២.១_ អត្រាបម្រែបម្រួលមធ្យម

ជាទូទៅ បើអថេរ x ប្រែប្រួលពី a ទៅ b ហើយអនុគមន៍ $y = f(x)$ ប្រែប្រួលពី $f(a)$ ទៅ $f(b)$ នោះផលធៀប $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ ហៅថាអត្រាបម្រែបម្រួលមធ្យមនៃ $y = f(x)$ កាលណា x ប្រែប្រួលពី a ទៅ b ។

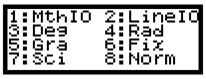
ឧទាហរណ៍ : រកអត្រាបម្រែបម្រួលមធ្យមនៃប្រាក់ចំណូល $R(x) = x^2 + 5x$ គិតជាពាន់រៀលដែលបានពីការលក់ស្រូវ x តោន កាលណា x ប្រែប្រួលពី 10 តោន ទៅ 13 តោន ។

ដំណោះស្រាយ

ដោយប្រើម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី $fx - 350ES$

គេបាន អត្រាបម្រែបម្រួលមធ្យមនៃប្រាក់ចំណូលគឺ $\frac{\Delta R}{\Delta x}=\frac{R(13)-R(10)}{13-10}=\frac{R(13)-R(10)}{3}$

ប្តូរកម្មវិធីក្នុងម៉ាស៊ីនពីការគណនាបែបលេខធម្មតា ទៅជាលេខបែបពីជគណិត ចុច [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)



យើងគណនា $\frac{\Delta R}{\Delta x}=\frac{R(13)-R(10)}{13-10}=\frac{(13^2+5\times 13)-(10^2+5\times 10)}{3}$

បញ្ចូលទម្រង់ប្រភាគ ចុច [▭]

នៅភាគយក

បញ្ចូល $(13^2+5\times 13)$ ចុច [(] [1] [3] [x^2] [+] [5] [×] [1] [3] [)]

បញ្ចូល $-(10^2+5\times 10)$ ចុច [−] [(] [1] [0] [x^2] [+] [5] [×] [1] [0] [)]

ចុច REPLAY ចុះក្រោម[▼] រួចចុច [3] [=]

គេបានចម្លើយស្មើ 28 ពាន់រៀលក្នុង 1 តោន

ប្រតិបត្តិ

ក្នុងការឃោសនាពាណិជ្ជកម្ម x ថ្ងៃគេលក់ដាច់ទស្សនាវដ្តីបានចំនួន $S(x)=x^2+20x+200$ ក្បាល ។
រកអត្រាបម្រែបម្រួលមធ្យមនៃ$S(x)$ ក្នុងរយៈពេលពី $x=5$ ទៅ $x=10$ ថ្ងៃ។

ចម្លើយ

ប្រើម៉ាស៊ីនគណនាគេចុចជាបន្តបន្ទាប់ដូចខាងក្រោម

[SHIFT] [MODE] [1]
[▭] [(] [1] [0] [x^2] [+] [2] [0] [×] [1] [0] [+] [2] [0] [0] [)] [−] [(] [5] [x^2] [+] [2] [0]
[×] [5] [+] [2] [0] [0] [)] [▼] [5] [=]

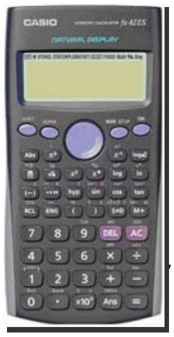
គេបានចម្លើយស្មើ 35 ក្បាលក្នុង 1 ថ្ងៃ

២.២. ដេរីវេត្រង់ចំណុចមួយ

ជាទូទៅ ដេរីវេ $f'(a)$ នៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ នៅត្រង់ $x=a$ កំណត់ដោយ

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

ដែល $x=a+h$ ឬ $h=x-a$



ឧទាហរណ៍ : រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក/ $f(x)=-x^2+4x$ នៅត្រង់ $x=-1$

ខ/ $f(x) = x^2 - 4x + 5$ នៅត្រង់ $x = 2$

គ/ $E(x) = x^3 - 2$ នៅត្រង់ $x = 0$

ចម្លើយ

ដោយប្រើម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី $fx - 350ES$

ក/ តាមនិយមន័យដេរីវេត្រង់មួយចំណុចខាងលើ

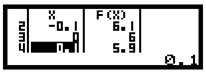
ជំហានទី១ យើងប្រើម៉ាស៊ីនគណនា $f(-1) = -(-1)^2 + 4\times(-1)$ យើងចុចជា បន្តបន្ទាប់ដូចតទៅ

SHIFT MODE 1 (MthIO) (ដើម្បីចូលកម្មវិធីគណនាជាគណិតវិទ្យា) − (− 1) x^2 + 4 × − 1

នោះយើងបាន $f(-1) = -5$

ជំហានទី២ ធ្វើការគណនាដោយដៃ រក $\frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$

គេបាន $\frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = -h + 6$ បន្ទាប់មកប្រើម៉ាស៊ីនគណនា $\lim_{h\to 0}(-h+6)$ ដោយយើងប្តូរ h ជា x គឺយើងគណនាតម្លៃលេខចាប់ផ្តើមពី -0.2 ដល់ 0.2 និងចន្លោះជំហានតម្លៃលេខយក 0.1 គេចុចជាបន្តបន្ទាប់ដូចខាងក្រោម MODE 3 = ALPHA) + 6 = − 0 . 2 = 0 . 2 = 0 . 1 នោះអេក្រង់

បង្ហាញ  នាំឱ្យយើងទាញបានថា $\lim_{h\to 0}(-h+6) = 6$

ដូចនេះ $f'(-1) = 6$

ដោយប្រើម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី $fx - 991ES$ ឬសេរី $fx - 991ES\ Plus$

ក /រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x) = -x^2 + 4x$ នៅត្រង់ $x = -1$

ចូលកម្មវិធីគណនាដេរីវេត្រង់ចំណុចមួយ ចុច SHIFT $\frac{d}{dx}\square$

បញ្ចូលកន្សោម $-x^2 + 4x$ ចុច − ALPHA) x^2 + 4 ALPHA)

បន្ទាប់មកចុច REPLAY ទៅមុខដើម្បីបញ្ចូលតម្លៃត្រង់ចំណុច $x = -1$ យើងចុច − 1

ដើម្បីបង្ហាញចម្លើយ ចុច =

នោះគេបាន ចម្លើយស្មើ 6 ដូចនេះ $f'(-1) = 6$

ដោយប្រើម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី $fx - 991ES$ ឬសេរី $fx - 991ES\ Plus$

ខ / រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ $g(x) = x^2 - 4x + 5$ នៅត្រង់ $x = 2$ យើងចុចដូចខាងក្រោម

ចូលកម្មវិធីគណនាដេរីវេត្រង់ចំណុចមួយ ចុច SHIFT $\frac{d}{dx}\square$

បញ្ចូលកន្សោម $x^2 - 4x + 5$ ចុច ALPHA) x^2 − 4 ALPHA) + 5

បន្ទាប់មកចុច REPLAY ទៅមុខ ▶ ដើម្បីបញ្ចូលតម្លៃត្រង់ចំណុច $x = 2$ យើងចុច 2

ដើម្បីបង្ហាញចម្លើយ ចុច =

នោះគេបាន ចម្លើយស្មើ 0 ដូចនេះ $g'(2)=0$

គ/ រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ $E(x)=x^3-2$ នៅត្រង់ $x=0$ យើងចុចដូចខាងក្រោម

ចូលកម្មវិធីគណនាដេរីវេត្រង់ចំណុចមួយ ចុច [SHIFT] [∫]

បញ្ចូលកន្សោម $E(x)=x^3-2$ ចុច [ALPHA] [)] [SHIFT] [x^2] [−] [2]

បន្ទាប់មកចុច REPLAY ទៅមុខ ▶ ដើម្បីបញ្ចូលតម្លៃត្រង់ចំណុច $x=0$ យើងចុច [0]

ដើម្បីបង្ហាញចម្លើយ ចុច [=]

នោះគេបាន ចម្លើយស្មើ 0 ដូចនេះ $E'(2)=0$

២.៣_ដេរីវេ

និយមន័យ ដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ គឺជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

គេអាចប្រើនិមិត្តសញ្ញា y' ; $\frac{d}{dx}f(x)$; $\frac{dy}{dx}$ សម្រាប់តាងដេរីវេនៃ $y=f(x)$ ។

២.៤_រូបមន្តដេរីវេ

អនុគមន៍ y	**ដេរីវេ** y' **នៃអនុគមន៍** y
$y=f(x)=x^n$	$y'=f'(x)=nx^{n-1}$
$y=kf(x)$	$y'=kf'(x)$
$y=f(x)+g(x)$	$y'=f'(x)+g'(x)$
$y=f(x)-g(x)$	$y'=f'(x)-g'(x)$
$y=f(x)\cdot g(x)$	$y'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$
$y=\frac{f(x)}{g(x)}$	$y'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$ បើ $g(x)\neq 0$

២.៥_ដេរីវេទី២

ជានិច្ចនៅ បើអនុគមន៍ $y=f(x)$ មានដេរីវេទី១តាងដោយ $f'(x)$ ហើយ $f'(x)$ មានដេរីវេម្តងទៀត នោះដេរីវេនៃ $f'(x)$ ហៅថាដេរីវេទី២នៃអនុគមន៍ $f(x)$ ដែលតាងដោយ $f''(x)$ ឬ y'' ។

អនុវត្តន៍ដើរទេចំពោះសមីការនិងវិសមីការ

ក្នុងជំពូកនេះការអនុវត្តដើរវេចំពោះសមីការ ចំណុចដែលយើងប្រើម៉ាស៊ីនជំនួយក្នុងការដោះស្រាយបាន គឺការដោះស្រាយសមីការដើម្បីរកចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង(C)និងអក្សរអាប់ស៊ីស ។ ម៉ាស៊ីនដែលអាចប្រើបាន គឺម៉ាស៊ីនម៉ាក CASIO សេរី *fx - 991ES* ឬសេរី *fx - 991ES Plus*

យើងប្រើម៉ាស៊ីនគណនាម៉ាក CASIO សេរី *fx - 991ES* ឬសេរី *fx - 991ES Plus*

មុននឹងចាប់ផ្ដើមចូលទៅកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការយើងត្រូវប្ដូរកម្មវិធីម៉ាស៊ីនឱ្យទៅជាការគណនាបែបគណិតវិទ្យាជាមុនសិនដោយយើងចុច SHIFT MODE 1 (MathIO)ជាបន្តយើងចុចដើម្បីចូលកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការគឺចុច MODE ពេលនោះវានិងចេញតារាងនៅលើអេក្រង់ម៉ាស៊ីនឱ្យយើងឃើញដូច ខាងក្រោម :

1:COM	2:CMLX
3:STAT	4:BASE-N
5:EQN	6MATRIX
7:TABLE	8:VECTOR

មានន័យថាបើយើងចុច 5 គឺយើងបានជ្រើសរើសយកកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការ និង ប្រពន្ធ័សមីការ ពេលនោះវានឹងចេញ តារាងមួយទៀតបង្ហាញដូចខាងក្រោម លើអេក្រង់ម៉ាស៊ីនគណនា

```
1:anX+bnY=cn
2:anX+bnY+cnZ=dn
3:aX2+bX+c=0
4:aX3+bX2+cX+d=0
```

មានន័យថា

បើចុច 1 គឺជ្រើសរើសយកការដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការដែលមានទម្រង់ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

បើចុច 2 គឺជ្រើសរើសយកការដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការដែលមានទម្រង់ $\begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d'' \end{cases}$

បើចុច 3 គឺជ្រើសរើសយកការដោះស្រាយសមីការដែលមានទម្រង់ $ax^2 + bx + c = 0$

បើចុច 4 គឺជ្រើសរើសយកការដោះស្រាយសមីការដែលមានទម្រង់ $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

ដូចនេះដើម្បីដោះស្រាយសមីការខាងលើយើងចុច 3 ហើយបញ្ចូលតម្លៃនៃលេខមេគុណ a b និង c ដោយចុច

1 = 3 = − 5 = = ពេលនោះវានិងចេញលទ្ធផលនៅលើអេក្រង់គឺ X_1=1.19 X_2=-4.19 ។

ដើម្បីពិនិត្យមើលចម្លើយចុច REPLAY ▼ ឬ ▲

ជាទូទៅ: ដើម្បីប្រើម៉ាស៊ីនដោះស្រាយសមីការ $x^2 + 2x - 2 = 0$

ចូលកម្មវិធីគណនាបែបគណិតវិទ្យា	ចុច [SHIFT] [MODE] [1]
ចូលកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការតាមទម្រង់ខាងលើ	ចុច [MODE] [5] [3]
បញ្ចូលតម្លៃលេខនៃមេគុណ a, b និង c	ចុច [1] [=] [2] [=] [−] [2] [=]
បង្ហាញចម្លើយ	ចុច [=]
ហើយចុច REPLAY ▽ ឬ △(លើ ឬ ក្រោម) ដើម្បីរកមើល x_1 x_2	

ឧទាហរណ៍

ដោះស្រាយសមីការ $2x^2 + 3x - 5 = 0$

ចូលកម្មវិធីគណនាបែបគណិតវិទ្យា ចុច [SHIFT] [MODE] [1]

ចូលកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ ចុច [MODE] [5] [3]

បញ្ចូលតម្លៃលេខនៃមេគុណ a, b និង c ចុច [2] [=] [3] [=] [−] [5]

បង្ហាញចម្លើយ ចុច [=]

គេបានចម្លើយ $x_1 = 1 ; x_2 = -\frac{5}{2}$ ។ ដើម្បីឱ្យចម្លើយ $x_2 = -\frac{5}{2}$ បង្ហាញជាទសភាគចុច [S⇔D]

ចំពោះសមីការដឺក្រេទី៣

ក្នុងឧទាហរណ៍ ចំណុច ១.១ អនុវត្តដើរវេចំពោះសមីការដឺក្រេទី៣ សៀវភៅកម្រិតខ្ពស់ ទំព័រ១០៤

គេឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ មានក្រាប (C)

ក / សង់ក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ f

ខ/សិក្សាតាមក្រាភិចទៅតាមតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រl អថេរភាពនិងចំនួនឬសនៃសមីការ$x^3 + 3x^2 - 2 = l$

ក្នុងលំហាត់នេះគេបានធ្វើការដោះស្រាយយ៉ាងលម្អិត ប៉ុន្តែយើងក៏អាចប្រើម៉ាស៊ីនគណនាជួយ រកចំណុចប្រសព្វរវាង ខ្សែកោងនិងអក្ស័អាប់ស៊ីសបានដែរគឺដើម្បីរកចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងអក្ស័អាប់ស៊ីស គេត្រូវដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី៣ $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$

អនុវត្តន៍

ចូលកម្មវិធីគណនាបែបគណិតវិទ្យា ចុច [SHIFT] [MODE] [1]

ចូលកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី៣ ចុច [MODE] [5] [4]

បញ្ចូលតម្លៃលេខនៃមេគុណ a, b, c និង d [1] [=] [3] [=] [0] [=] [−] [2] [=]

បង្ហាញចម្លើយ ចុច [=]

គេបានចម្លើយ $x_1 = -2.7320....$; $x_2 = 0.7320...$; $x_3 = -1$

ឧទាហរណ៍បន្ថែម

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក/ $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ ខ / $x^3 + x + 2$

អនុវត្តន៍

ក/ $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ ជាសមីការប៊ីការេ ដោយតាង $X = x^2$ គេបាន $X^2 - 4X + 3 = 0$ យើងអនុវត្តន៍លើម៉ាស៊ីនដូចតទៅ

ចូលកម្មវិធីគណនាបែបគណិតវិទ្យា	ចុច SHIFT MODE 1
ចូលកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២	ចុច MODE 5 3
បញ្ចូលតម្លៃលេខនៃមេគុណ a, b និង c	ចុច 1 = − 4 = 3 =
បង្ហាញចម្លើយ	ចុច =

គេបានចម្លើយ $x_1^2 = 3 ; x_2^2 = 1$ ដោយគណនាបន្តគេបានចម្លើយគឺ $x = \pm\sqrt{3}$ ឬ $x = \pm 1$

ខ / $x^3 + x + 2$

ចូលកម្មវិធីគណនាបែបគណិតវិទ្យា	ចុច SHIFT MODE 1
ចូលកម្មវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី៣	ចុច MODE 5 4
បញ្ចូលតម្លៃលេខនៃមេគុណ a b c និង d	1 = 0 = 1 = 2 =
បង្ហាញចម្លើយ	ចុច =

គេបានចម្លើយ $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{1}{2} + 1.322875656i$; $x_3 = \frac{1}{2} - 1.322875656i$ ដែលឫស x_2 ; x_3 ជាចំនួនកុំផ្លិច ហើយយើងនឹងសិក្សានៅ ជំពូកទី៧

ជំពូក ៦

ប្រូបាប

មេរៀនទី១ ប្រូបាប

១. ប្រូបាប

១.១. និយមន័យប្រូបាប

ឧទាហរណ៍ ១: គេមានគ្រាប់ឡុកឡាក់ស្មើសាច់ល្អមួយគ្រាប់។ បើគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់នេះ គេឃើញថាមុខនីមួយៗមានឱកាស(ឬសំណាង) អាចកើតឡើងដូចៗគ្នា។ សំណាងដែលអាចកើតឡើងនេះមាន មួយដងក្នុងចំណោម 6 ដងគឺមានសំណាង $\frac{1}{6}$ ។

បើគេធ្វើពិសោធន៍បោះដដែលៗជាច្រើនដង នោះប្រេកង់ដែលអាចកើតឡើងចំពោះមុខនីមួយៗ ស្ទើរតែស្មើគ្នា។

គេកត់ត្រាលទ្ធផលពិសោធន៍បោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ស្មើសាច់ល្អមួយគ្រាប់ចំនួន n ដង

r ជាប្រេកង់ដែលមុខណាមួយកើតឡើង $\frac{r}{n}$ ជាប្រេកង់ធៀប :

n	10	30	50	60	90	100	200	500
r	2	4	8	11	16	16	33	83
$\frac{r}{n}$	0.20	0.133	0.160	0.183	0.177	0.160	0.165	0.166

គេឃើញថា បើចំនួនដង n នៃការបោះកាន់តែច្រើនដង នោះប្រេកង់ធៀបខិតទៅរកចំនួនថេរ មួយគឺ $\frac{1}{6} = 0.1666....$ ។

* $\frac{1}{6}$ ហៅថាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខណាមួយក្នុងវិញ្ញាសា

គេសរសេរ : $P(\{1\}) = P(\{2\}) = ... = P(\{6\}) = \frac{1}{6}$ ។

ឧទាហរណ៍ ២: គ្រូធ្វើសំណួរផ្ទាល់មាត់ដោយឱ្យសិស្សចាប់ឆ្នោតយកសំណួរមួយក្នុងចំណោមសំណួរ ពីជគណិត 3 សំណួរ និងធរណីមាត្រ 2សំណួរ។ សុខជាសិស្សចូលចិត្តរៀនតែពីជគណិត។ តើសុខមាន សំណាង(ឬឱកាស) ប៉ុន្មានភាគរយចាប់បានសំណួរពីជគណិត? ចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ?

ក្នុងវិញ្ញាសានេះ គេអាចសរសេរលំហសំណាក S = { ពីជគណិត - ពីជគណិត - ពីជគណិត -ធរណីមាត្រ - ធរណីមាត្រ } ។សន្លឹកឆ្នោតមួយសន្លឹកៗមានសំណាងក្នុងការចាប់បានស្មើគ្នា ។ដូចនេះការចាប់បានសំណួរពីជគណិត សុខមានសំណាង $\frac{3}{5}$ ត្រូវនឹង 60% និងមានឱកាសចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រមាន $\frac{2}{5}$ ត្រូវនឹង 40% ។

- គេថា $\frac{3}{5} = 0.60$ ជាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍សុខចាប់បានសំណួរពីជគណិត

  $\frac{2}{5} = 0.40$ ជាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍សុខចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ

បើគេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍សុខចាប់បានសំណួរពីជគណិត នោះ $n(A) = 3$ ហៅថាចំនួនករណីស្រប

B ជាព្រឹត្តិការណ៍សុខចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ នោះ $n(B) = 2$ ហៅថាចំនួនករណីស្រប

លំហសំណាក S មាន 5 ធាតុ គេបាន $n(S) = 5$ ហៅថាចំនួនករណីអាច

គេកំណត់សរសេរ : ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : $P(A) = 0.60$

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : $P(B) = 0.40$

- គេសង្កេតឃើញថា ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{5}$

  ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{5}$

ដែល $n(A) = 3$ ឬ $n(B) = 2$ ជាចំនួនករណីស្រប និង $n(S) = 5$ ជាចំនួនករណីអាច

និយមន័យ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ ជាផលធៀបនៃចំនួនករណីស្រប និងចំនួនករណីអាច $P(A) = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{n(B)}{n(S)}$

សម្គាល់ បើការរើសយកធាតុនីមួយៗ ជាការរើសដោយចៃដន្យនោះ ធាតុនីមួយៗមានឱកាសស្មើគ្នាក្នុងការជ្រើសរើស ។ ដូចនេះ ប្រូបាបដែលយកបានធាតុនីមួយៗជាសមប្រូបាប ។

ឧទាហរណ៍: គេរើសសិស្សម្នាក់ឱ្យធ្វើជាប្រធានក្រុម ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 5នាក់ និងសិស្សប្រុស 3នាក់ ។ រកប្រូបាបដែលប្រធានក្រុមជាសិស្សស្រី និងរកប្រូបាបដែលសិស្សប្រុសជាប្រធានក្រុម ។

ចម្លើយ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សស្រីធ្វើជាប្រធានក្រុម

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សប្រុសធ្វើជាប្រធានក្រុម

តាមបំរាប់: សិស្សទាំងអស់មាន 5 + 3 = 8 នាក់ នោះ $n(S) = 8$

សិស្សស្រីមាន 5 នាក់ នោះ $n(A) = 5$ និង សិស្សប្រុសមាន 3 នាក់ នោះ $n(B) = 3$

គេបាន : ប្រូបាបដែលសិស្សស្រីធ្វើជាប្រធានគឺ $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{5}{8} = 0.625$

ប្រូបាបដែលសិស្សប្រុសធ្វើជាប្រធានគឺ $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{3}{8} = 0.375$

១.២. លក្ខណៈនៃប្រូបាប

ឧទាហរណ៍ : ក្នុងវិញ្ញាសាបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ ។

លទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់ក្នុងលំហសំណាកគឺ លទ្ធផលបោះបានលេខ 1 លេខ 2 លេខ 3 លេខ 4 លេខ 5 និងលេខ 6 ។

គេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗស្មើនឹង $\dfrac{1}{6}$ គឺ:

$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \dfrac{1}{6}$

ផលបូកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ឯកធាតុទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើងក្នុងលំហសំណាក S ស្មើនឹង 1 គឺ $\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{6}{6}=1$ ។ គេបាន $P(S) = 1$ ។

ជាទូទៅ: បើគេតាង e_i : ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯកធាតុនៃលំហសំណាក S នោះគេបាន

$$P(e_1)+P(e_2)+......+P(e_n)=\sum_{i=1}^{n}P(e_i)=P(S)=1 \text{ ។}$$

\+ បើ A ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតឡើងគឺ $A=\varnothing$ នោះ $n(A) = 0$ ហើយ $P(A) = 0$

\+ បើ A ជាព្រឹត្តិការណ៍មួយនៃលំហសំណាក S នោះ $n(A) \le n(S)$ ហើយ $P(A) \le P(S)$

សន្និដ្ឋាន:

- ប្រូបាបនៃលំហសំណាក S ស្មើនឹង 1 : $P(S) = 1$
- ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមានស្មើនឹង 0 : $P(\varnothing)=0$
- ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយក្នុងលំហសំណាក ជាចំនួនដែលនៅចន្លោះ $[0, 1]$

  $0 \le P(A) \le P(S)$
- ប្រូបាបជាអនុវត្ត ដែលកំណត់ពីលំហសំណាក S ទៅចន្លោះ $[0, 1]$ នោះ

  $P \ : \ S \to [0, 1]$

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍សមាស

ឧទាហរណ៍ : គេធ្វើវិញ្ញាសាបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ ។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខ គូ និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខជាពហុគុណនៃ 3 ។

គេបាន : លំហសំណាក $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{2, 4, 6\}$; $B = \{3, 6\}$

ក. ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណនៃ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខគូ និងជាពហុគុណនៃ 3 គឺ

$A\cap B=\{6\}$ ។ ដូចនេះ ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B ជាប្រូបាបដែលបោះបានលេខគូ និង លេខជាពហុគុណនៃ 3 គឺ $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$ ។

ប្រូបាបបោះបានលេខគូគឺ $P(A)=\frac{3}{6}$ ប្រូបាបបោះបានលេខជាពហុគុណនៃ 3 គឺ $P(B)=\frac{2}{6}$

ដោយ $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$, $P(A)\times P(B)=\frac{1}{6}$ នោះគេបាន: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

ខ. ព្រឹត្តិការណ៍ផលបូកនៃ A និង B រឺផលបូកពីរព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខគូ ឬជាពហុគុណនៃ 3 គឺ $A\cup B=\{2, 3, 4, 6\}$

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក A និង B រឺផលបូកពីរព្រឹត្តិការណ៍ A និង B គឺ $P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{4}{6}$

គេដឹងថា បើ $A\cap B=\varnothing$ នោះ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$$P(A\cup B)=\frac{n(A)+n(B)-n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(B)}{n(S)}-\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}$$

ដូចនេះ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

បើ $A\cap B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមានឡើង $P(A\cap B)=0$ នោះ

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

គ. ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $\overline{A}$

គេបាន $\overline{A}=\{1, 3, 5\}$; $P(\overline{A})=\frac{3}{6}$

ដោយ $A\cap\overline{A}=\varnothing$, $A\cup\overline{A}=S$ នោះ $P(A\cup\overline{A})=P(A)+P(\overline{A})=1$

ដូចនេះ $P(\overline{A})=1-P(A)$

២. គណនាប្រូបាបដោយប្រើចម្លាស់ និងបន្សំ

២.១. គណនាប្រូបាបដោយប្រើចម្លាស់

ឧទាហរណ៍ : គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួន 2 ដង ។

ក. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកខុសគ្នា ។

ខ. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកជាលេខគូ ។

គ. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកខុសគ្នា និងជាលេខគូ ។

ចម្លើយ

ការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ 2 ដងជាចម្លាស់ច្រំដែលនៃ 2 ធាតុយកចេញពី 6 ធាតុ ព្រោះលេខដែលអាចចេញលើកទី១ មាន 6 ជម្រើស និងលេខអាចចេញលើកទី២ ក៏មាន 6 ជម្រើសដែរ ។

ដូចនេះ លទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់មានចំនួន $6^2=36$ ជាចំនួនករណីអាច ។

ក. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកខុសគ្នា

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបោះបានលេខខុសគ្នាទាំង 2 លើក

បើចង់បានតែលទ្ធផលណាដែលមានលេខទាំង 2 ខុសគ្នា នោះលទ្ធផលទាំងនេះជាចម្លាស់ 2 ធាតុយកចេញ ពី 6 ធាតុ, នោះគេបាន:

$$P(A)=\frac{P(6,2)}{36}$$

យើងបានប្រមាណវិធីលើម៉ាស៊ីនគិតលេខម៉ាក ***CASIO*** ស៊េរី ***fx-991 PLUS*** ដូចខាងក្រោម:

-ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ 6 SHIFT × 2 ▼ 3 6 ▶

-គណនាចុច = S⇔D

ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(A)=\frac{5}{6}=0.8333$ ។

ខ. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកជាលេខគូ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបោះបានលេខខុសគ្នាទាំង 2 លើកជាលេខគូ

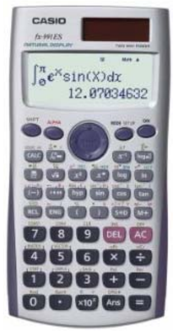
លទ្ធផលដែលបានលេខទាំង 2 ជាលេខគូ គឺលទ្ធផលនៃចម្លាស់ច្រំដែលនៃ 2 ធាតុយកពី 3 ធាតុ ដែលជា លេខ 2, 4, 6 នោះគេបាន:

$$P(B)=\frac{3^2}{36}$$

-ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ 3 x^2 ▼ 3 6 ▶

-គណនាចុច = S⇔D



ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(B)=\frac{1}{4}=0.25$ ។

គ. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកខុសគ្នា និងជាលេខគូ

ព្រឹត្តិការណ៍ដែលបោះបានលេខទាំង 2 ខុសគ្នា និងលេខគូគឺជាព្រឹត្តិការណ៍ $A\cap B$ ។ សំនុំលទ្ធផលដែលមានលេខទាំង 2 ខុសគ្នា និងជាលេខគូគឺ:

$$A\cap B=\{(2,4),(2,6),(4,2),(4,6),(6,2),(6,4)\}\Rightarrow n(A\cap B)=6$$

$$P(A\cap B)=\frac{6}{36}$$

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ 6 ▼ 3 6 ▶

-គណនាចុច = S⇔D

ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(A\cap B)=\frac{1}{6}=0.1667$ ។

ឧទាហរណ៍ ២: គេបង្កើតលេខសម្ងាត់របស់សោរដោយចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសពីលេខ 0 ។

ក. តើគេអាចបង្កើតលេខសម្ងាត់នេះបានប៉ុន្មានបែប?

ខ. គេរើសយកលេខសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

A : "លេខសម្ងាត់ជាចំនួនគូ"

B : "លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់ជាលេខគូ"

C : "លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់មានលេខ 1 តែម្តងគត់"

D : "លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា"

ចម្លើយ

ក. លេខសម្ងាត់នេះជាចម្លាស់ 4 លេខយកចេញពី 9លេខ ហើយអាចមានលេខច្រំដែល ។ ចំនួនចម្លាស់ ច្រំដែល 4 ធាតុយកពី 9 ធាតុគឺ 9^4 ។

-បញ្ចូលតម្លៃ [$x^{\blacksquare}$] [9] [▶] [4] [▶]

-គណនាចុច [=]

ដូចនេះ គេអាចបង្កើតលេខសម្ងាត់នេះបាន **6561** បែប ។

ខ. ការរើសយកលេខសម្ងាត់នីមួយៗមានឱកាសដូចៗគ្នាព្រោះគេរើសដោយចៃដន្យ គេថាប្រូបាបនៃការយកបានលេខនីមួយៗជាសមប្រូបាប ។

- ព្រឹត្តិការណ៍ A ជាព្រឹត្តិការណ៍យកបានលេខសម្ងាត់ជាចំនួនគូ គឺជាចំនួនដែលមានលេខ 2, 4, 6, 8 នៅខាងចុង ។ លេខនីមួយៗក្នុងចំនោម 3 លេខខាងដើមរបស់លេខសម្ងាត់ត្រូវរើស ចេញពី 9 លេខ ហើយលេខចុងក្រោយរើសចេញពី 4 លេខ ដែលជាលេខគូ ។ គេអាចបង្កើត លេខសម្ងាត់តាម របៀបនេះ បានចំនួន $9^3 \times 4$ របៀប ដោយចំនួនករណីអាចមាន 9^4 និង ចំនួនករណីស្រប មាន $9^3 \times 4$ នោះយើងបាន: $P(A)=\dfrac{9^3\times 4}{9^4}$

  -បញ្ចូលតម្លៃ [$\frac{\blacksquare}{\square}$] [4] [×] [$x^{\blacksquare}$] [9] [▶] [3] [▼] [$x^{\blacksquare}$] [9] [▶] [4] [▶] [▶]

  -គណនាចុច [=] [S⇔D]

  ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(A)=\dfrac{4}{9}=0.4444$ ។

- ព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍មានលេខទាំង 4 ខ្ទង់ជាលេខគូ នោះលេខមួយខ្ទង់ៗត្រូវរើស យកពី 4 លេខ 2, 4, 6, និង 8 ហើយអាចច្រំដែល ។

  គេបានចំនួនចម្លាស់ច្រំដែលនៃ 4 ធាតុគឺ 4^4 ជាចំនួនករណីស្រប និងករណីអាចមាន 9^4 នោះយើងបាន $P(B)=\dfrac{4^4}{9^4}$

  -បញ្ចូលតម្លៃ [$\frac{\blacksquare}{\square}$] [$x^{\blacksquare}$] [4] [▶] [4] [▼] [$x^{\blacksquare}$] [9] [▶] [4] [▶] [▶]

  -គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(B)=\dfrac{256}{6561}=0.0390$ ។

- ព្រឹត្តិការណ៍ C ជាព្រឹត្តិការណ៍លេខសម្ងាត់មានលេខ 1 តែម្តងគត់

  លេខ 1 អាចមានទីតាំង 4 បែបគឺ: 1***, *1**, **1*, ***1 ឯលេខនីមួយៗក្នុងចំនោមលេខនៅត្រង់ 3 កន្លែងទៀតត្រូវមាន 8 ជម្រើស នោះចំនួនលេខសម្ងាត់ដែលកើតមានឡើងទាំងអស់មាន 4×8^3 ជាចំនួនករណីស្រប នោះយើងបាន: $P(C)=\dfrac{4\times 8^3}{9^4}$

  -បញ្ចូលតម្លៃ [▭] [4] [×] [$x^{\blacksquare}$] [8] [▶] [3] [▼] [$x^{\blacksquare}$] [9] [▶] [4] [▶] [▶]

  -គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(C)=\dfrac{2048}{6561}=0.3122$ ។

- ព្រឹត្តិការណ៍ D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលលេខទាំង 4 ខ្ទង់របស់លេខសម្ងាត់ ជាលេខខុសៗគ្នា

  ចំនួននៃលេខសម្ងាត់ជាចំនួនចម្លាស់នៃ 4 ធាតុយកពី 9 ធាតុ នោះយើងបាន:

  $P(D)=\dfrac{P(9,4)}{9^4}$

  -ជ្រើសរើស [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)

  -បញ្ចូលតម្លៃ [▭] [9] [SHIFT] [×] [4] [▼] [$x^{\blacksquare}$] [9] [▶] [4] [▶] [▶]

  -គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(D)=\dfrac{112}{243}=0.4609$ ។

២.២. គណនាប្រូបាបដោយប្រើបន្សំ

ឧទាហរណ៍ ១: គេរើសសិស្ស 8 នាក់ដោយចៃដន្យក្នុងចំណោមសិស្សប្រុស 9 នាក់ និងសិស្សស្រី 11 នាក់ទៅសម្ភាសន៍ ។

ក. តើគេអាចរៀបសិស្សបានប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា?

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

A : "ក្រុមសិស្សទាំង 8 នាក់មានសុទ្ធតែសិស្សស្រី"

B : "ក្នុងក្រុមសិស្សស្រី 5 នាក់និងសិស្សប្រុស 3 នាក់"

ចម្លើយ

ក. សកម្មភាពនេះគឺគេរើសសិស្ស 8 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស 20 នាក់ ដោយគ្មានលំដាប់ ហើយសិស្សម្នាក់មិនអាចមានឈ្មោះ 2 ដងក្នុងក្រុមតែមួយ ។ ចំនួនករណីដែលអាចកើតឡើងជាបន្សំ 8 ធាតុយកពី 20 ធាតុ ។ ដូចនេះ ការរៀបសិស្សរបៀបនេះជាចំនួនករណីអាចគឺ: $C(20,8)$ ។

-ជ្រើសរើស [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ 2 0 SHIFT ÷ 8

-គណនាចុច =

ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $C(20, 8)$ = **125 970** របៀបខុសៗគ្នា ។

ខ. គេរើសសិស្សដោយចៃដន្យ ដូចនេះធាតុនីមួយៗជាសមប្រូបាប

- សិស្ស 8 នាក់ដែលត្រូវជ្រើសរើសសុទ្ធតែស្រី គឺគេរើស 8 នាក់ក្នុងចំណោម 11 នាក់ ចំនួនករណីស្របជាចំនួនបន្សំ $C(11, 8)$ ។

  ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $P(A)=\dfrac{C(11,8)}{C(20,8)}$

  -ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

  -បញ្ចូលតម្លៃ ▭/▭ 1 1 SHIFT ÷ 8 ▼ 2 0 SHIFT ÷ 8 ►

  -គណនាចុច = S⇔D

  ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(A)=\dfrac{11}{8398}=0.0013$ ។

- គេរើសសិស្សស្រី 5នាក់ និងសិស្សប្រុស 3នាក់ចេញពីសិស្សស្រី 11នាក់ និង ចេញពីសិស្សប្រុស 9នាក់ ចំនួនរបៀបដែលរើសសិស្សស្រី 5 នាក់គឺ $C(11, 5)$ និងចំនួនរបៀបដែលរើសសិស្ស ប្រុស 3 នាក់ គឺ $C(9, 3)$ នាំឱ្យចំនួនករណីស្របនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ

  $C(11,5)\times C(9,3)$ នោះប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ $P(B)=\dfrac{C(11,5)\times C(9,3)}{C(20,8)}$

  -ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

  -បញ្ចូលតម្លៃ ▭/▭ 1 1 SHIFT ÷ 5 × 9 SHIFT ÷ 3 ▼
  2 0 SHIFT ÷ 8 ►

  -គណនាចុច = S⇔D

  ដូចនេះ យើងបានលទ្ធផលគឺ $P(B)=\dfrac{6468}{20995}=0.3081$ ។

ឧទាហរណ៍ ២: គេរៀបចំឆ្នោត 150 សន្លឹកដើម្បីលក់ឱ្យអស់មុនពេលចេញផ្សៀង ដែលក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 5 សន្លឹក ។ មនុស្សម្នាក់ទិញឆ្នោត 10 សន្លឹក ។ រកប្រូបាបដែល :

ក. គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ ។

ខ. ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ។

គ. ត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកគត់ ។ តាង A : "ជាព្រឹត្តិការណ៍គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ"

B : "ត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹក"

ចម្លើយ

ក. រកប្រូបាបគ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ

ចំនួនរបៀបដែលអាចទិញឆ្នោតបាន 10 សន្លឹកគឺ $C(150, 10)$ ជាចំនួនករណីអាច

ចំនួនឆ្នោតដែលគ្មានរង្វាន់មាន 150 – 5 = 145 សន្លឹក

ចំនួនរបៀបដែលជ្រើសរើសឆ្នោតគ្មានរង្វាន់ 10 សន្លឹកគឺ $C(145, 10)$ ជាចំនួនករណីស្រប

យើងបាន $P(A)=\dfrac{C(145,10)}{C(150,10)}$

-ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ 1 4 5 SHIFT ÷ 1 0 ▼
1 5 0 SHIFT ÷ 1 0 ►

-គណនាចុច =

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគ្មានត្រូវរង្វាន់សោះគឺ $P(A)=0.7048$ ។

ខ. រកប្រូបាបត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក

ព្រឹត្តិការណ៍ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹងគ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ ។

ប្រូបាបដែលត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹកគឺ $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0.7048$

$= 0.2952$

គ. រកប្រូបាបត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកគត់

ចំនួនរបៀបដែលជ្រើសរើសបានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹក ក្នុងចំណោមឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 5 សន្លឹក គឺ $C(5, 3)$ ឯឆ្នោតដែលទិញ 7 សន្លឹកទៀតជាឆ្នោតគ្មានរង្វាន់រើសចេញពីឆ្នោត 145 សន្លឹកដែលគ្មានរង្វាន់ ។ ចំនួនរបៀបដែលជ្រើសរើសបានឆ្នោត 7 សន្លឹកនេះគឺ $C(145, 7)$ ។

យើងបាន $P(B)=\dfrac{C(5,3)\times C(145,7)}{C(150,10)}$

-ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ 5 SHIFT ÷ 3 × 1 4 5 SHIFT ÷ 7
▼ 1 5 0 SHIFT ÷ 1 0 ►

-គណនាចុច =

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកគត់គឺ $P(B)=0.0019$ ។

ប្រតិបត្តិ ១: គេឱ្យប្រអប់មួយដែលក្នុងនោះមានប៊ូលសចំនួន 8 និងប៊ូលខ្មៅចំនួន 5 ។ គេយកប៊ូល 3 ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។

គណនាប្រូបាបដើម្បីឱ្យគេយកបាន :

ក. ប៊ូលស 3 ។

ខ. ប៊ូលខ្មៅ 3 ។

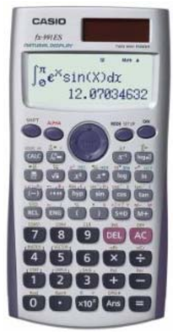
គ. ប៊ូល 3 មានពណ៌ដូចគ្នា ។

ចម្លើយ

ក. រកប្រូបាបដើម្បីឱ្យគេយកបានប៊ូលស 3

តាង A : ជាព្រឹត្តិការណ៍យកបានប៊ូលស 3

យើងបាន $P(A)=\dfrac{C(8,3)}{C(13,3)}$



-ជ្រើសរើស [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [8] [SHIFT] [÷] [3] [▼] [1] [3] [SHIFT] [÷] [3] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយគេយកបានប៊ូលស 3គឺ $P(A)=\dfrac{28}{143}=0.1958$ ។

ខ. គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយគេយកបានប៊ូលខ្មៅ 3

តាង B : ជាព្រឹត្តិការណ៍យកបានប៊ូលខ្មៅ 3

យើងបាន $P(B)=\dfrac{C(5,3)}{C(13,3)}$

-ជ្រើសរើស [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [5] [SHIFT] [÷] [3] [▼] [1] [3] [SHIFT] [÷] [3] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដើម្បីឱ្យគេយកបានប៊ូលខ្មៅ 3 គឺ $P(B)=\dfrac{5}{143}=0.0349$ ។

គ. គណនាប្រូបាបដើម្បីឱ្យគេយកបានប៊ូល 3 មានពណ៌ដូចគ្នា

យើងបាន $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$$=\frac{28}{143}+\frac{10}{143}$$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [2] [8] [▼] [1] [4] [3] [▶] [+] [▤] [1] [0] [▼] [1] [4] [3] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដើម្បីយកបានប៊ូល 3 មានពណ៌ដូចគ្នាគឺ $P(A\cup B)=\dfrac{38}{143}=0.2657$ ។

ប្រតិបត្តិ ២: ក្នុងថង់មួយមានអក្សរ 10 តួ $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ h,\ i,\ j$ ។ គេចាប់យកអក្សរ 4 តួព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបដែល :

ក. ចាប់បានអក្សរដែលមិនមែនជាស្រះ ។

ខ.ចាប់បានអក្សរដែលជាស្រះមួយ ។

គ. ចាប់បានអក្សរដែលជាស្រៈពីរ ។

ឃ. ចាប់បានអក្សរដែលយ៉ាងតិចណាស់បានស្រៈមួយ ។

ចម្លើយ

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរដែលមិនមែនជាស្រៈ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់គ្មានបានស្រៈសោះ

យើងបាន $P(A)=\dfrac{C(7,4)}{C(10,4)}$

-ជ្រើសរើស [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [7] [SHIFT] [÷] [4] [▼] [1] [0] [SHIFT] [÷] [4] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគ្មានបានស្រៈសោះគឺ $P(A)=\dfrac{1}{6}=0.1667$ ។

ខ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរដែលជាស្រៈមួយ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានស្រៈ 1 សន្លឹក

យើងបាន $P(B)=\dfrac{C(3,1)\times C(7,3)}{C(10,4)}$

-ជ្រើសរើស [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [3] [SHIFT] [÷] [1] [×] [7] [SHIFT] [÷] [3] [▼]
[1] [0] [SHIFT] [÷] [4] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានស្រៈតែមួយគត់គឺ $P(B)=\dfrac{1}{2}=0.50$ ។

គ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរដែលជាស្រៈពីរ

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានស្រៈ 2 សន្លឹក

យើងបាន $P(C)=\dfrac{C(3,2)\times C(7,2)}{C(10,4)}$

-ជ្រើសរើស [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [3] [SHIFT] [÷] [2] [×] [7] [SHIFT] [÷] [2] [▼]
[1] [0] [SHIFT] [÷] [4] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានស្រៈតែ 2 គត់គឺ $P(C)=\dfrac{3}{10}=0.30$ ។

ឃ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរដែលយ៉ាងតិចណាស់បានស្រៈមួយ

យើងបាន $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0.1666666667=0.8333333333$ ។

៣. ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ

៣.១. និយមន័យ

ឧទាហរណ៍: គេដឹងថាសិស្សដែលរៀនចប់ចេញពីវិទ្យាល័យមួយ មានចំនួន 200នាក់ ដែលក្នុងនោះមាន សិស្សស្រី 90នាក់ និងសិស្សប្រុស110នាក់។ ក្នុងចំណោមនោះមានតែសិស្សស្រី27នាក់ប៉ុណ្ណោះដែលបន្ត ការសិក្សាទៅឧត្តមសិក្សា។ ឯសិស្សប្រុសមានតែ 66នាក់ដែលបន្តការសិក្សា។ គេចង់ជួបសម្ភាសន៍សិស្សម្នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស ទាំងអស់នេះ។ រកប្រូបាបដែលអ្នកសម្ភាសន៍ :

ក. ជួបសិស្សស្រី ខ. ជួបសិស្សប្រុស គ. ជួបសិស្សស្រីដែលបន្តការសិក្សា

ឃ. ជួបសិស្សប្រុសដែលបន្តការសិក្សា ង. ជួបសិស្សបន្តការសិក្សា

ច. ជួបសិស្សដែលបន្តការសិក្សាដោយដឹងមុនថាជាសិស្សស្រី

ឆ. ជួបសិស្សស្រីដោយបានដឹងមុនថាជាសិស្សបន្តការសិក្សា។

ចម្លើយ

ភេទ / ការសិក្សា	ស្រី	ប្រុស	សរុប
បន្តការសិក្សា	27	66	93
មិនបន្តការសិក្សា	63	44	107
សរុប	90	110	200 នាក់

តាង S ជាលំហសំណាក F ជាព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សស្រី

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សប្រុស C ជាព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សបន្តការសិក្សា

$\overline{C}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សមិនបន្តការសិក្សា

គេបាន ព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សស្រីដែលបន្តការសិក្សា ជាព្រឹត្តិការណ៍ $F \cap C$

ព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សប្រុសដែលបន្តការសិក្សា ជាព្រឹត្តិការណ៍ $B \cap C$

គេមាន សិស្សទាំងអស់ 200នាក់ គេបាន $n(S) = 200$

សិស្សស្រី 90នាក់ : $n(F) = 90$

សិស្សប្រុស 110នាក់ : $n(B) = 110$

សិស្សស្រីដែលបន្តការសិក្សា 27នាក់: $n(F \cap C) = 27$

សិស្សប្រុសដែលបន្តការសិក្សា 66នាក់: $n(B \cap C) = 66$

សិស្សបន្តការសិក្សាមានស្រី 27នាក់ ប្រុស 66នាក់: $n(C) = 27 + 66 = 93$

ក. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សស្រី : $P(F) = \dfrac{n(F)}{n(S)} = \dfrac{90}{200}$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [9] [0] [▼] [2] [0] [0] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សស្រីគឺ $P(F)=\frac{9}{20}=0.45$ ។

ខ. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សប្រុស : $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{110}{200}$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [1] [1] [0] [▼] [2] [0] [0] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សប្រុសគឺ $P(B)=\frac{11}{20}=0.55$ ។

គ. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សស្រីបន្តការសិក្សា : $P(F\cap C)=\frac{n(F\cap C)}{n(S)}=\frac{27}{200}$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [2] [7] [▼] [2] [0] [0] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សស្រីបន្តការសិក្សាគឺ $P(F\cap C)=\frac{27}{200}=0.135$ ។

ឃ. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សប្រុសបន្តការសិក្សា : $P(B\cap C)=\frac{n(B\cap C)}{n(S)}=\frac{66}{200}$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [6] [6] [▼] [2] [0] [0] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សប្រុសបន្តការសិក្សាគឺ $P(B\cap C)=\frac{33}{100}=0.33$ ។

ង. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សដែលបន្តការសិក្សា : $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{93}{200}$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [9] [3] [▼] [2] [0] [0] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សបន្តការសិក្សាគឺ $P(C)=\frac{93}{200}=0.465$ ។

ច. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បន្តការសិក្សា ដោយដឹងមុនថាជាសិស្សស្រី

បើគេដឹងមុនថាអ្នកដែលគេចង់ជួបជាសិស្សស្រីនោះ បានន័យថាគេចង់ជួបសិស្សស្រីបន្តការសិក្សាក្នុង ចំណោម សិស្សស្រីដោយចំនួនសិស្សស្រីបន្តការសិក្សាមាន $n(F\cap C)=27$ នាក់ ហើយចំនួនសិស្ស ស្រីមាន $n(F)=90$ នាក់ នោះប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ជួបសិស្សបន្តការសិក្សា ដោយដឹងមុនថាជាសិស្សស្រីគឺ:

$\frac{n(F\cap C)}{n(F)}=\frac{27}{90}$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▤] [2] [7] [▼] [9] [0] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

យើងបានលទ្ធផល $\dfrac{n(F\cap C)}{n(F)}=\dfrac{3}{10}=0.30$ ។ ចំពោះផលធៀប $\dfrac{n(F\cap C)}{n(F)}$

គេអាចសរសេរ : $\dfrac{n(F\cap C)}{n(F)}=\dfrac{\dfrac{n(F\cap C)}{n(S)}}{\dfrac{n(F)}{n(S)}}=\dfrac{P(F\cap C)}{P(F)}=\dfrac{0.135}{0.45}=0.30$

ប្រូបាបនេះហៅថាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ C ដោយដឹងថាព្រឹត្តិការណ៍ F បានកើតឡើងមុន

គេកំណត់សរសេរដោយ: $P(C/F)$ ឬ $P_F(C)$

ដូចនេះ ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ C ដោយដឹង F គឺ $P(C/F)=\dfrac{P(F\cap C)}{P(F)}=0.30$

$P(C/F)$ អានថា : ប្រូបាបនៃ C ដោយដឹងថា F (ឬ C កើតក្រោយ F) ។

ឆ. ប្រូបាបដែលជួបសិស្សស្រីដោយដឹងមុនថាជាសិស្សបន្តការសិក្សា

បើគេដឹងមុនថាជាសិស្សបន្តការសិក្សានោះ គឺគេចង់ជួបសិស្សស្រីបន្តការសិក្សាក្នុងចំណោមសិស្សបន្តការសិក្សា ប្រូបាប នេះជាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តការណ៍ F ដោយដឹងថាព្រឹត្តិការណ៍ C កើតឡើងមុន :

$P(F/C)=\dfrac{P(C\cap F)}{P(C)}=\dfrac{0.135}{0.465}$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [0] [•] [1] [3] [5] [▼] [0] [•] [4] [6] [5] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលជួបសិស្សស្រីដោយដឹងមុនថាជាសិស្សបន្តការសិក្សាគឺ $P(F/C)=\dfrac{9}{31}=0.290$ ។

និយមន័យ:

- បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ 2 ក្នុងលំហសំណាកមួយដែល $P(A)\neq 0$ នោះប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ដោយដឹង A គឺ : $P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ ។
- បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ 2 ក្នុងលំហសំណាកមួយដែល $P(B)\neq 0$ នោះប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ដោយដឹង B គឺ : $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ ។
- តាមរូបមន្តនេះគេអាចទាញបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B គឺ :

  $P(A\cap B)=P(A)\times P(B/A)=P(B)\times P(A/B)$

លំហាត់គំរូ: ក្នុងភូមិមួយមានប្រជាជន 85% បានចាក់ថ្នាំបង្ការជម្ងឺឆ្លង។ ក្នុងចំណោមអ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការ គេឃើញមានអ្នកឆ្លងជម្ងឺ 2% និងក្នុងចំណោមអ្នកមិនចាក់ថ្នាំបង្ការមាន 1% មិនឆ្លងជម្ងឺ។ រកប្រូបាប ដែល :

ក. អ្នកឆ្លងជម្ងឺដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ។

ខ. អ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺ ។

គ. អ្នកឆ្លងជម្ងឺដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាបង្ការ ។

ឃ. អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺ ។

ង. បើក្នុងភូមិមានប្រជាជន 1000នាក់ តើអ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការមានប៉ុន្មានអ្នក? ហើយអ្នកឆ្លងជម្ងឺមានប៉ុន្មាននាក់? អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការមានប៉ុន្មាននាក់? អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺមានប៉ុន្មាននាក់?

ចម្លើយ

តាង V ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការ

$\overline{V}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ

M ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកឆ្លងជម្ងឺ

$\overline{M}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកមិនឆ្លងជម្ងឺ

ក. ប្រូបាបអ្នកឆ្លងជម្ងឺ ដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំបង្ការ

អ្នកឆ្លងជម្ងឺដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំបង្ការ គឺជាអ្នកជម្ងឺក្នុងចំណោមអ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការដែលមាន 2% ដូចនេះ ប្រូបាបនៃអ្នកជម្ងឺដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ជាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ M ដោយដឹងថា V គឺ : $P(M/V) = 2\% = 0.02$ ។

ខ. ប្រូបាបដែលអ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺ

ព្រឹត្តិការណ៍អ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺជាព្រឹត្តិការណ៍ $V \cap M$

យើងបាន $P(V \cap M) = P(V) \times P(M/V) = \frac{85}{100} \times 0.02$

-បញ្ចូលតម្លៃ ⊟ 8 5 ▽ 1 0 0 ▷ × 0 · 0 2

-គណនាចុច = S⇔D

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលអ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺគឺ : $P(V \cap M) = \frac{17}{1000} = 0.017$ ។

គ. ប្រូបាបអ្នកឆ្លងជម្ងឺ ដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ

គេដឹងថា អ្នកមិនឆ្លងជម្ងឺដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការមាន 1% : $P(\overline{M}/\overline{V}) = 0.01$

ព្រឹត្តិការណ៍អ្នកឆ្លងជម្ងឺដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹងព្រឹត្តិការណ៍អ្នកឆ្លងដោយដឹងថាមិនបានបង្ការ : $P(M/\overline{V}) = 1 - P(\overline{M}/\overline{V}) = 1 - 0.01 = 0.99$

ឃ. ប្រូបាបដែលអ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺ

$$P(\overline{V}/M) = P(\overline{V}) \times P(M/\overline{V}) = (1 - P(V)) \times P(M/\overline{V}) = (1 - \frac{85}{100}) \times 0.99$$

-បញ្ចូលតម្លៃ (1 − ⊟ 8 5 ▽ 1 0 0 ▷) × 0 · 9 9

-គណនាចុច = S⇔D

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលអ្នកឆ្លងជម្ងឺ ដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ : $P(\overline{V}/M)=\dfrac{297}{2000}=0.1485$ ។

ង. អ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺមានប្រូបាប $P(V\cap M)=0.017$ ដូចនេះ ក្នុង 1000នាក់មានអ្នក ឆ្លង 17នាក់ ។ អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ហើយឆ្លងជម្ងឺមានប្រូបាប $P(\overline{V}\cap M)=0.148$ ដូចនេះ ក្នុង 1000នាក់មានអ្នកឆ្លង 148នាក់ ។

៤. ព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា និងមិនទាក់ទងគ្នា

ឧទាហរណ៍: ថង់មួយមានឃ្លីខៀវ 4 ចុះលេខ 1, 1, 2, និង 3 និងឃ្លីក្រហម 6 ចុះលេខ 1, 1, 1, 2, 3, និង 4 ។ គេចាប់យកឃ្លីមួយពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ ។

គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ : B : " ឃ្លីយកចេញពណ៌ខៀវ " , A : " ឃ្លីយកចេញមានលេខ 1 " និង

C : " ឃ្លីយកចេញមានលេខ 4 "

- គេឃើញថាឃ្លីទាំងអស់មាន 10 ក្នុងនោះឃ្លីខៀវមាន 4 ហើយឃ្លីលេខ 1 មានចំនួន 5 និងឃ្លីពណ៌ខៀវមានចុះលេខ 1 មាន 2 គេបាន $P(B)=\dfrac{4}{10}$, $P(A)=\dfrac{5}{10}$, និង $P(B\cap A)=\dfrac{2}{10}$

ដោយ $P(B)\times P(A)=\dfrac{4}{10}\times\dfrac{5}{10}=\dfrac{2}{10}=P(B\cap A)$

បើ $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ នោះគេថាព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B មិនទាក់ទងគ្នា ។

- បើ A និង B មិនទាក់ទងគ្នា នោះគេបាន :

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)\times P(B)}{P(B)}=P(A)$$

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A)\times P(B)}{P(A)}=P(B)$$

ដូចនេះ $P(A/B)=P(A)$, $P(B/A)=P(B)$ ។

- គេឃើញថា $P(C)=\dfrac{1}{10}$, $P(B\cap C)=0$ ព្រោះ $B\cap C=\varnothing$

$$P(C)\times P(B)=\frac{1}{10}\times\frac{4}{10}=\frac{1}{25}\neq P(B\cap C)$$

គេថាព្រឹត្តិការណ៍ B និងព្រឹត្តិការណ៍ C មិនទាក់ទងគ្នា ។

ដោយ $B\cap C=\varnothing$ នោះ B និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា ។

ជាទូទៅ: A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ 2 ដែលមានប្រូបាបមិនសូន្យនោះ

- គេថាព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B មិនទាក់ទងគ្នា កាលណាព្រឹត្តិការណ៍ទាំង 2 ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌណាមួយក្នុងចំណោមលក្ខខណ្ឌខាងក្រោម:

  1). $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ ឬ 2). $P(A/B)=P(A)$ ឬ 3). $P(B/A)=P(B)$

- គេថាព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ទាក់ទងគ្នា កាលណា

  $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$

សម្គាល់: ព្រឹត្តិការណ៍ 2 មិនអាស្រ័យគ្នាមិនមែនមានន័យថាព្រឹត្តិការណ៍ 2 នោះមិនចុះសម្រុងគ្នានោះទេ ។

លំហាត់គំរូ១: គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ដូចគ្នា 2 ព្រមគ្នា។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ " ផលបូកលេខដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំង 2 ចេញជាចំនួនគូ " និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ " គំលាតរវាងលេខទាំង 2 ជាចំនួនគូ " ។

ក. គណនា $P(A)$, $P(B)$ និង $P(A\cap B)$ ។

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា ឬមិនទាក់ទងគ្នា?

គ. គណនា $P(A/B)$ និង $P(B/A)$ ។

ចម្លើយ

លទ្ធផលនីមួយៗក្នុងការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ដូចគ្នា ជាគូគ្មានលំដាប់ $\{a, b\}$ ដែល a និង b អាចស្មើនឹង 1, 2, 3, 4, 5, 6 ។

គេបានលំហសំណាក $S = \{\{a, b\}$ ដែល a និង $b\in\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$

$n(S) = C(6, 2) + 6$ (6 ជាចំនួនលទ្ធផលដែលមានលេខទាំងពីរ ដូចគ្នា)

-ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ 6 SHIFT ÷ 2 + 6

-គណនាចុច =

យើងបាន $n(S) = 21$

ផលបូកលេខទាំងពីរ ជាចំនួនគូ គឺជាផលបូកលេខដែលអាចស្មើនឹង 2, 4, 6, 8, 10, 12 ។

គេបាន $A = \{\{1, 1\}, \{1, 3\}, \{2, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}, \{3, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}, \{4, 4\}, \{4, 6\}$
$\{5, 5\}, \{6, 6\}\}\Rightarrow n(A)=12$

គំលាតរវាងលេខទាំង 2 អាចស្មើនឹង 2 ឬស្មើនឹង 4 :

$B = \{\{1, 3\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}, \{4, 6\}\}\Rightarrow n(A)=6$

$A\cap B=\{\{1, 3\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}, \{4, 6\}\} = B$

ក. គណនា $P(A)$, $P(B)$ និង $P(A\cap B)$ ។

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}\quad , \quad P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

$$P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}\quad , \quad P(A)\times P(B)=\frac{4}{7}\times\frac{2}{7}=\frac{8}{49}$$

ខ. ដោយ $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$ នោះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា ។

គ. គណនា $P(A/B)$ និង $P(B/A)$

ដោយ ព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា គេបាន :

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{7}}{\frac{2}{7}}=1 \quad , \quad P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{7}}{\frac{4}{7}}=\frac{1}{2}$$

លំហាត់គំរូ ២: ថង់មួយមានប៊ូលស 3 មានលេខខុសគ្នានិងប៊ូលខ្មៅ 2 មានលេខខុសគ្នា។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង១ចំនួន 2 ដងដោយចៃដន្យចេញពីថង់ ដោយដាក់វិញ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A : " ចាប់លើកទី 1 បានប៊ូល ស ", B : " ចាប់លើកទី 2 បានប៊ូល ខ្មៅ "។

ក. ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A , B និង $A\cap B$ ។

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B អាស្រ័យគ្នាឬទេ?

គ. គណនា $P(A/B)$ និង $P(B/A)$ ។

ចម្លើយ

ក. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A , B និង $A\cap B$

គេធ្វើវិញ្ញាសាយកហើយដាក់វិញ គេបានលទ្ធផលនីមួយៗជាចម្លាស់ច្រំដែល 2 ធាតុយកពី 5 ធាតុ លំហសំណាក $n(S)=5^2$ ។

ព្រឹត្តិការណ៍ $n(A)=3^2+3\times 2=15$ ព្រឹត្តិការណ៍ $n(B)=3\times 2+2^2=10$

ព្រឹត្តិការណ៍ $n(A\cap B)=3\times 2=6$

គេបាន $P(A)=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$, $P(B)=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$, $P(A\cap B)=\frac{6}{25}$

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B អាស្រ័យគ្នាឬទេ?

ដោយ $P(A)\times P(B)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$ នោះគេបាន $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

ដូចនេះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នា។

គ. គណនា $P(A/B)$ និង $P(B/A)$

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B មិនទាក់ទងគ្នានោះ គេបាន :

$$P(A/B)=P(A)=\frac{3}{5} \quad , \quad P(B/A)=P(B)=\frac{2}{5}$$

៥. រូបមន្តប្រូបាបសរុប

ឧទាហរណ៍: (លំហាត់គំរូផ្នែក ៣.១)

មានប្រជាជន 85% បានចាក់ថ្នាំបង្ការជម្ងឺឆ្លង។ 2% កើតជម្ងឺឆ្លងដោយដឹងថាចាក់ថ្នាំបង្ការ រួចហើយ។ 1% មិនកើតជម្ងឺឆ្លងដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ។

ក. គណនាប្រូបាបដែលអ្នកកើតជម្ងឺឆ្លង។

ខ. គណនាប្រូបាបដែលអ្នកបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ដោយដឹងថាកើតជម្ងឺឆ្លង។

ចម្លើយ

ក. គណនាប្រូបាបដែលអ្នកកើតជម្ងឺឆ្លង

ចំនួននៃអ្នកកើតជម្ងឺឆ្លង ជាផលបូកចំនួនអ្នកដែលចាក់ថ្នាំបង្ការ និងអ្នកជម្ងឺដែលមិនបានចាក់ថ្នាំ បង្ការ ។

តាង V ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការ M ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកឆ្លងជម្ងឺ

$\overline{V}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ $\overline{M}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកមិនឆ្លងជម្ងឺ

អ្នកជម្ងឺដែលបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ជាព្រឹត្តិការណ៍ $M \cap V$

អ្នកជម្ងឺដែលមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ជាព្រឹត្តិការណ៍ $M \cap \overline{V}$

គេបាន $P(M) = P(M \cap V) + P(M \cap \overline{V})$

ដោយ $P(M \cap V) = P(V) \times P(M / V)$, $P(M \cap \overline{V}) = P(\overline{V}) \times P(M / \overline{V})$,

$$P(M / \overline{V}) = 1 - P(\overline{M} / \overline{V}) = 1 - \frac{1}{100} = 0.99 \text{ , } P(M \cap \overline{V}) = 0.15 \times 0.99 = 0.1485$$

ដូចនេះ $P(M) = P(M \cap V) + P(M / \overline{V}) = 0.017 + 0.1485 = 0.1655$

អ្នកកើតជម្ងឺទាំងអស់មាន 16.55% ។

- ការរកភាគរយនៃអ្នកកើតជម្ងឺទាំងអស់ដែលបានចាក់ថ្នាំបង្ការ និងអ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ហៅថា រូបមន្តប្រូបាបសរុប : $P(M) = P(M / V) \times P(V) + P(M / \overline{V}) \times P(\overline{V})$

  ជាប្រូបាបដែលមានមនុស្សម្នាក់នៅក្នុងភូមិត្រូវកើតជម្ងឺឆ្លង ។

ខ. គណនាប្រូបាបដែលអ្នកបានចាក់ថ្នាំបង្ការ ដោយដឹងថាកើតជម្ងឺឆ្លង

អ្នកបានចាក់ថ្នាំដោយដឹងថាកើតជម្ងឺ គឺជាអ្នកចាក់ថ្នាំហើយឆ្លងជម្ងឺក្នុងចំណោមអ្នកកើតជម្ងឺប្រូបាប ដែលអ្នកបានចាក់ថ្នាំដោយដឹងថាកើតជម្ងឺគឺ $P(V / M)$:

$$P(V / M) = \frac{P(V \cap M)}{P(M)} = \frac{P(M / V) \times P(V)}{P(M / V) \times P(V) \times P(M / \overline{V}) \times P(\overline{V})} = \frac{0.017}{0.1655} = 0.1027$$

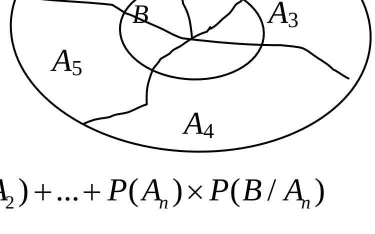
- តាមការគណនានេះ បានឱ្យដឹងថាភាគរយនៃអ្នកចាក់ថ្នាំបង្ការហើយឈឺក្នុងចំណោមអ្នក ជម្ងឺគឺ 10.27% ។ ការគណនាភាគរយនេះហៅថា **ទ្រឹស្តីបទបៃយេស** ។

ជាទូទៅ

- បើ $A_1, A_2, ..., A_n$ ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា ពីរៗ ក្នុងលំហសំណាកមួយ ហើយមានព្រឹត្តិការណ៍ B មួយកើតឡើងក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ $A_1, A_2, ..., A_n$ នោះ

  $B = (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup .... \cup (A_n \cap B)$

  $P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + ... + P(A_n \cap B)$



  ដោយ $P(A_1 \cap B) = P(B / A_1) \times P(A_1)$

  គេបាន $P(B) = P(A_1) \times P(B / A_1) + P(A_2) \times P(B / A_2) + ... + P(A_n) \times P(B / A_n)$

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}\left[P(B/A_i)\times P(A_i)\right]$$

- បើ A_k ជាព្រឹត្តិការណ៍មួយក្នុងលំហសំណាក នោះ

$$P(A_k/B)=\frac{P(A_k\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B/A_k)\times P(A_k)}{\sum_{i=1}^{n}\left[P(B/A_i)\times P(A_i)\right]}$$

រូបមន្តប្រូបាបសរុប :

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}\left[P(B/A_i)\times P(A_i)\right]$$

ទ្រឹស្តីបទបៃយេស :

$$P(A_k/B)=\frac{P(B/A_k)\times P(A_k)}{\sum_{i=1}^{n}\left[P(B/A_i)\times P(A_i)\right]}$$

លំហាត់គំរូ: គេមានម៉ាស៊ីន A, B និង C ផលិតវត្ថុដូចគ្នា។ ម៉ាស៊ីន A ផលិតបាន 50%, B បាន 30% និង ម៉ាស៊ីន C បាន 20% និងខូច 4% ។

ក. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូច។

ខ. ក្នុងចំណោមវត្ថុខូច 1000 តើម៉ាស៊ីន A ធ្វើខូចចំនួនប៉ុន្មាន? B ធ្វើខូចចំនួនប៉ុន្មាន? C ខូចចំនួនប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A : " ម៉ាស៊ីន A ផលិតវត្ថុ " , B : " ម៉ាស៊ីន B ផលិតវត្ថុ "

C : " ម៉ាស៊ីន C ផលិតវត្ថុ " , D : " វត្ថុខូច "

ប្រូបាបដែលវត្ថុខូចផលិតដោយម៉ាស៊ីន A គឺ $P(A\cap D)=P(A)\times P(D/A)$

ប្រូបាបដែលវត្ថុខូចផលិតដោយម៉ាស៊ីន B គឺ $P(B\cap D)=P(B)\times P(D/B)$

ប្រូបាបដែលវត្ថុខូចផលិតដោយម៉ាស៊ីន C គឺ $P(C\cap D)=P(C)\times P(D/C)$

យើងបាន: $P(D)=P(A\cap D)+P(B\cap D)+P(C\cap D)$

$$\begin{aligned}P(D)&=P(A)\times P(D/A)+P(B)\times P(D/B)+P(C)\times P(D/C)\\&=0.50\times 0.03+0.30\times 0.04+0.20\times 0.04\end{aligned}$$

-បញ្ចូលតម្លៃ 0 . 5 0 × 0 . 0 3 + 0 . 3 0 × 0 . 0 4 + 0 . 2 0 × 0 . 0 4

-គណនាចុច = S⇔D

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចគឺ: $P(D)=\frac{7}{200}=0.035=35\%$ ។

ខ. ចំនួនវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីននីមួយៗក្នុងចំណោមវត្ថុខូច 1000

តាមទ្រឹស្តីបទបៃយេស គេបាន ៖

$$P(A/D)=\frac{P(D/A)\times P(A)}{P(D)}=\frac{0.03\times 0.50}{0.035}$$

-បញ្ចូលតម្លៃ [⊟] [0] [•] [0] [3] [×] [0] [•] [5] [0] [▼]
[0] [•] [0] [3] [5] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលម៉ាស៊ីន A ផលិតវត្ថុ ដោយដឹងថាវត្ថុខូចគឺ ៖ $P(A/D)=\frac{3}{7}=0.428=42.8\%$ ។

$$P(B/D)=\frac{P(D/B)\times P(B)}{P(D)}=\frac{0.04\times 0.30}{0.035}$$

-បញ្ចូលតម្លៃ [⊟] [0] [•] [0] [4] [×] [0] [•] [3] [0] [▼]
[0] [•] [0] [3] [5] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលម៉ាស៊ីន B ផលិតវត្ថុ ដោយដឹងថាវត្ថុខូចគឺ $P(B/D)=\frac{12}{35}=0.343=34.3\%$ ។

$$P(C/D)=\frac{P(D/C)\times P(C)}{P(D)}=\frac{0.04\times 0.20}{0.035}$$

-បញ្ចូលតម្លៃ [⊟] [0] [•] [0] [4] [×] [0] [•] [2] [0] [▼]
[0] [•] [0] [3] [5] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលម៉ាស៊ីន C ផលិតវត្ថុ ដោយដឹងថាវត្ថុខូចគឺ $P(C/D)=\frac{8}{35}=0.229=22.9\%$ ។

ក្នុងចំណោមវត្ថុខូច 1000 មាន:

- ម៉ាស៊ីន A ផលិតវត្ថុខូចបានចំនួន $1000\times 0.428=428$
- ម៉ាស៊ីន B ផលិតវត្ថុខូចបានចំនួន $1000\times 0.343=343$
- ម៉ាស៊ីន C ផលិតវត្ថុខូចបានចំនួន $1000\times 0.229=229$

លំហាត់

១. គេហូតបៀមួយសន្លឹកដោយចៃដន្យចេញពីហ៊ូបៀ 52 សន្លឹក ។ រកប្រូបាបដែលហូតបាន ៖

ក. សន្លឹកអាត់ ខ. សន្លឹកក្រហម

គ. សន្លឹកអាត់ ឬក្រហម ឃ. មិនមែនអាត់ និងមិនមែនក្រហម ។

ចម្លើយ

ក. រកប្រូបាបដែលហូតបានសន្លឹកអាត់

ដោយក្នុង ហ៊ូបៀ 52សន្លឹក មានអាត់ 4 សន្លឹក

យើងបាន : P(អាត់) $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13} = 0.0769$ ។

ខ. រកប្រូបាបដែលហូតបានសន្លឹកក្រហម

ដោយក្នុង ហ៊្វូបៀ 52សន្លឹក មានសន្លឹកក្រហម 26 សន្លឹក

យើងបាន : P(អាត់) $= \frac{26}{52} = \frac{1}{2} = 0.50$ ។

គ. រកប្រូបាបដែលហូតបានសន្លឹកអាត់ ឬក្រហម

ដោយក្នុងសន្លឹកក្រហម 26 សន្លឹកមានអាត់ 2 សន្លឹកដែលជាសន្លឹកក្រហម

យើងបាន : P(អាត់ ឬក្រហម) $= \frac{1}{13} + \frac{1}{2} - \frac{2}{52} = \frac{7}{13} = 0.5385$ ។

-បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [1] ▼ [1] [3] ▶ [+] [▭/▭] [1] ▼ [2] ▶ [−]
[▭/▭] [2] ▼ [5] [2] ▶

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលហូតបានសន្លឹកអាត់ ឬក្រហមគឺ P(អាត់ ឬក្រហម) $= \frac{7}{13} = 0.5385$ ។

ឃ. រកប្រូបាបដែលហូតបានមិនមែនអាត់ និងមិនមែនក្រហម

ប្រូបាបនេះជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយទៅនឹងប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានសន្លឹកអាត់ ឬក្រហម

នោះយើងបាន : P(មិនមែនអាត់ និងមិនមែនក្រហម) = 1 - P(អាត់ ឬក្រហម) $= 1 - \frac{7}{13}$

-បញ្ចូលតម្លៃ [1] [−] [▭/▭] [7] ▼ [1] [3] ▶

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលហូតបានសន្លឹកមិនមែនអាត់ និងមិនមែនក្រហមគឺ P(អាត់ និងក្រហម) $= \frac{6}{13} = 0.4615$ ។

២. ថង់មួយមានឃ្លី 10 ចុះលេខពី 0 ដល់ 9 ។ គេចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យ ។ ចូរកំណត់ :

ក. លំហសំណាក S ព្រឹត្តិការណ៍ A : “ ចាប់បានឃ្លីជាពហុគុណនៃ 3 ”
និងព្រឹត្តិការណ៍ B : “ ចាប់បានឃ្លីមានលេខធំជាង 5 ” ។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A, B, A\cap B$ និង $A\cup B$ ។

ចម្លើយ

ក. លំហសំណាក S ព្រឹត្តិការណ៍ A : “ ចាប់បានឃ្លីជាពហុគុណនៃ 3 ”
និងព្រឹត្តិការណ៍ B : “ ចាប់បានឃ្លីមានលេខធំជាង 5 ”

+លំហសំណាក $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

+ព្រឹត្តិការណ៍ A : “ ចាប់បានឃ្លីជាពហុគុណនៃ 3 ” គឺ $A = \{3, 6, 9\}$

+ ព្រឹត្តិការណ៍ B : “ ចាប់បានឃ្លីមានលេខធំជាង 5 ” គឺ $B = \{6, 7, 8, 9\}$

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A, B, A\cap B$ និង $A\cup B$

យើងបាន : $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{3}{10}$

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

$$P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{10}+\frac{2}{5}-\frac{1}{5}$$

-បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [3] [▼] [1] [0] [▶] [+] [▭/▭] [2] [▼] [5] [▶] [−]
[▭/▭] [1] [▼] [5] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ $P(A\cup B)=\dfrac{9}{10}=0.9$ ។

៣. ថង់មួយមានឃ្លីខៀវ 7 និងឃ្លីស 3 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តង 3 ដោយចៃដន្យតែម្តងគត់ ។ រកប្រូបាបដែល ចាប់បាន

ក. ឃ្លីខៀវ 2 និងឃ្លីស 1   ខ. ឃ្លីខៀវទាំង 3   គ. ឃ្លីសទាំង 3 ។

ចម្លើយ

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខៀវ 2 និងឃ្លីស 1

តាង A : ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីខៀវ 2 និងឃ្លីស 1

យើងបាន : $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ដោយ $n(A)=C(7,2)\times C(3,1)$
$n(S)=C(10,3)$

នាំឱ្យ $P(A)=\dfrac{C(7,2)\times C(3,1)}{C(10,3)}$

-ជ្រើសរើស [SHIFT] [MODE] [1] (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ [▭/▭] [7] [SHIFT] [÷] [2] [×] [3] [SHIFT] [÷] [1] [▼]
[1] [0] [SHIFT] [÷] [3] [▶]

-គណនាចុច [=] [S⇔D]

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខៀវ 2 និងឃ្លីស 1 គឺ $P(A)=\dfrac{21}{40}=0.525$ ។

ខ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខៀវទាំង 3

តាង B : ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីខៀវទាំង 3

យើងបាន : $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ដោយ $n(B)=C(7,3)$
$n(S)=C(10,3)$

នាំឱ្យ $P(B)=\dfrac{C(7,3)}{C(10,3)}$

-ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ 7 SHIFT ÷ 3 ▼ 1 0 SHIFT ÷ 3 ▶

-គណនាចុច = S⇔D

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខៀវទាំង 3 គឺ $P(B)=\frac{7}{24}=0.2917$ ។

គ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីសទាំង 3

តាង C : ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីសទាំង 3

យើងបាន : $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ដោយ $n(C)=C(3,3)$

$n(S)=C(10,3)$

នាំឱ្យ $P(C)=\frac{C(3,3)}{C(10,3)}$

-ជ្រើសរើស SHIFT MODE 1 (MthIO)

-បញ្ចូលតម្លៃ ▭ 3 SHIFT ÷ 3 ▼ 1 0 SHIFT ÷ 3 ▶

-គណនាចុច = S⇔D

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីសទាំង 3 គឺ $P(C)=\frac{1}{120}=0.0083$ ។

CASIO®

9 789996 353918